

مقدمة في
تكنولوجيا المعلومات وأنظمة الاتصالات



د/ عمر العتوم
د/ جمال رحال

الشركة العربية المتحدة للتسويق والتوريدات

مقدمـــــة فى

تكنولوجيا المعلومات

وأنظمة الاتصالات

تأليـف

د. عمر العـتوم   د. جمال رحـال

الشركة العربية المتحدة للتسويق والتوريدات

2014

فهرسة أثناء النشر/ إعداد الهيئة العامة لدار الكتب والثائق القومية؟ إدارة الشئون الإدارية

العتوم، عمر.

مقدمة فى تكنولوجيا المعلومات وأنظمة الاتصالات/عمر العتوم، جمال رحـال.

- ط - 2 القاهرة، الشركة العربية المتحدة للتسويق والتوريدات، 2014

377ص، 24 سم.

تدمك 978 977 477 044

1 - نظم المعلومات.

أ - رحال، جمال (مؤلف مشارك9

ب- العنوان

005.74

رقم الايداع: 13831

تاريخ 2014

دار النشر:	الشركة العربية المتحدة للتسويق والتوريدات
عنوان الكتاب:	مقدمة فى تكنولوجيا المعلومات وأنظمة الاتصالات
اسم المؤلف:	د.عمر العتوم، د.جمال رحال
رقم الطبعة:	الثانية
تاريخ الطبعة:	2014

الشركة العربية المتحدة للتسويق والتوريدات

ص.ب: 203 هليوبوليس- القاهرة - جمهورية مصر العربية

موبايل/ 002-01003401184 / 022-01001763677

www.uarab.net E-mail : u_ara@yahoo.com

بسم الله الرحمن الرحيم

المقدمـــــة

عزيزي القارئ، أهلاً بك في كتاب «مقدمة في تكنولوجيا المعلومات وأنظمة الاتصالات»، حازت أنظمة نقل المعلومات المختلفة اهتماماً كبيراً في الآونة الأخيرة نظراً للتطور الهائل الذي أنجز في مجالي تكنولوجيا المعلومات وأنظمة الاتصالات السلكية واللاسلكية. حيث أصبح بالإمكان استخدام أنظمة الاتصالات في المجالات الطبية ونقل معلومات عن الأحوال الجوية ونقل الصور التي تحتوي على كثير من المعلومات العلمية عن المجرات والكواكب المختلفة التي تبعد مئات السنين الضوئية عن الكرة الأرضية. هذا بالإضافة إلى أهمية التطور الهائل في الهواتف المتنقلة والأقمار الصناعية والانترنت التي أصبحت استخداماتها جزءاً لا يتجزأ من حياتنا اليومية.

عزيزي القارئ، عند التحدث عن أنظمة الاتصالات واستخداماتها، لا بد من فهم أساسيات هذه التكنولوجيا، وتعرف كيفية عمل الطرق المستخدمة في نقل المعلومات واستقبالها، وهذا ما سنتناوله في هذا الكتاب حيث سنناقش عملية التعديل والترميز والتشفير وآلية نقل البيانات. ولتعرف، مثل هذه الأساسيات يتطلب منك، عزيزي القارئ، الإلمام بكثير من المفاهيم الرياضية ومن أهمها نظرية الاحتمالات التي تستخدم في بناء فعالية أنظمة الاتصالات المختلفة وتقويمها.

الأهداف العامة:

يتنظر منك، عزيزي القارئ، بعد قراءة هذا الكتاب وتنفيذ جميع الأنشطة والتدريبات وأسئلة التقويم الذاتي الواردة فيه أن تكون قادرًا على أن:

- تشرح مفهوم المعلومات ومقياسها .
- تشرح مفهوم الاحتمالات .
- تحسب الإحصائيات المختلفة للمتغير العشوائي .
- تشرح مفهوم تحويل المعلومات من تناظرية إلى رقمية .
- تحسب سرعة خروج المعلومات الرقمية .
- تشرح مفهوم التعديل الرقمي وأنواعه .
- تشرح مفهوم الترميز وأنواعه .
- تشرح مفهوم حماية البيانات وتشفيرها .
- تشرح آلية نقل البيانات بوساطة الحزم .
- تشرح بروتوكول نقل المعلومات TCP/IP .
- تشرح مفهوم مشاركة القنوات وتحسب سعتها .
- تناقش مفهوم شبكات الاتصالات .
- تحسب فعالية نقل المعلومات خلال شبكات الاتصال الرقمي .
- تشرح مفهوم المودم واستخداماته .

محتويات الكتاب:

يتألف هذا الكتاب من خمس وحدات على النحو الآتي:

الوحدة الأولى: (المفاهيم الأساسية لتقنية المعلومات واستخداماتها): تبدأ هذه الوحدة بتعريف أساسيات في تقنية المعلومات مثل: أنواع المعلومات وأشكالها وكيفية قياس كمية المعلومات الرقمية. أما الجزء الثاني من هذه الوحدة فيناقش كيفية استخدام هذه المعلومات وتبادلها عن طريق تقنية الاتصالات.

الوحدة الثانية: (أساسيات في الإحصاء والاحتمالات): تحتوي هذه الوحدة على جزئين رئيسين: الجزء الأول يتعلق بأساسيات الإحصاء التي سيتم عرضها عن طريق دراسة البيانات باستخدام الطرق المختلفة لعرضها وتمثيلها بيانيا ودراسة المقاييس التخليصية الخاصة بها مثل مقاييس النزعة المركزية والتشتت. تعدُ دراسة هذه المقاييس وتحليلها من المصادر الأساسية لبناء القرارات المتعلقة بهذه البيانات. فيما يختص الجزء الثاني من هذه الوحدة بنظرية الاحتمالات الذي سندرس فيه المتغيرات العشوائية ومقاييس التشتت المتعلقة بهذه المتغيرات العشوائية وطبيعة توزيعها عن طريق اقتران الكثافة الاحتمالية. ومن ثم استخدام هذه الاقتران لحساب احتمالية وقوع الأخطاء في المعلومات المرسلة لمعرفة فعالية نظم الاتصالات المختلفة.

الوحدة الثالثة: (آلية تعديل البيانات الرقمية): هذه الوحدة تعطي المفاهيم الاساسية لنظم الاتصالات الرقمية وكيفية استخدامها في إرسال المعلومات واستقبالها بغض النظر عن طبيعة إشارة المعلومات. كما تلقي هذه الوحدة النظر على كيفية إرسال الإشارات التناظرية واستقبالها باستخدام نظم الاتصالات الرقمية عن طريق نظرية أخذ العينات والتقريب. وسيتم أيضاً دراسة نظم التعديلات الرقمية المستخدمة في إرسال المعلومات واستقبالها، وطبيعة الأجهزة المستخدمة في مثل

هذه التطبيقات. وفي نهاية هذه الوحدة سنوضح كيفية استخدام نظرية الاحتمالات في تقويم فعالية نظم الاتصالات عن طريق القيمة المتوقعة لحدوث الأخطاء في استقبال إشارة المعلومات.

الوحدة الرابعة: (الترميز والتشفير): تركز هذه الوحدة على دراسة عملية ترميز القنوات الرقمي التي تهدف إلى تحسين جودة المعلومات الرقمية خلال بثها عبر القنوات المختلفة. كما تناقش هذه الوحدة كيفية حماية خصوصية المعلومات عند بثها باستخدام عملية التشفير.

الوحدة الخامسة: (آلية نقل البيانات الرقمية): تحتوي هذه الوحدة على قسمين: القسم الأول يبحث في أنواع شبكات الاتصالات المستخدمة في نقل البيانات الرقمية وكيفية تصميمها، وقياس سعة هذه الشبكات ومدى فعاليتها. أما الجزء الثاني فيدرس البروتوكولات المستخدمة في نقل البيانات الرقمية وتنظيم مرور البيانات الرقمية عبر شبكات الاتصالات.

فهرس المحتويات

المقدمـــــــــة..5
محتويات الكتاب: 7
الوحدة الأولى: المفاهيم الأساسية لتقنية المعلومات......................11
1. المقدمـــــــة...13
2. أساسيات في تقنية المعلومات..15
3. استخدام المعلومات وتبادلها...19
4. مقدمة الـMatLab واستخدامه في التطبيقات الهندسية......................22
5. الخلاصة 25
6. لمحة عن الوحدة الثانية...25
7. مسرد المصطلحات...25
8. إجابات التدريبات...30
الوحدة الثانية: أساسيات في الإحصاء والاحتمالات..............................31
1. تمهيـــــد 33
2. أساسيات في الإحصاء (Fundamentals of Statistics)..........................36
3. نظرية الاحتمالات (Probabilities Theory)..................................59
4. المتغير العشوائي...68
5. نظرية بيز (Bays Theory)...72
6. نظرية بيرنولي (Bernouli Trial Theory)....................................81
7. الدالة الاحتمالية للمتغير العشوائي (دالة الكثافة الاحتمالية)....................83
8. الاقتران الإجمالي للتوزيع الاحتمالي...88
9. منحنى دالة الكثافة الاحتمالية..89
10. الخلاصة...100
11. لمحة عن الوحدة الثالثة...100
12. إجابات التدريبات 101
13. أسئلة إضافية على الوحدة...103
الوحدة الثالثة: آلية تعديل البيانات الرقمية..125
1. المقدمة 127
2. أساسيات في علم الاتصالات..129
3. البيانات الثنائية المدى والمتعددة المدى.......................................133

4.الترميز الخطي (LineCoding)........141
5. نظرية أخذ العينات (Sampling Theory)........146
6.التحويل من النظام التناظري إلى النظام الرقمي........152
7.التعديل قليل التردد(BasebandModulation)........158
8.نظام التعديل عالي التردد(BandpassModulation)........169
9.الخلاصة........200
10.لمحة عن الوحدة الرابعة........200
11. إجابات التدريبات........201
12. تدريبات الـMATLAB........206
13.أسئلة إضافية على الوحدة........212
الوحدة الرابعة: الترميز والتشفير........241
1.المقدمة........243
2.الترميز الحزمي الخطي(LinearBlockCodes)........245
3.الترميز الدوار(ConvolutionalCodes)........279
4.مبادئ التشفير (Encryption)........291
5.التشفير باستخدام المفتاح العام والمفتاح الخاص........301
6.مشروع عملي على الترميز........308
7.مشروع عملي على التشفير........309
8.الخلاصة........310
9.لمحة عن الوحدة الخامسة........310
10. إجابات التدريبات........312
11.الخلاصة........317
12.الملحق A1: بعض الدوال الأولية........319
الوحدة الخامسة: آلية نقل البيانات الرقمية........321
1. المقدمة........323
2.شبكات الاتصال الرقمي DigitalCommunicationNetworks........325
3.بروتوكولات نقل البيانات الرقمية........351
4.الخلاصة........369
5.إجابات التدريبات........370
6.مسرد المصطلحات........372
7.الملاحق........375
8.المراجع........376

الوحدة الأولى

المفاهيم الأساسية لتقنية المعلومات

Basic Concepts of Information Technology

١ . المقدمــــة

1.1 تمهيـــــــد:

مرحباً بك، عزيزي القارئ، في الوحدة الأولى من كتاب «مقدمة في تكنولوجيا المعلومات وأنظمة الاتصالات» وهي بعنوان «المفاهيم الأساسية لتقنية المعلومات».

تعتبر المعلومات عصب التقنية الحديثة والحياة العصرية، لذلك يعتمد الإنسان في حياته اليومية على مفردات معلوماتية عديدة منها حالة الطقس مثلاً ويستفيد من خلال معرفته بذلك كي يستعد من حيث الملبس والمأكل، وكذلك فإن معرفة أخبار الدولة التي نعيش فيها أصبحت مهمة جداً حيث تؤثر في حياتنا اليومية بشكل مباشر. ومجموعة المعلومات الاجتماعية والاقتصادية والدينية والعلمية تكوّن ثروتنا المعرفية. لذلك فمقدار هذه المعلومات يؤدي بالضرورة إلى نمط حياة معين لدى الأشخاص.

وكما نرى فإن التطور في إيصال وتداول المعلومات سيؤدي إلى تطور في جميع نواحي الحياة الإنسانية ويجعل عجلة التطور تدور بسرعة أكبر حيث إن الخبرات المتراكمة للشعوب تؤدي إلى تجميع العقل الاجتماعي وبالتالي زيادة الإنتاج المعرفي للشعوب. وللوصول إلى النتائج المطلوبة من وصول المعلومات لأكبر عدد ممكن من الأشخاص نحتاج إلى قنوات إيصال. وهذه القنوات متعددة فمثلاً كانت في القديم من خلال الشعر والأدب وتطورت إلى الصحف والإذاعة والآن نجدها تدخل كل منزل من خلال أجهزة الاتصالات المتعددة وأكثرها من ناحية كمية المعلومات هي الإنترنت؛ حيث نستطيع الوصول إلى معلومات على مدار الساعة من أي منطقة على الكرة الأرضية.

يهدف هذا الكتاب للتعريف بالعلوم الأساسية التي تعنى بالمعلومات من حيث ماهيتها وطريقة نقلها. وفي هذه الوحدة نتعرض للتعريف على المعلومات وطرق قياسها وأهميتها.

1.2 أهداف الوحدة

يتوقع منك عزيزي القارئ بعد الانتهاء من قراءة هذه الوحدة أن تكون قادراً على أن:

١- تعرف مفهوم المعلومة.

٢- تشرح مفهوم قياس المعلومة.

٣- تشرح أهمية استخدام المعلومات وتبادلها.

٤- تشرح أنواع المعلومات المتبادلة.

٥- تستخدم برمجية MatLab في التطبيقات الهندسية.

1.3 أقسام الوحدة

القسم الأول: أساسيات في تقنية المعلومات ويغطي الهدفين الأول والثاني.

القسم الثاني: استخدام المعلومات وتبادلها ويغطي الهدفين الثالث والرابع.

القسم الثالث: مقدمة إلى MatLab واستخدامه في التطبيقات الهندسية ويغطي الهدف الخامس.

2. أساسيات في تقنية المعلومات

2.1 أنواع المعلومات وأشكالها:

هنالك تقسيمات كثيرة لأنواع المعلومات من حيث شكل وجودها الطبيعي مثل الصوت والصورة والمعلومات المكتوبة إما خط يد أو على جهاز حاسوب والمعلومات المرمزة في الطبيعة مثل وجود أو عدم وجود شيء ما أو فتح وإغلاق باب... إلخ. وكي تصبح المعلومات هذه مناسبة لعملية النقل الإلكتروني نقوم في البداية بتحويلها إلى إشارات كهربائية تستطيع الأجهزة الإلكترونية التعامل معها ثم نقوم بترميزها ومعالجتها كي تصبح مناسبة للإرسال والاستقبال. وهنالك تقسيمات أخرى للمعلومات من حيث أهميتها وطبيعة الحدث التي تحمله فمنها ما هو أكثر أهمية من غيره أو أن له قيمة حقيقية أعلى من غيره. وهذا التقسيم يجري على نوع معين من المعلومات حسب المعنى والاستخدام، فمثلاً إن أردنا إرسال قيمة دفعه ماليه لنقل إنها «9850 ديناراً» فإن قيمة الرقم «9» أكبر بكثير من قيمة الأرقام «8 و5» والصفر لذلك يمكن التعامل مع هذه الأنواع من المعلومات بأشكال مختلفة تبعاً لقيمتها الحقيقية.

وتكون أشكال المعلومات مختلفة حسب وجودها بالطبيعة ويحتاج كل شكل من أشكال المعلومات لمعالجة مختلفة حسب طبيعته؛ مثلاً معلومات الصوت تحتاج لجهاز ميكروفون لالتقاطها وتحويلها إلى إشارة كهربائية أما معلومات الصورة فهي بحاجة إلى كاميرا إلكترونية لالتقاطها وتحويلها لإشارات كهربائية ومن هنا فإن الإشارات الكهربائية التي تمثل الصوت تختلف بخواصها الكهربائية عن إشارات الصورة وهذه الخواص التي نهتم بها في عملية الإرسال والاستقبال هي شدة الإشارة ومحتوى الإشارة الترددي.

تدريب (1)

ما مفهوم المعلومة؟

2.2 تقنية المعلومات الرقمية Digital Data Technology

كما رأينا في الفقرات السابقة فإن أشكال المعلومات المختلفة تنعكس على إشارات كهربائية مختلفة في خصائصها، وهذا يفرض التعامل معها بخصوصية كلاً حسب نوع المعلومة. وإذا قمنا بتحويل هذه المعلومات لشكل واحد إلكتروني سيجعل التعامل معها أسهل وهذه العملية تتم بالتحويل إلى المعلومات الرقمية حيث إن الإشارات الكهربائية تمثل بأرقام حسابية وهذه الأرقام الحسابية تمثل بالنظام الثنائي (Binary). والنظام الثنائي يمثل أساساً للتعامل مع المعلومات الرقمية إذ أنه اللغة الحقيقية للحاسبات والأجهزة الرقمية، ويمكن التعبير عن أي قيمة فقط باستخدام رقمين هما (1،0) وتسمى الوحدة بالبت (Bit) وتكون قيمتها إما صفراً أو واحداً. ويمكن ترميز أي رقم باستخدام مجموعة من البتات على شكل مصفوفة فمثلاً كل ثماني بتات تكون مجموعة تسمى بالبايت (Byte) وهي الوحدة المستخدمة لقياس حجم المعلومات. وتتميز المعلومات الرقمية عن بعضها بما تحتويه لذلك يلزم وضع لغة مناسبة لكتابة هذه المعلومات وقراءتها وتسمى هذه اللغة بالبروتوكول.

وأهمية استخدام المعلومات الرقمية تنبع من وجود مثل هذه اللغات أو البروتوكولات حيث نستطيع تشكيل المعلومات بسهولة ووضع معلومات إضافية داخلها كي نزيد من فعالية هذه المعلومات وفعالية التطبيقات التي تتعامل معها. فمثلاً نستطيع وضع معلومات عن المتحدث وترجمة بلغة أخرى مع معلومات الصوت الأصلية في حالة إشارات الصوت وأيضاً نستطيع ترجمة فيلماً تلفزيونياً إلى لغات عديدة يختارها المشاهد في حالة إرسال الصور على طريقة المعلومات الرقمية وهذا مستخدم فعلاً كما في حالة الـ Digital Versatile Disk (DVD).

2.3 مقياس كمية المعلومات الرقمية Data Efficiency

بما أن المعلومات الرقمية تتساوى في شكلها الكهربائي وهو إما إشارة (0) أو إشارة (1) فإن كميتها وسرعة تغيرها هو الذي تحدده المعلومة الأصلية. لذلك فهنالك مقياسية للمعلومات: كمية المعلومات وتقاس بالبايت (أو البت) وسرعة المعلومات وتقاس بالبت لكل ثانية (bps). ويستخدم المقياس الأول لتخزين المعلومات ومقارنتها من

حيث الحجم، والمقياس الثاني يستخدم لمعرفة السرعة اللازمة لإرسالها وحساب سعة قنوات الاتصال اللازمة لإرسالها. وغالباً ما تكون المعلومات متغيرة بشكل عشوائي مما يجعل حساب رقم ثابت لسرعتها غير ممكن لذلك فإننا نستخدم في هذه الحالات معدلات سرعة المعلومات أو القيمة القصوى لسرعة المعلومات.

ونهتم أيضاً بالتوزيع الإحصائي للمعلومات الرقمية وذلك كي نتمكن من إجراء بعض العمليات الرياضية وأهمها ضغط المعلومات مما يوفر في كلفة الإرسال والتخزين. وكي نقيس مقدار المعلومات الموجودة نحتاج لمعرفة احتمال وجود كل رمز على حدة، فمثلاً في النظام الثنائي نحتاج لمعرفة احتمال وجود الصفر واحتمال وجود الواحد ومنها فإننا نستطيع حساب كمية المعلومات كما يلي:

$$H = -\sum_{i=o}^{1} P_i \log_2 (P_i) \ \ bits \qquad (1)$$

حيث P_o هو احتمال وجود الرقم صفر و P_1 هو احتمال وجود الرقم 1 و H تسمى بعشوائية المصدر التي هي مقياس لكمية المعلومات الصادرة. وكمية المعلومات التي يحملها أحد الرموز تعطى:

$$H_i = -P_i \log_2 (P_i) \ \ bits \qquad (2)$$

مثال (1):

إذا علمت أن الرقم صفر يظهر «70٪» من الوقت، أوجد كمية المعلومات لهذا المصدر؟

الجواب:

إذا كان احتمال وجود الصفر هو «70٪» فإن احتمال وجود الواحد هو «30٪» وبذلك $P_1 = 0.3$ ، $P_o = 0.7$ و $H = -(P_o \log_2 (P_o) + P_1 Log_2 (P_1))$

$H = -(0.7 \ \log_2 (0.7) + 0.3 \, Log_2 (0.3))$ والجواب $H = 0.8813 \ bits$

وهذا الرقم يعني أن مصدر المعلومات ينتج ما يعادل (0.8813 bit) في كل مرة يعطى فيها معلومة. ومن هنا فإن سرعة المعلومات لهذا المصدر تعطى بهذا الرقم مضروبًا في سرعة إنتاج المعلومات، فمثلاً لو كان هذا المصدر ينتج «10 آلاف» معلومة في الثانية

فإن سرعة المعلومات تكون (8813 bit /sec.).

وهذا النظام الإحصائي يعطي فكرة عن إمكانية ضغط المعلومات الصادرة عن مصدر ما. ففي مثالنا السابق فإنه يمكن ضغط «10 آلاف» رمز (سرعة خروج المعلومات من المصدر) بـ8813 bit.

تدريب (2)

كيف نقيس المعلومات الرقمية؟

تدريب (3)

إذا علمت أن حرف الميم في اللغة العربية يظهر بنسبة «13%» في مفردات اللغة، أوجد كمية المعلومات التي يحتويها هذا الحرف وحده.

تدريب (4)

إذا علمت أن مصدراً للمعلومات الرقمية ينتج أربعة رموز هي {A,B,C,D} واحتمالات وجودها بالترتيب هي {0.2,0.4,0.3,0.1} فكم يحمل هذا المصدر كمية معلومات؟

أسئلة التقويم الذاتي (1)

1 – ما هي أصغر وحدة قياس لحجم المعلومة ومما تتكون؟

2 – المصفوفة المتكونة من 8 بت ماذا تسمى؟

3. استخدام المعلومات وتبادلها

إن أهمية المعلومة تجعلها قابلة للتداول بين الأطراف المختلفة ومن هنا تظهر الحاجة إلى نقل المعلومات بصور مختلفة وأهمها الصورة الإلكترونية حيث هي الأسرع والأكثر اعتمادية من بين الوسائط الأخرى. وكما سبق لنا معرفة أن أنواع المعلومات تختلف حسب وجودها بالطبيعة فمنها الصوت والصورة والرسائل المكتوبة والإشارات المرمزة... الخ.

3.1 أهمية المعلومات

تنبع أهمية المعلومات من مصدرها ومدى تأثيرها على الحياة الحقيقية. فمثلاً الأخبار الحية قد تؤدي إلى تدارك كثير من الخسائر للإنسان، كنقل أخبار الطقس والكوارث الطبيعية. وجميع المعلومات الطبيعية يمكن تحويلها إلى معلومات إلكترونية. ومن هنا فإننا نناقش هذه المعلومات على صورتها الإلكترونية حيث تكافئ كل معلومة الكترونية معلومة حقيقية.

3.2 استخدامات المعلومات في مجالات الحياة المختلفة

إذا دققنا في الحياة اليومية فإننا نرى أنها قائمة على تبادل المعلومات إذ إن أبسط صورة هي اللغة، فالجميع يبدأ يومه بالكلام والتواصل وما هذه الأفعال إلا تبادل معلومات واستخدام لها. ويرتقي الأسلوب إلى تراسل الصوت عن بعد أو الصور حيث نستمع للمذياع ونشاهد التلفاز وهذه الأجهزة ما هي إلا وسائل لنقل المعلومات. وتعتمد ثقافة المجتمع على اللغة التي هي وسيلة لتبادل المعلومات. لذلك نرى أن حياة الإنسان لا تكاد تخلو لحظة من تبادل هذه المعلومات. وما الكتب المؤلفة والنشرات المكتوبة إلا وسيلة أخرى لنقل المعلومات وحفظها ليعاد الاستفادة منها في مكان وزمان مختلفين. والتعليم من أهم طرق نقل المعلومات، حيث تنتقل المعلومات والثقافة والخبرات من جيل إلى آخر عن طريق التعليم. فكيفية صناعة شيء ما معلومة والتاريخ الذي يجمع

الشعوب مع بعضها البعض هو أيضاً كمية من المعلومات لذلك نرى أن الحياة بشكل عام هي مجموعة من المعلومات التي تؤثر في سلوكنا ومستقبلنا.

ومن جهة أخرى نجد أن الصناعات والحرف وسلوكيات الناس مدفوعة بالمعلومات المتوفرة لهم، فمثلاً فإن الطبيب يعالج المرضى حسب المعلومات التي انتقلت إليه خلال دراسته وخبراته العملية وكذلك النجار فإنه يصنع الأثاث من خلال معلوماته وخبراته في تصنيع الخشب وهكذا جميع المهن المعروفة والتي هي أساس التعايش الإنساني في المجتمعات. ونذكر هنا إحدى أهم المعلومات وهي المعلومات العسكرية فإن معلومة ما قد تبدأ حرباً أو تنهيها لذلك نجد أن بعض المعلومات لها أهمية أكبر من غيرها. ومن هنا نجد الحاجة إلى التعامل مع هذه المعلومات بطرق مختلفة تبدأ من طرق تحويلها إلى الصورة الالكترونية وتنتهي بطريقة تراسلها والتعامل معها الكترونيا.

3.3 قيمة المعلومات العملية وطرق تبادلها

نقتصر حديثنا هنا على المعلومات العملية وهي التي تدخل في الأعمال اليومية للإنسان مثل التبادلات التجارية بين الشركات والبنوك والمعلومات المصرفية بين الإدارات والمعلومات العلمية بين العلماء والباحثين. وكما نرى فإن المعلومات البنكية تترجم مباشرة إلى أرصدة آمنة يسهل على العملاء معاملاتهم النقدية اليومية، وتطورت هذه التعاملات إلى ما يعرف الآن بالنقد البلاستيكي الذي يتمثل بالبطاقات الائتمانية حيث يستطيع المرء شراء حاجياته باستخدام هذه البطاقات كي يستخدم العملة الحقيقية. وعند استخدام هذه البطاقات فإن المعلومات تنتقل الكترونياً من المتجر إلى الحسابات البنكية دون خطأ أو خلل، وتعتمد هذه الطريقة في كثير جداً من المتاجر والمؤسسات النقدية على مستوى العالم. فيمكن لحامل البطاقة التنقل في معظم بلدان العالم دون الحاجة لحمل مبالغ كبيرة من العملات النقدية مما يشعره بالأمان على أمواله من السرقة والضياع.

وكما رأينا فإن سهولة التعاملات النقدية وسرعتها تعتمد على نقل معلومات البيع والشراء بطريقة سريعة وآنية. وهذا النقل يتم عن طريق وجود آليات اتصال بين النقاط المختلفة على مستوى الكرة الأرضية عامة. ومن هذه الآليات الهاتف والفاكس والتلكس

والانترنت. وباجتماع آليات النقل هذه جعلت الاتصال بين الشعوب المختلفة ممكناً ولا يحتاج لمعاناة كبيرة وقد نستنتج أن تطور هذه الآليات للنقل الالكتروني يقرب الشعوب من بعضها أكثر ويقلل النزاعات والاختلافات فيما بينها.

ومن أعظم فوائد تراسل المعلومات هو المستخدم في التعاملات التجارية من بيع وشراء بضائع وهذا يمكّن المستهلك في الوطن العربي مثلاً من الحصول على البضائع التي تصنّع في الصين أو اليابان. وكذلك تمكّن الشركات التجارية من جعل المصانع في الجهة الأخرى من الكرة الأرضية إنتاج سلعة يحتاجها الناس في المناطق المحلية، ومن الأمثلة على ذلك أن أشمغة الرأس المستخدمة بكثرة في الوطن العربي يصنع معظمها في الصين وقد لا نجد شخصاً صينياً يعتمرها. وإذا نظرنا للأمر من الجهة المقابلة فإن المصانع في الصين وجدت أسواقاً لمنتجاتها على مسافة قد تزيد عن عشرة آلاف كيلومتراً وذلك عن طريق تبادل المعلومات.

تدريب (5)

اذكر خمسة مجالات تعتمد على تبادل المعلومات في إنجاز أعمالها؟

تدريب (6)

ما هي الأنواع الرئيسية للمعلومات؟

أسئلة التقويم الذاتي (2)

1- ما أهم طرق نقل المعلومة؟

2- ما هي أعظم فوائد تراسل المعلومات؟

4. مقدمة إلى MatLab واستخدامه في التطبيقات الهندسية

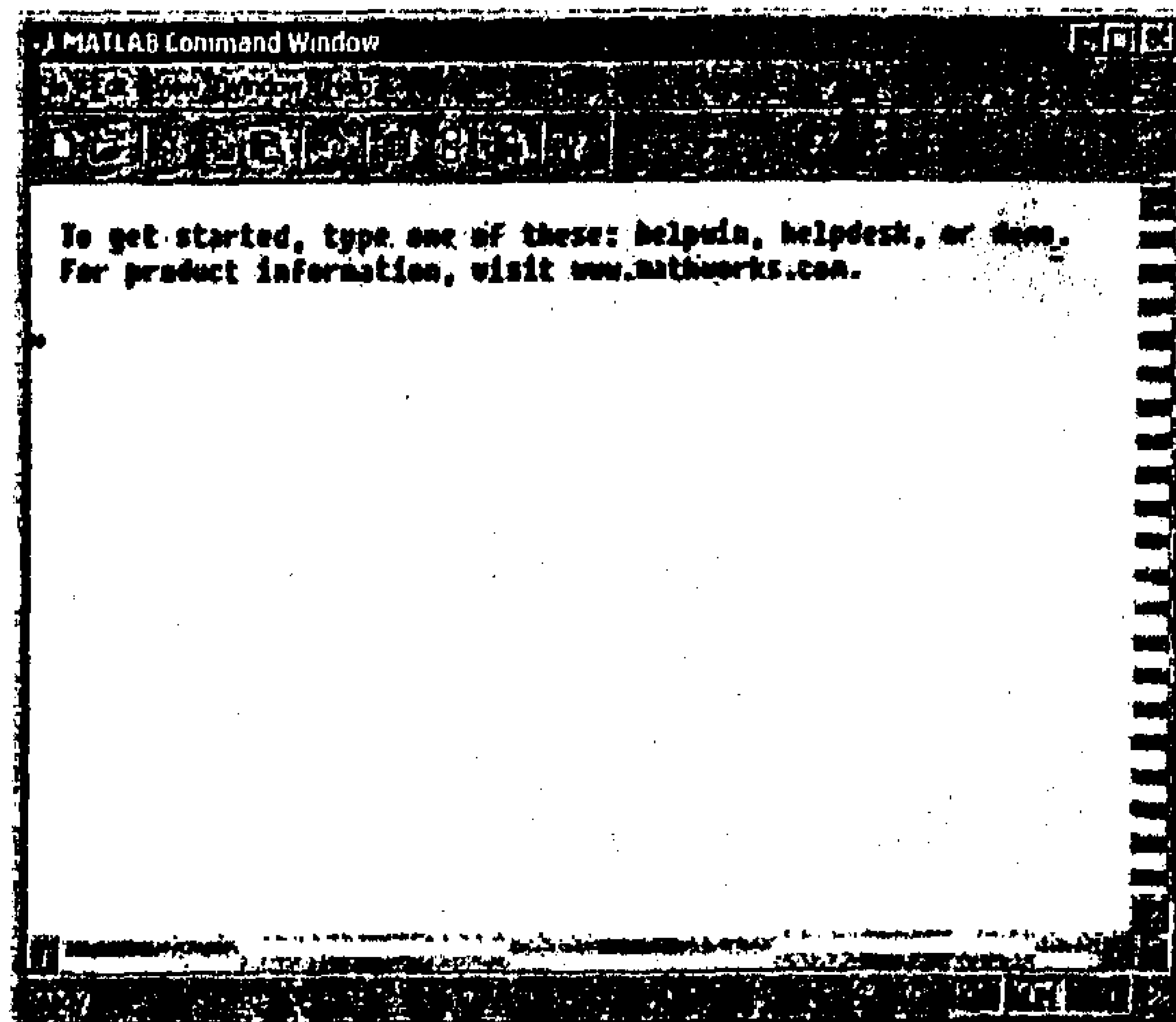
مع زيادة قدرة الحواسيب الشخصية ظهرت برمجيات جديدة لتساعدنا على إجراء عملياتنا الحسابية بشكل سريع وكذلك لتمكيننا من التعامل مع كميات كبيرة من الأرقام وبسرعة. من هذه البرمجيات نظام الـ MATLAB حيث نستطيع التعامل من خلاله مع المصفوفات الرقمية وحل المعادلات وإجراء التكاملات المحدودة ورسم النتائج وإظهارها بطريقة مناسبة. لذلك فإن الـ MATLAB يعتمد على تعريف المتغيرات بأرقام محددة ومن ثم إجراء العمليات المختلفة عليها وكذلك نستطيع أن نقوم ببعض عمليات البرمجة من خلال نظام الـ MATLAB. ويقوم نظام الـ MATLAB بتنفيذ العمليات الرياضية على التوالي حيث يبدأ بتنفيذ الأوامر من السطر الأول ثم الثاني وهكذا. ولكي نتعلم مبادىء استخدام هذا النظام فإننا نقسم العملية إلى الأقسام التالية:

1 - تعريف المتغيرات وإدخال قيمها.

2 - إجراء العمليات الرياضية على المتغيرات.

3 - إنشاء ملفات نوع m التي تحتوي على أوامر مبرجة لنظام الـMATLAB.

شكل (٦) يمثل النافذة الرئيسية لبرنامج MatLab حيث يتم إدخال الأوامر عند إشارة: >>



شكل (1): النافذة الرئيسية لبرنامج MatLab

لتعريف متغير ما (مثلاً x) وتحديد قيمته بـ "2 فإننا ندخل الأمر التالي:

تم نضغط [Enter]

يعيد كتابتها الجهاز

ليعلمنا بأنه تم تنفيذ الأمر

```
>> x = 26
   x =
  26
>>
```

وكي نلغي عملية إعادة الكتابة من الكمبيوتر فإننا نضع علامة ; بعد إدخال الأمر كالتالي:

```
>> x = 26 ;
>>
```

ولتنفيذ العلاقة $y = x^2 + 5$ عند $x = 10$

نقوم بما يلي:

```
>> x = 10;
>> y = ^2 + 5
   y =
      105
>>
```

وإذا أردنا تنفيذ العلاقة التالية $z = x^3 + y \sin(2x)$ عند $x = \pi/4$, $y = 5$

فإننا نقوم بما يلي:

```
>> x = Pi/4;
>> y = 5;
>> Z = x^3 + y * sin (2 * x)
      Z =
            5.4845
>>
```

وكما نرى فإن العدد π= Pi = 3.1416 معرف داخلياً لدى الـMatLab. وتعرف

الزوايا بوحدة (rad) لذلك فإن $\sin(2 * x)$

$= \sin(2.\pi/4) = \sin(\pi/2) = 1$

ويستطيع الدارس الرجوع إلى المساعدة في نظام الـMatLab لمعرفة الدوال المعرفة داخلياً وهي كثيرة جداً.

وتكمن قوة هذا النظام بقدرته على التعامل مع المصفوفات فإذا أردنا أن نعرف متغيراً على شكل مصفوفة بصف واحد مثلًا :

X = [5 6 7 3]

فإننا نقوم بإدخال الأمر التالي:

```
>> x = [5 6 7 3 ]

     x =

          5   6   7 3

>>
```

لاحظ هنا أن العناصر موجودة داخل قوس مربع ويفصلها عن بعضها فراغ.

وإذا أردنا تعريف مصفوفة تحوي أكثر من صف لتشكيل مجموعة أعمدة ومجموعة صفوف كالتالي:

$$x = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

فإننا نقوم بإدخالها كما يلي:

```
>> x = [5 2 1;4 6 3;2 1 6]

     x =

              5    2    1

              4    6    3

              2    1    6


>>
```

لاحظ هنا أن الفا... يفصل بين عناصر الصف الواحد.

ولتحويل صف إلى عامود أو العكس فإننا نستخدم الأمر التالي:

وتسمى هذه العملية Transpose وتكتب رياضياً X^T.

```
>> x = [1 2 3]'

      x =

             1

             2

             3

>>
```

وإذا أردنا إجراء العمليات الحسابية على المصفوفات وباتباع الطرق الرياضية الصحيحة فإننا نقوم بضرب المصفوفات وأخذ مقلوب مصفوفة كما نتعامل معها على الورقة، فمثلاً نضرب صفين

$X = [\ 1\ 2\ 3]\ ,\ y = [\ 2\ 4\ 6]$

نقوم بما يلي:

$x\, y^T = W$ (الضرب الداخلي)

$x^T y = Z$ (الضرب الخارجي)

```
>> x = [1 2 3];
>> y = [2 4 6];
>> W = x*y'
     W =

            28

>> Z = x'*y
   Z =

          2    4    6
          4    8    6
          6   12   18

>>
```

ونستطيع تعريف صفوف ذات عناصر متتالية كما يلي:

ويمكن للدارس تجريب عدة خيارات ويأبعاد مختلفة ولكن يجب تساوي عدد العناصر في كل صف.

```
>> X = [1:5]
   X=
        1  2  3  4  5
>> X = [1: 3 ; 5: 7]
     X =
          1  2  3
          5  6  7
>>
```

وإذا أردنا تكوين مصفوفة من صفين بنفس عدد العناصر نستطيع عمل التالي:

```
>> x = [2 3 4] ;

>> y = [5 1 3] ;

>> Z = [x ; y ]

   Z =

             2 3 4

             5 1 3

>>
```

وللقيام بعمليات معينة على مصفوفة فإننا نعاملها وكأنها متغير واحد، فمثلاً للقيام بالعمليات الرياضية التالية:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} , \; B = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$Z = A.\,B$$

فإننا نقوم بالأوامر التالية:

```
>> A = [2 1 ; 5 3] ;

>> B = [1 6 ; 2 4] ;

>> Z = A * B

   Z =

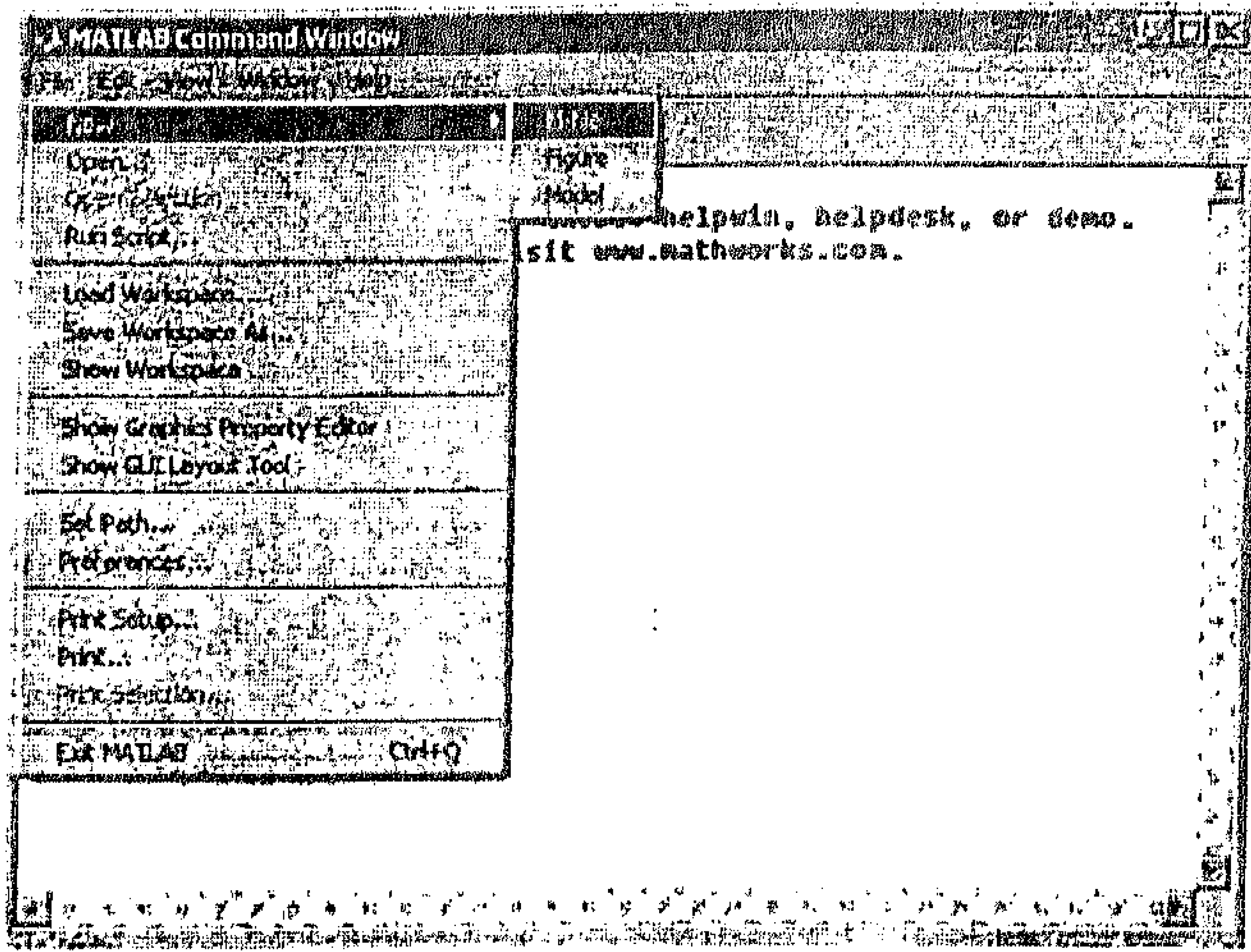


        4   16
       11 42

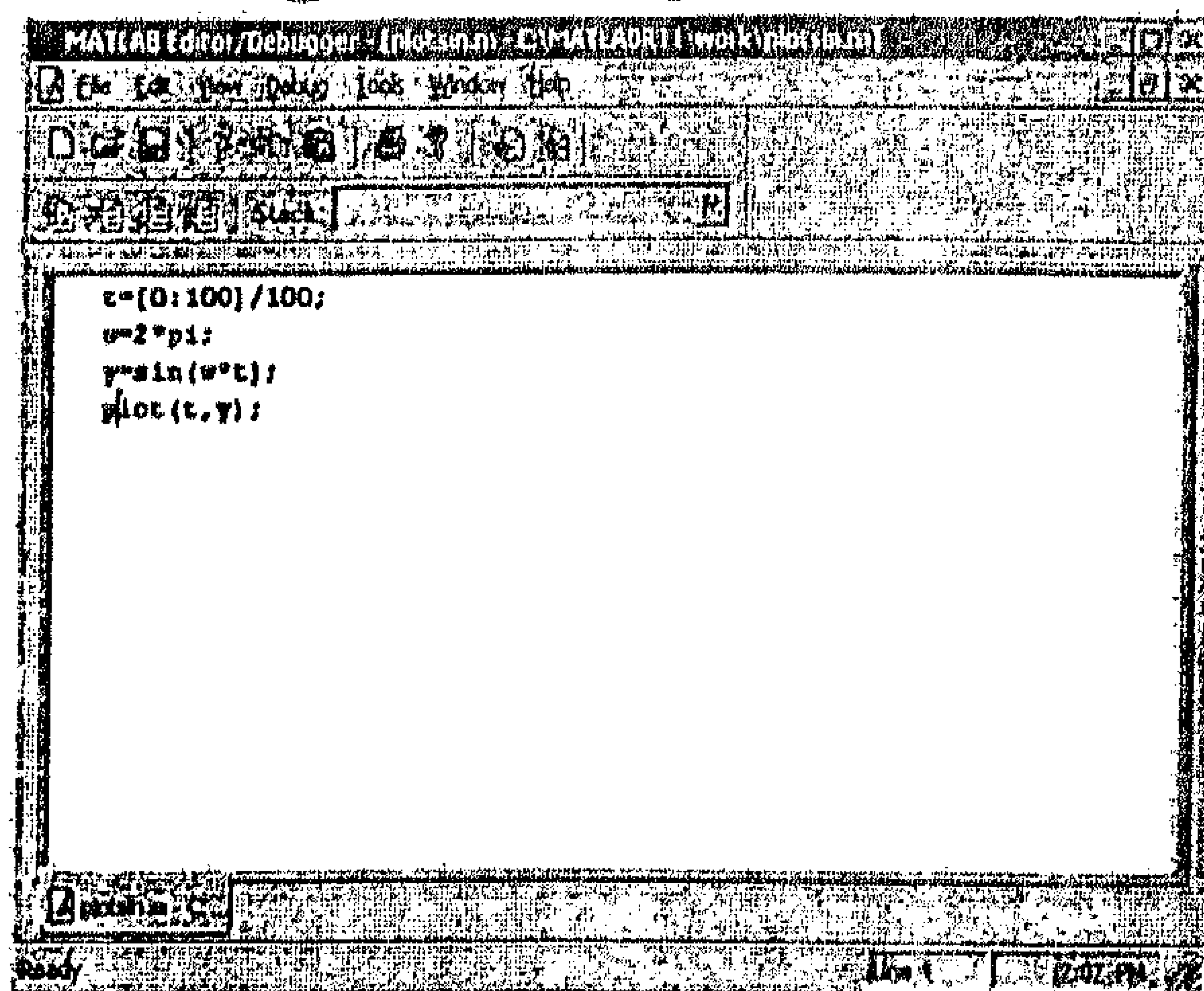
>>
```

فكما نرى مما سبق فإن نظام الـMatLab يقوم بتنفيذ الأوامر بالتتابع وينصح الدارس

بالرجوع إلى قرص المساعدة لمعرفة الأوامر التي يحتاجها لكثرتها وتعددها حيث إنه هنالك مكتبات لكل المجالات الهندسية مبنية على مجموعات من الأوامر في ملفات من نوع m. وهذه الملفات عبارة عن أوامر متتابعة محفوظة في ملف يمكن قراءته باستخدام أي برنامج يقرأ ملفات الـ Text. وهنالك برنامج يأتي مع منظومة الـ MatLab يمكن استخدامه لتكوين ملفات الـm شكل (2). فمثلاً إذا أردنا رسم اقتران جيب على مدى من صفر إلى 2π يمكن كتابة ملف من نوع m وتسميته Plotsin.m كما في الشكل (3).



شكل (2): فتح ملف جديد نوع m.

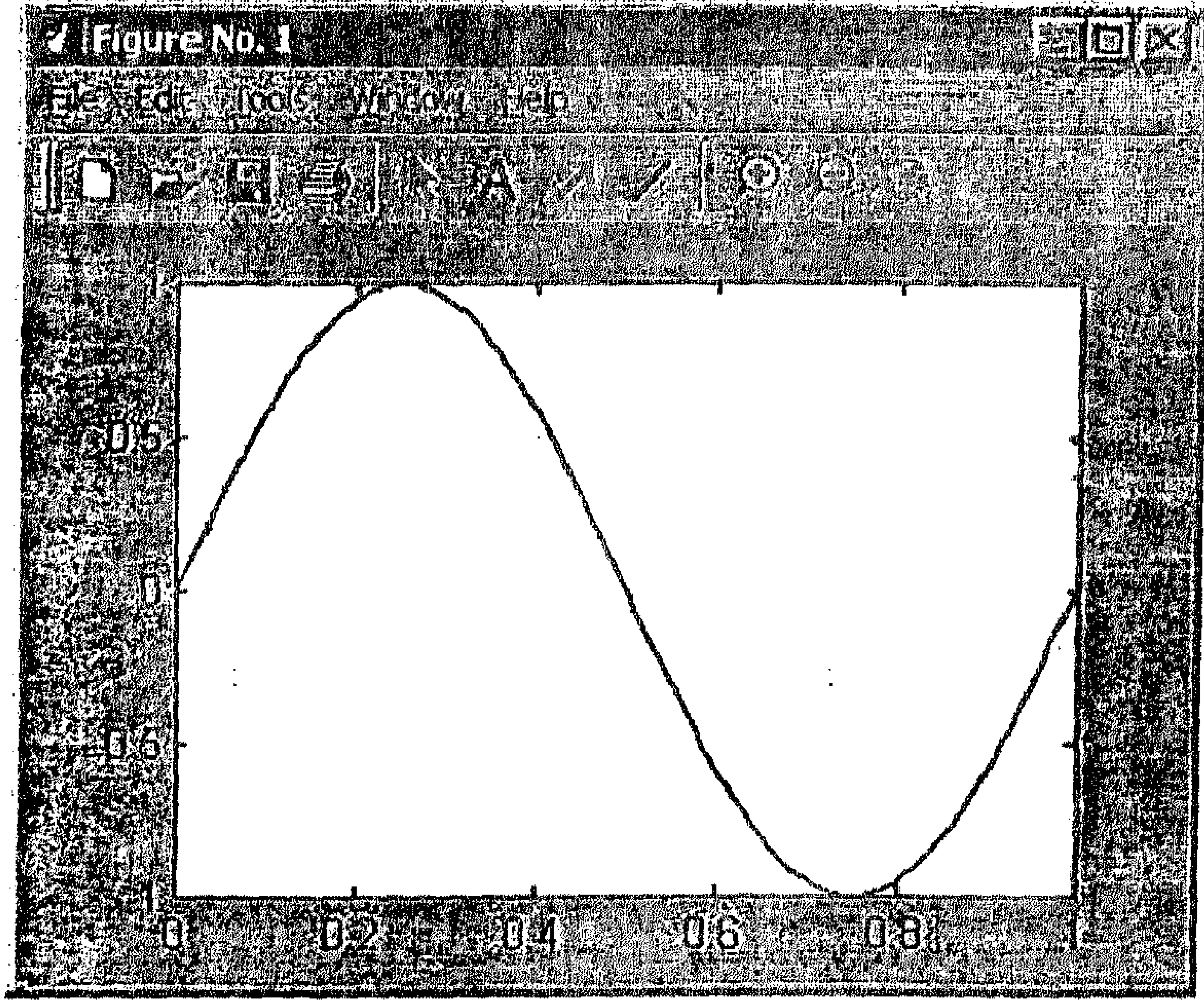


شكل (3): ملف Plotsin.m

ولتنفيذ الأوامر نقوم بإدخال اسم الملف كالتالي:

>>Plotsin

وتظهر النتيجة كما في الشكل (4).



شكل (4): نتيجة تنفيذ ملف Plotsin.m

وفي الملحق (1) نسرد مجموعة من أوامر الـ MATLAB التي يمكن استخدامها إما مباشرة أو من خلال ملفات نوع M. ويمكن الحصول على مكتبات عديدة من خلال موقع الانترنت للشركة المنتجة لهذه البرمجيات.

تدريب (7)

ما هي الأوامر المستخدمة في الـ «Matlab» لرسم المنحنى التالي:

$y = (5x^2+0.5)\cos(20\pi t)e^{-x}$ حيث $t \in (0, 10)$ $x \in (0, 5)$

5. الخلاصة

تعرضنا في هذه الوحدة لمفهوم المعلومات وطبيعتها وكذلك لطرق قياسها في حالتها الالكترونية وأهميتها التي تجعلها أهم دعائم البشرية واستمرارها. وقد تطرقنا لأهمية تبادل المعلومات وكيف أنها تقرب الشعوب على جميع المستويات وكيف أن تطور طرق تبادل المعلومات ينعكس مباشرة على سعادة البشرية والخير للجميع.

6. لمحة عن الوحدة الثانية

في الوحدة الثانية سنقوم بدراسة أساسيات الاحتمالات والإحصاء وكذلك سندرس مفهوم المتغير العشوائي واقترانات الكثافة الاحتمالية. وتكمن أهمية هذه الوحدة في استخدام مفاهيمها في دراسة المواضيع التي ستتعرض لها في الوحدات اللاحقة.

7. مسرد المصطلحات

- البت: وحدة قياس المعلومات وتكون إما 0 أو 1.
- عشوائية المصدر: طريقة قياس كمية المعلومات باستخدام احتمال ظهور كل عنصر فيها.
- MatLab: برمجية تستخدم لتنفيذ العمليات الرياضية على الحاسوب.

8. إجابات التدريبات

1. المعلومة هي وصف حدث ما، مادي أو غير مادي وهذا يتضمن الإخبار عن الحدث أو وصف الجوهر أو رد الفعل الذي يمكن نقله.

2. تقاس المعلومات من حيث كميتها بعد تحويلها إلى إشارات مقياسية بوحدة البت، وكمية المعلومات تقاس بعشوائية المصدر حسب العلاقة (1).

3. كمية المعلومات التي يحتويها حرف الميم هي باستخدام العلاقة (2).

$$H = -0.13 * \log_2 (0.13) = 0.3826 \text{ bits}$$

4. مجموع المعلومات التي يحتويها تساوي عشوائية المصدر

$$H = -0.2 \log_2 (0.2) - 0.4 \log_2 (0.4) - 0.3 \log_2 (0.3)$$
$$-0.1 \log2 (0.1) = 1.846 \text{ bits}$$

5. المجالات الخمسة التالية تعتمد على تبادل المعلومات في إنجاز أعمالها:

1. قطاع البنوك 2. الصحافة 3. السوق المالي 4. التعليم 5. المواصلات

6. الأنواع الرئيسية للمعلومات هي:

1. معلومات الصوت 2. معلومات الصورة 3. المعلومات المكتوبة

4. المعلومات المرمزة بالطبيعة

7. لرسم المنحنى تستخدم الأوامر التالية:

```
>> t [0: 0.1:1 0];
>> x = [0: 0.1: 5];
>> Y = (5 * x.* x + 0.5) * cos (20 * PI * t) * exp ( -x)
>> pl. + (Y)
```

الوحدة الثانية

أساسيات في الإحصاء والاحتمالات

Fundamentals of Statistics and Probability

1. تمهيد

مرحبا بك، عزيزي القارئ، إلى الوحدة الثانية من كتاب «مقدمة في تكنولوجيا المعلومات وأنظمة الاتصالات» وهي بعنوان «أساسيات في الاحصاء والاحتمالات».

علم الإحصاء علم يبحث في جمع كمية كافية من المعلومات في مجالات مختلفة تساعد في اتخاذ قرارات دقيقة في الحالات التي يظهر بها نوع من عدم التأكد. على سبيل المثال، يمكن جمع معلومات متعلقة بالأمور التجارية وفي مجال الإنتاج...إلخ. ومن ثم يمكن جمع هذه المعلومات بطرق معينة لتشمل جميع أجزاء المجتمع الإحصائي الذي هو قيد الدراسة ومن ثم اتخاذ القرارات المناسبة بناءً على هذه الدراسة. عند جمع هذه المعلومات يتم تمثيلها بطرق مختلفة عن طريق الجداول التكرارية أو عن طريق أشكال المنحنيات التكرارية المختلفة.

2.1 أهداف الوحدة

يتوقع منك عزيزي القارئ بعد الانتهاء من دراسة هذه الوحدة أن تكون قادراً على أن:

1. تفرغ وتمثل البيانات الإحصائية المختلفة باستخدام الجداول التكرارية.
2. تعرف مفهوم التجربة العشوائية والفضاء العيني والحوادث والعمليات المتعلقة بها بأنواعها المختلفة.
3. تحسب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري والوسط والتباين.
4. تشرح المتغير العشوائي واقتران الكثافة الاحتمالية المنفصل والمتصل.
5. تستخدم نظرية بيز ونظرية برنولي في حل المسائل المختلفة.
6. تحسب احتمالات متعلقة بالمتغير العشوائي.
7. تستخدم نظرية الاحتمالات في حل مسائل متعلقة بإرسال المعلومات.
8. تستخدم اقترانات الكثافة الاحتمالية لحساب احتمالية وقوع الأحداث المختلفة المتعلقة بالمتغير العشوائي.

3.1 أقسام الوحدة

1. أساسيات في الاحصاء، والذي سيتم تغطيته عن طريق دراسة البيانات باستخدام الطرق المختلفة لعرضها وتمثيلها بيانياً ودراسة المقاييس التخليصية الخاصة بها مثل مقاييس النزعة المركزية والتشتت، ويحقق هذا القسم الهدفين الأول والثالث من أهداف الوحدة.
2. نظرية الاحتمالات، في هذا القسم سيتم شرح مفهوم التجربة العشوائية والفضاء العيني والأحداث المستقلة والمشروطة، ويحقق هذا القسم الهدفين الثاني والسابع.
3. المتغير العشوائي، ويحقق هذا القسم الهدف الرابع من أهداف هذه الوحدة.
4. نظرية بيز، ويحقق هذا القسم الهدف الخامس من أهداف هذه الوحدة.
5. نظرية بيرنولي، ويحقق هذا القسم الهدف الخامس من أهداف هذه الوحدة.
6. الدالة الاحتمالية للمتغير العشوائي، ويحقق هذا القسم الهدف السادس من أهداف هذه الوحدة.
7. الاقتران الاجمالي للتوزيع الاحتمالي، ويحقق هذا القسم الهدف الثامن من أهداف هذه الوحدة.
8. منحنى دالة الكثافة الاحتمالية، ويحقق هذا القسم الهدف الثامن من أهداف هذه الوحدة.

2. أساسيات في الإحصاء (Fundamentals of Statistics)

1.2 تفريغ البيانات الإحصائية وعرضها

عزيزي القارئ، بعد الانتهاء من جمع البيانات الإحصائية المتعلقة بدراسة معينة، يتم دراسة هذه البيانات عن طريق تفريغها بجداول تكرارية أو عرضها باستخدام طريقة الرسم.

2.2 الجدول التكراري

هو عبارة عن جدول يربط كل عينة من الدراسة بتكرار حدوثها.

مثال (1):

البيانات التالية تمثل علامات 12 طالباً في مادة الإحصاء 70،50،92،70،60،50، 85،92،70،85،85،70. المطلوب تمثيل هذه العلامات في جدول تكراري.

الحل:

البيانات في هذا المثال ممثلة بالجدول التكراري (1)

جدول (1)

العلامات	أعداد الطلبة
50	2
60	1
70	4
85	3
92	2

لاحظ هنا أن مجموع التكرار يمثل أعداد الطلبة (المجتمع الإحصائي).

مثال (2):

البيانات التالية تبين حجم المبيعات لأصناف مختلفة من قطع الحاسوب لشركات

مختلفة كما هو مبين في جدول (2).

جدول (2)

صنف القطعة / اسم الشركة	كرت شاشة	Hard Drive	CD Player	Multi-media Card	المجموع
Dell	20	100	10	14	144
IBM	60	10	25	150	245
Compaq	30	45	70	90	235
المجموع	110	155	105	254	624

لاحظ أن في هذا الجدول التكراري كل عينه في الدراسة تتمثل في اسم الشركة وصنف القطعة المبيعة.

3.2 تمثيل الجداول التكرارية

بعد التأكد من تفريغ البيانات الإحصائية وعرضها بدقة في الجداول الإحصائية يمكن تمثيل هذه البيانات بإحدى الطرق التالية:

أ- الأعمدة (المستطيلات)

ب- المدرج التكراري

ج- استخدام الدوائر

أ + ب - طريقة الأعمدة أو المدرج التكراري:

عند استخدام طريقة الأعمدة أو المدرج التكراري نتبع الخطوات التالية:

- نرسم إحداثين يلتقيان في نقطة الأصل. يمثل المحور الأفقي القيمة الوصفية للبيانات والمحور العمودي القيمة التكرارية أو العددية المقابلة للقيمة الوصفية.
- نرسم حجم الأعمدة بنسبة تتناسب مع القيم التكرارية للقيم الوصفية.

مثال (3):

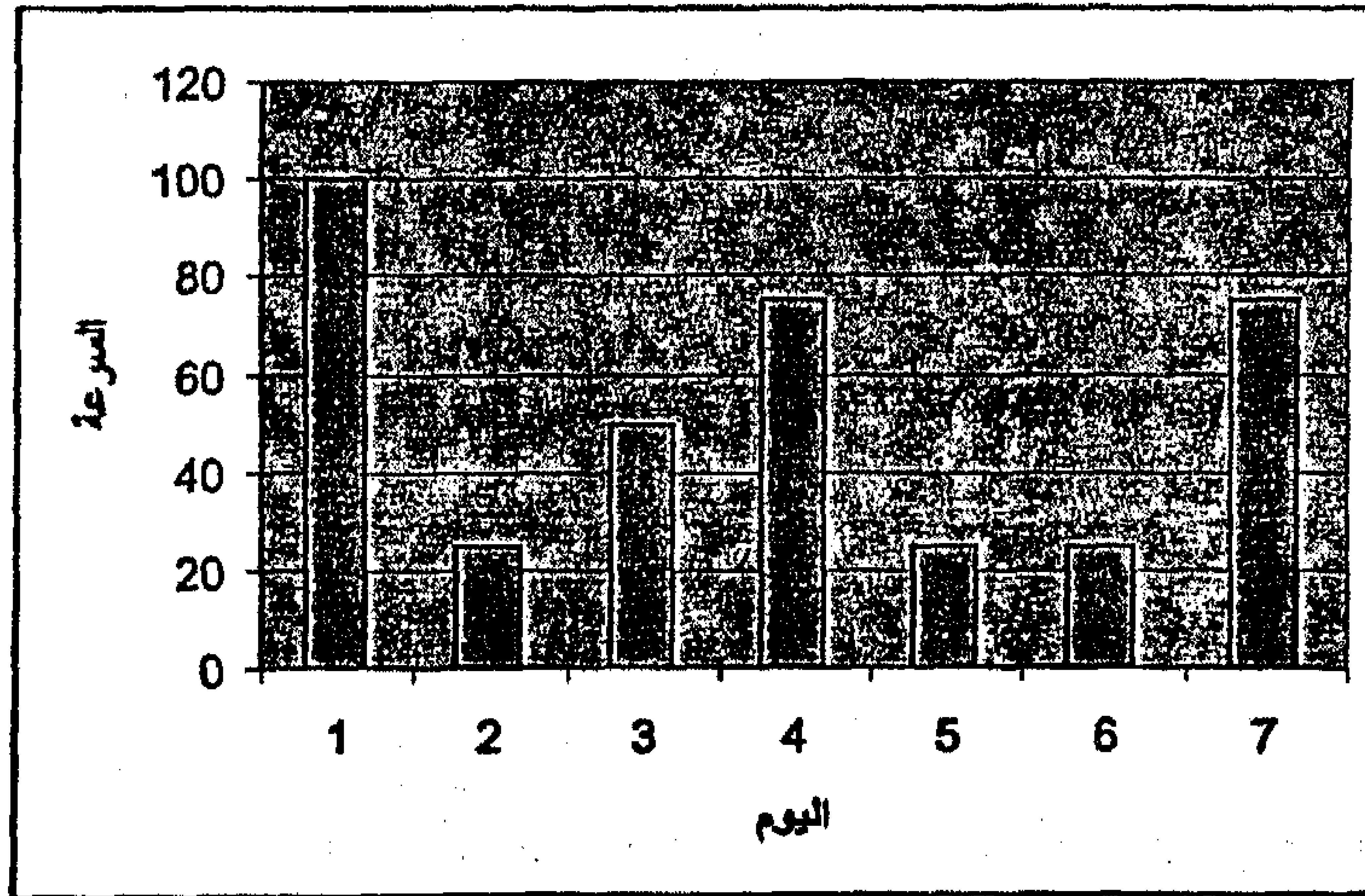
البيانات التالية في جدول (3)، تمثل دراسة لسرعة الانترنت في إحدى الجامعات في فترة زمنية مدّتها سبعة أيام. المطلوب تمثيل هذه البيانات بالأعمدة.

جدول (3)

اليوم	السرعة
1	100 k byte
2	25 k byte
3	50 k byte
4	75 k byte
5	25 k byte
6	25 k byte
7	75 k byte

الحل:

شكل (1) يوضح البيانات الموجودة في هذا الجدول التكراري بطريقة الأعمدة.



شكل (1)

لاحظ في هذا المثال أن البيانات الإحصائية لسرعة الانترنت يمكن أن تفيد في تقييم شبكة الانترنت في هذه الجامعة ومعرفة الأسباب التي تؤدي إلى التباطؤ في سرعتها واتخاذ القرارات المناسبة لتحسين سرعة الشبكة.

مثال (4)

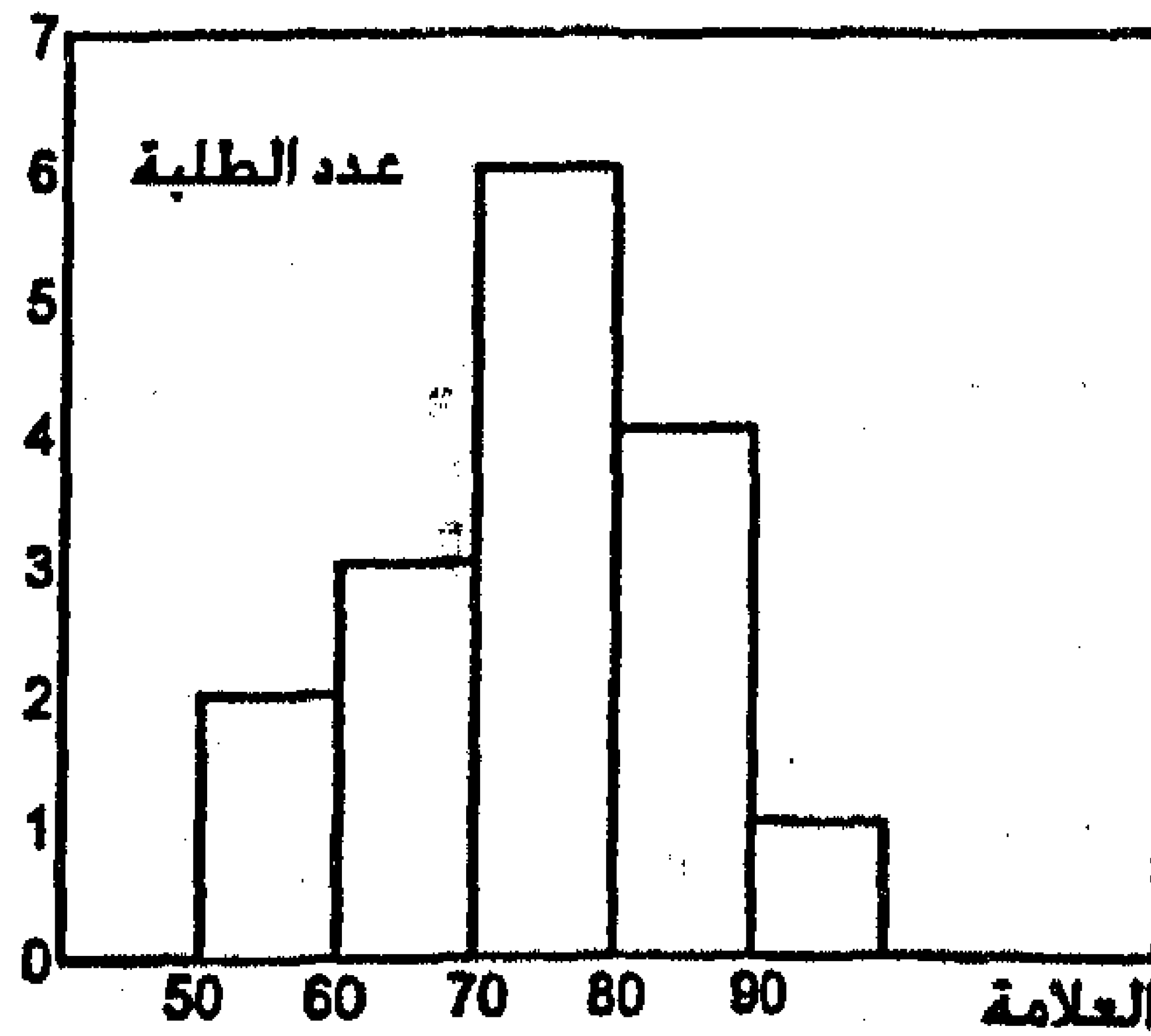
البيانات التالية تمثل علامات 16 طالباً في مادة الفيزياء كما هو مبين في جدول (4). المطلوب تمثيلها باستخدام المدرج التكراري.

جدول (4)

العلامة	عدد الطلبة
50	2
60	3
70	6
80	4
90	1

الحل:

شكل (2) يوضح التمثيل لهذا الجدول بطريقة المدرج التكراري



شكل (2)

لاحظ في حالة المدرج التكراري الأعمدة متلاصقة وهذا مختلف عن التمثيل بالأعمدة، حيث الأعمدة يترك بينها فراغات مناسبة.

إذا كانت البيانات المستخدمة تحتوي على عدد كبير من القيم الوصفية فيمكن تقسيم هذه القيم الوصفية إلى فئات متساوية قبل تمثيلها.

مثال (5)

المعلومات التالية تمثل علامة الطلبة في مادة الرياضيات، المطلوب عرضها في الجدول التكراري وتمثيلها بالمدرج التكراري باستخدام:

أ) فئة من 3.

ب) فئة من 5.

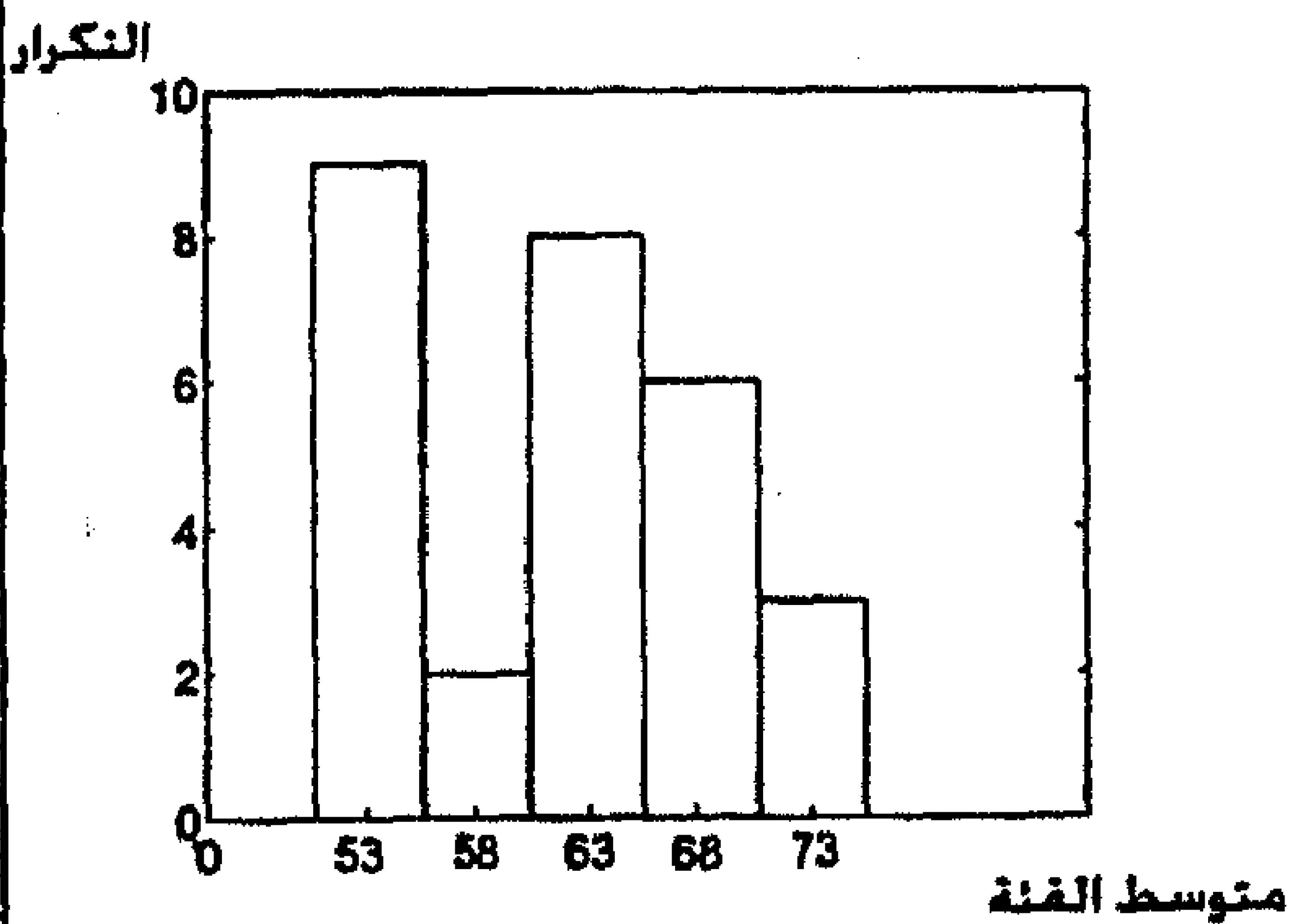
51، 54، 62، 66، 63، 65، 62، 59، 65، 66، 68، 55، 52، 67، 63، 55، 53، 51، 74، 70، 65، 51، 60، 52، 55، 71، 68، 73، 63.

الحل:

أ- جدول (5) يبين الجدول التكراري لهذه المعلومات، وشكل (3) يوضح التمثيل لهذا الجدول بطريقة المدرج التكراري بطول فئات تساوي 3.

جدول (5)

الفئة	متوسط الفئة	التكرار
51–53	52	5
54–56	55	4
57–59	58	1
60–62	61	3
63–65	64	5
66–68	67	5
69–71	70	2
72–74	73	2

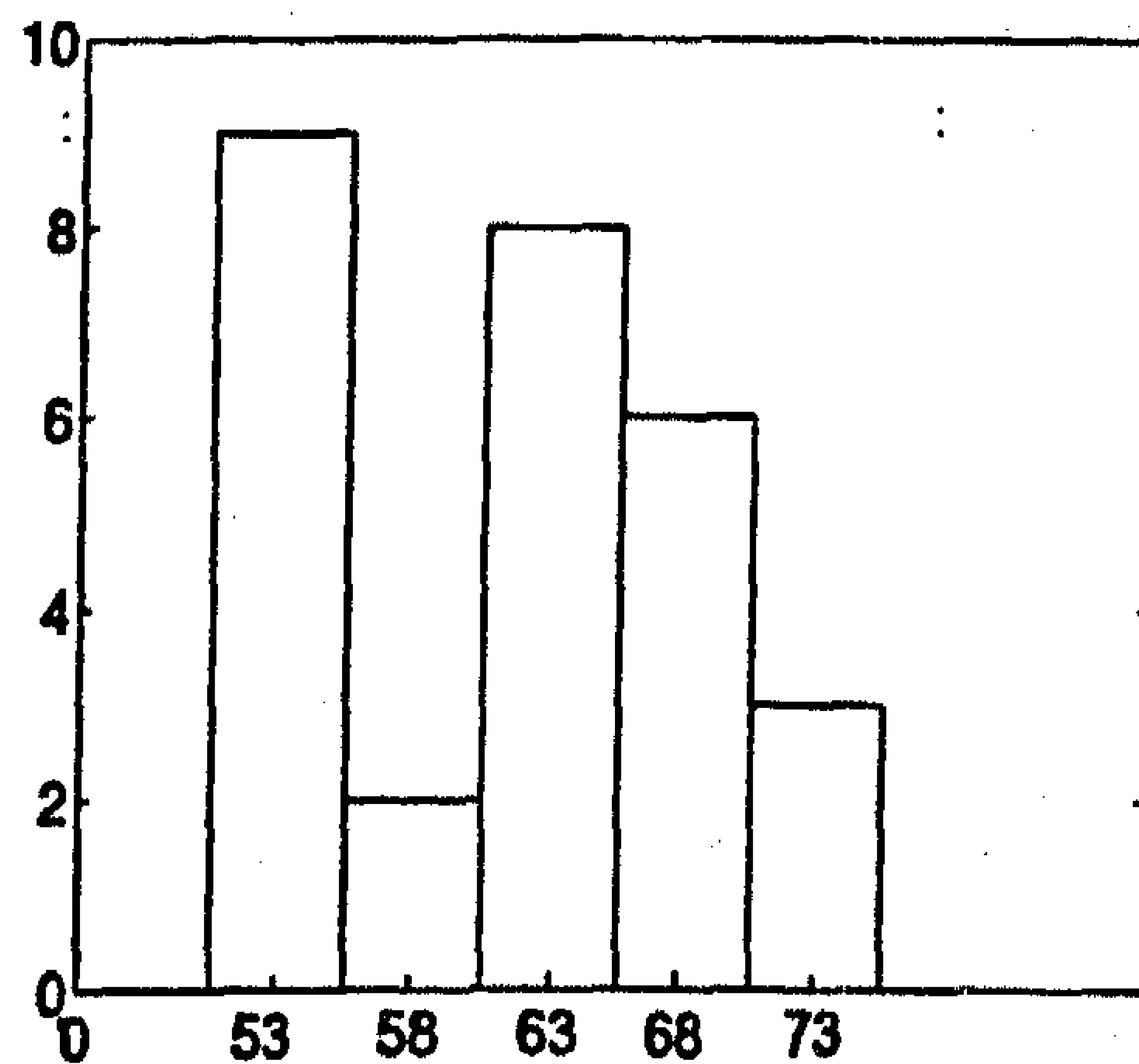


شكل (4)

ب- جدول (6) يبين الجدول التكراري لهذه المعلومات، وشكل (4) يوضح التمثيل لهذا الجدول بطريقة المدرج التكراري بطول فئات تساوي 5.

جدول (6)

الفئة	متوسط الفئة	التكرار
51-55	53	9
56-60	58	2
61-65	63	8
66-70	68	6
71-75	73	3



شكل (4)

في حالة وضع القيم الوصفية في فئات يجب اختيار أطول هذه الفئات بشكل مناسب للتعامل مع هذه المعلومات بطريقة سهلة. إذا رسم خط مستقيم يوصل منتصف قواعد المستطيلات العليا ببعضها يسمى هذا التمثيل بطريقة المضلع التكراري.

مثال (6)

استخدم جدول البيانات المبين في مثال (5) فرع (أ) لتمثيل هذه المعلومات بطريقة

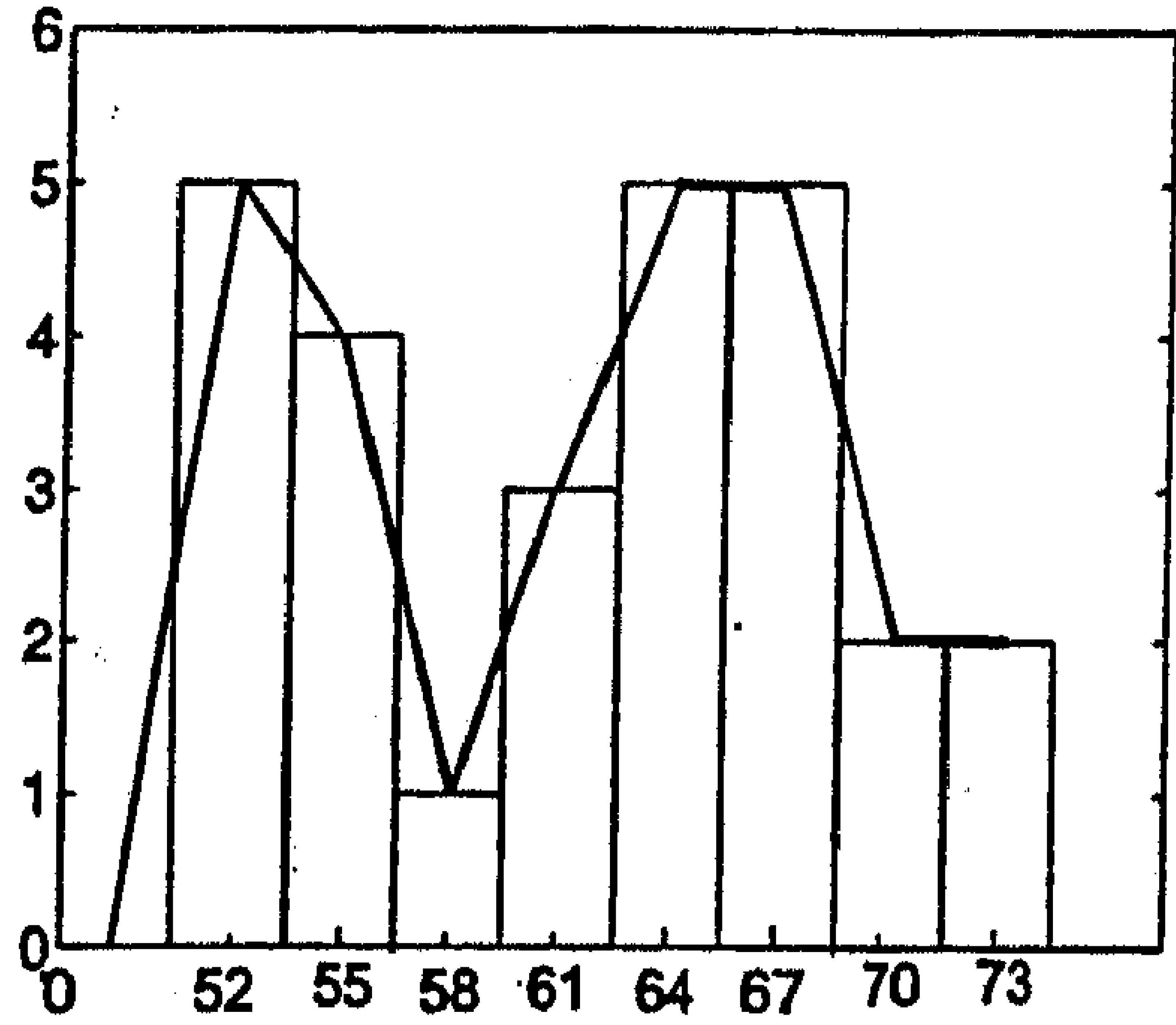
المضلع التكراري.

الحل:

شكل (5) يوضح التمثيل لهذا الجدول بطريقة المضلع التكراري.

جدول (7)

التكرار	متوسط الفئة	الفئة
5	52	51-53
4	55	54-56
1	58	57-56
3	61	60-62
5	64	63-65
5	67	66-68
2	70	69-71
2	73	72-74



شكل (5)

ج- العرض بطريقة الدوائر

في هذه الطريقة تقسم الزاوية المركزية للدائرة التي قيمتها 360 إلى زوايا قطاع يمثل كل منها قيمة الصنف بالدرجة النسبية للمجموع الكلي للبيانات الإحصائية وتحسب زاوية القطاع كالتالي:

$$\text{(1) زاوية القطاع} = \frac{\text{قيمة الجزء المحدد}}{\text{المجموع الكلي}} \times 360$$

مثال (7)

جدول (8) يبين توزيع عدد الساعات الأسبوعية التي يقضيها طالب هندسة الحاسوب لدراسة المواضيع التالية خلال الفصل. والمطلوب تمثيل هذه البيانات بالقطاع الدائري.

جدول (8)

المادة	عدد الساعات
رياضيات	4.5
فيزياء	4
الكترونيات	8
الدوائر الكهربائية	7.5
البرمجة الكينونية	6

الحل:

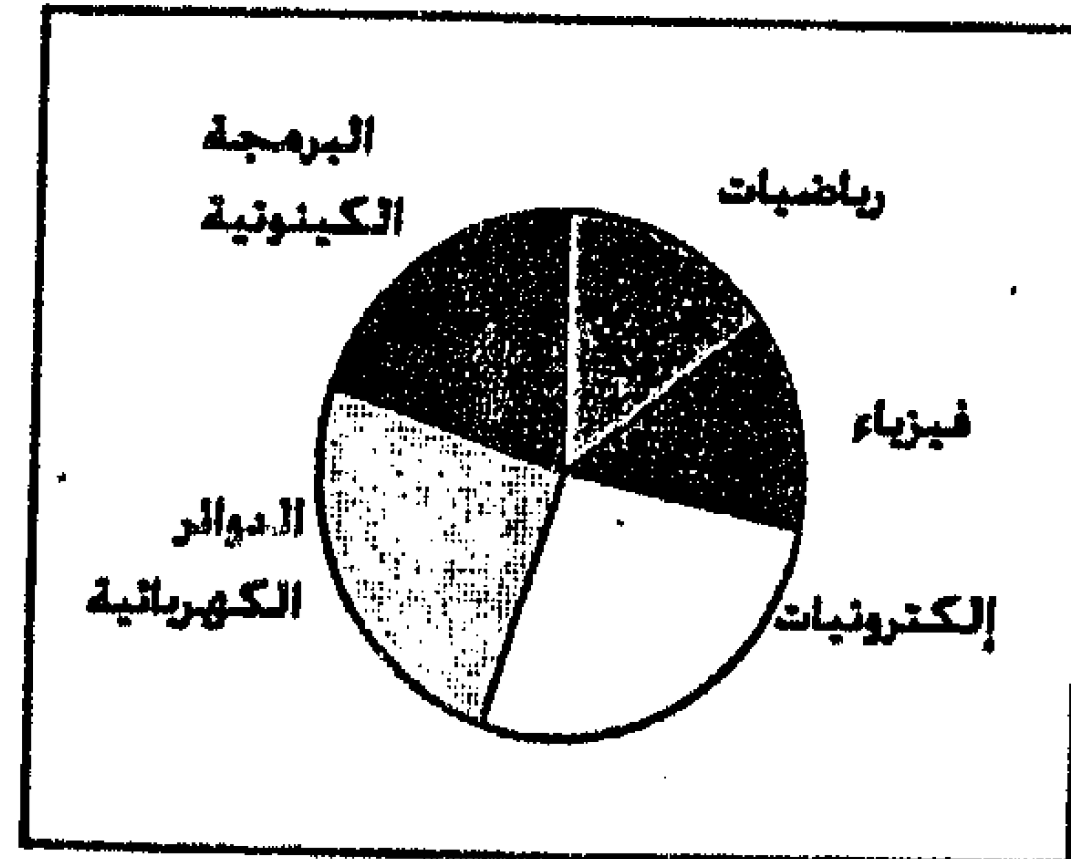
تقسم الدائرة إلى خمسة أجزاء كل جزء مها يمثل مادة معينة وتكون قيمة كل جزء منها يمثل بزاوية قطاع تحسب على النحو التالي:

$$\text{زاوية القطاع للمادة} = \frac{\text{عدد الساعات الدراسية للمادة}}{\text{مجموع الساعات الدراسية}} \times 360$$

جدول (9) يبين توزيع زاوية القطاع الدائري لكل مادة، بينما شكل (6) يمثل التمثيل الدائري لجدول (9).

جدول (9)

المادة	زاوية القطاع
رياضيات	°54
فيزياء	°48
الكترونيات	°96
الدوائر الكهربائية	°90
البرمجة الكينونية	°72



شكل (6)

4.2 مقاييس النزعة المركزية

(Measure of Central Tendency)

عند تدوين مجموعة من المعلومات نتيجة لدراسة معينة تكون هذه المعلومات نتيجة تجربة معينة، ورأينا أنه يمكن تفريغها بجداول ومن ثم عرضها هندسياً بطرق مختلفة. ولكن هذا لا يعطي أي فائدة عن موقع تمركز هذه المعلومات أو نسبة التشابه أو الاختلاف في مواقع هذه التوزيعات التكرارية. للإجابة عن مثل هذه الأسئلة أو غيرها نستخدم مقاييس عددية للتوصل إلى جميع الحقائق والفوائد المطلوبة. وهذا ما نعني به في النزعة المركزية، المقاييس العددية التي يمكن استخدامها للإجابة عن هذه الأسئلة:

أ- الوسط الحسابي (Average Value).

ب- المنوال (Mode).

ج- الوسيط (Median) .

أ- الوسط الحسابي: وهو عبارة عن قيمة عددية تمثل مجموع حاصل ضرب قيمة المشاهدة أو العينة بعدد تكرارها مقسوماً على عدد هذه المشاهدات ويمكن كتابة هذه العلاقة رياضياً:

$$\text{س} = \text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{م}_1 \times \text{ت}_1 + \text{م}_2 \times \text{ت}_2 + \ldots\ldots + \text{م}_\text{ن} \times \text{ت}_\text{ن}}{\text{عدد المشاهدات}} \quad (2)$$

$$\text{س} = \frac{\sum_{\text{ص}=1}^{\text{ن}} \text{م}_\text{ص} \times \text{ت}_\text{ص}}{\sum_{\text{ص}=1}^{\text{ن}} \text{ت}_\text{ص}} \quad (3)$$

حيث تمثل كل من الرموز التالية ما يلي:

$\text{م}_\text{ص}$: قيمة المشاهدة «ص».

$\text{ت}_\text{ص}$: عدد تكرار المشاهدة «ص».

مثال (8)

نتائج امتحان اللغة الإنجليزية كانت على النحو التالي:

72،100،90،70،60،50،40،30،20 والمطلوب إيجاد المتوسط الحسابي لهذه المادة.

الحل:

باستخدام العلاقة (3)

$$س = \frac{72+100+90+70+60+50+40+30+20}{9} = 59.11$$

لاحظ في هذه الحالة الوسط الحسابي يفيدنا بمعرفة معدل الشعبة لهذا الامتحان ويعطي نتيجة النجاح لأغلبية الطلبة.

مثال (9)

تم فحص 90 عينه مقاومة في مختبر الدوائر الكهربائية لتحديد مدى فعاليتها الزمني وجاءت نتيجة الفحص كما هو مبين في جدول (10)، والمطلوب تحديد معدل العمر الزمني للمقاومة:

جدول (10)

عمر المقاومة	1	2	3	4	5
عدد المقاومات	53	14	11	10	2

الحل:

يمكن حساب معدل العمر الزمني للمقاومة عن طريق الوسط الحسابي (3)

$$س = \frac{2x5+10x4+11x3+14x2+53x1}{2+10+11+14+53} = 1.82 \text{ سنة}$$

في هذه الحالة متوسط عمر المقاومة 1.82 سنة، هذا يعني أنه عند العمل بالمختبر لبناء أي تجربه تحتوي على أي من المقاومات التي عمرها الزمني أقل من 2.34 سنة، فنتوقع بأن هذه المقاومات ستعمل بشكل صحيح. لاحظ هذا لا يعني أنه باختبار مقاومة عمرها أكثر من 1.82 سنة ستكون المقاومة تعمل بشكل غير صحيح ولكن

يعني هذا أنه باختيار أي مقاومه عمرها الزمني أقل من 1.82 سنة في معظم الأحيان سيكون مناسباً أكثر من اختيار أي من المقاومات التي عمرها الزمني أكثر من 1.82 سنة وهذا يمكن رؤيته بكل وضوح من الجدول (10)، حيث إن عدد المقاومات التي عمرها الزمني 5 سنوات ويمكن استخدامها يساوي فقط مقاومتين وهذا العدد يمثل نسبة ضئيلة مقدارها 90/ 2 من المجموع الكلي.

إذا كانت البيانات مئوية فيمكن أن يحسب المتوسط الحسابي «س» باستخدام (3) بالتعويض عن قيمة المشاهدة « $م_{ص}$ » بقيمة مركز المشاهدة « $ك_{ص}$ » لتصبح (3) تكتب كالتالي:

$$س = \frac{\sum_{ص=1}^{ن} ك_{ص} \, . \, ت_{ص}}{\sum_{ص=1} ت_{ص}} \qquad (4)$$

حيث إن

$ك_{ص}$: القيمة العددية لمركز مشاهدة «ص» و«ن» عبارة عن رقم يمثل عدد المشاهدات.

في حالة البيانات المئوية تكون البيانات مقسمة إلى فئات وهذه الفئات يتم التعامل معها وكأنها مشاهدة واحدة بغض النظر عن أنها تحتوي على مدى معين من المشاهدات موصوفة بعلاقة رياضية معينة.

مثال (10)

أوجد الوسط الحسابي للرواتب المبينة في جدول (11)

جدول (11)

الرواتب الشهرية	200–250	251–301	302–352	353–403
التكرار	30	45	28	10

الحل:

جدول (11) يحتوي على 4 فئات من الرواتب كل منها بمقدار 50 ديناراً، لذلك يجب أن يحسب مركز الفئة لكل من الفئات الأربع كالآتي:

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأعلى للفئة + الحد الأدنى للفئة}}{2} \qquad (5)$$

ونشكل جدول (12) كالتالي:

جدول (12)

الفئات	التكرار	مركز الفئة (كس)	ك × كس
200–250	30	225	6750
251–301	45	276	12420
302–352	28	3275	9156
353–403	10	378	3780
المجموع	113	4154	32106

ليصبح قيمة المتوسط الحسابي لهذا الجدول كالتالي:

$$\text{س} = \frac{378\times10+3275\times28+276\times45+225\times30}{113} = 284.12 \text{ ديناراً}$$

ب– المنوال: هو عبارة عن القيمة التي تمثل أكثر القيم أو العينات حدوثا أو تكراراً. يمكن التعبير عن المنوال بالنسبة لأي تجربة بأنه يمثل أكثر النتائج توقعاً للحدوث من مجموعة النتائج المتوقع حدوثها لتلك التجربة. يمكن حساب المنوال باستخدام الجداول التكرارية أو عن طريق المدرجات التكرارية.

مثال (11)

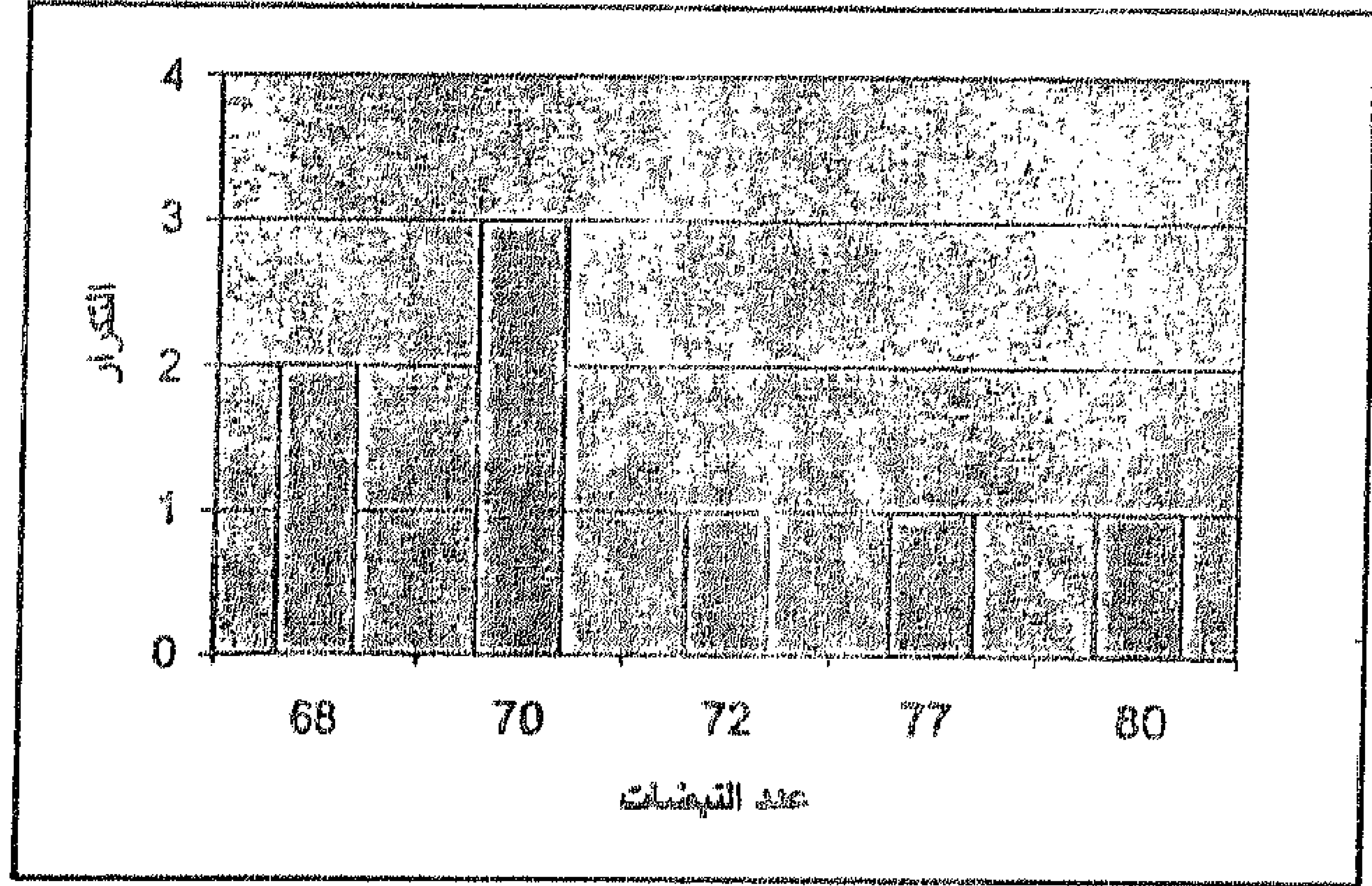
نتيجة فحص نبضات القلب في الدقيقة الواحدة لتسعة أشخاص جاءت على النحو التالي: 77،72،70،77،70،80،68،70،68 المطلوب إيجاد المنوال.

الحل:

جدول (13) يمثل عرض البيانات لمثال (11). يمكن إيجاد المنوال مباشرة من القراءات عن طريق ملاحظة العدد الأكثر تكراراً، وفي هذه الحالة المنوال هو العدد 70

ويمكن إيجاد المنوال عن طريق الجدول التكراري لهذه العينات كما هو موضح في شكل (7).

التكرار	عدد النبضات
2	68
3	70
1	72
1	77
1	80

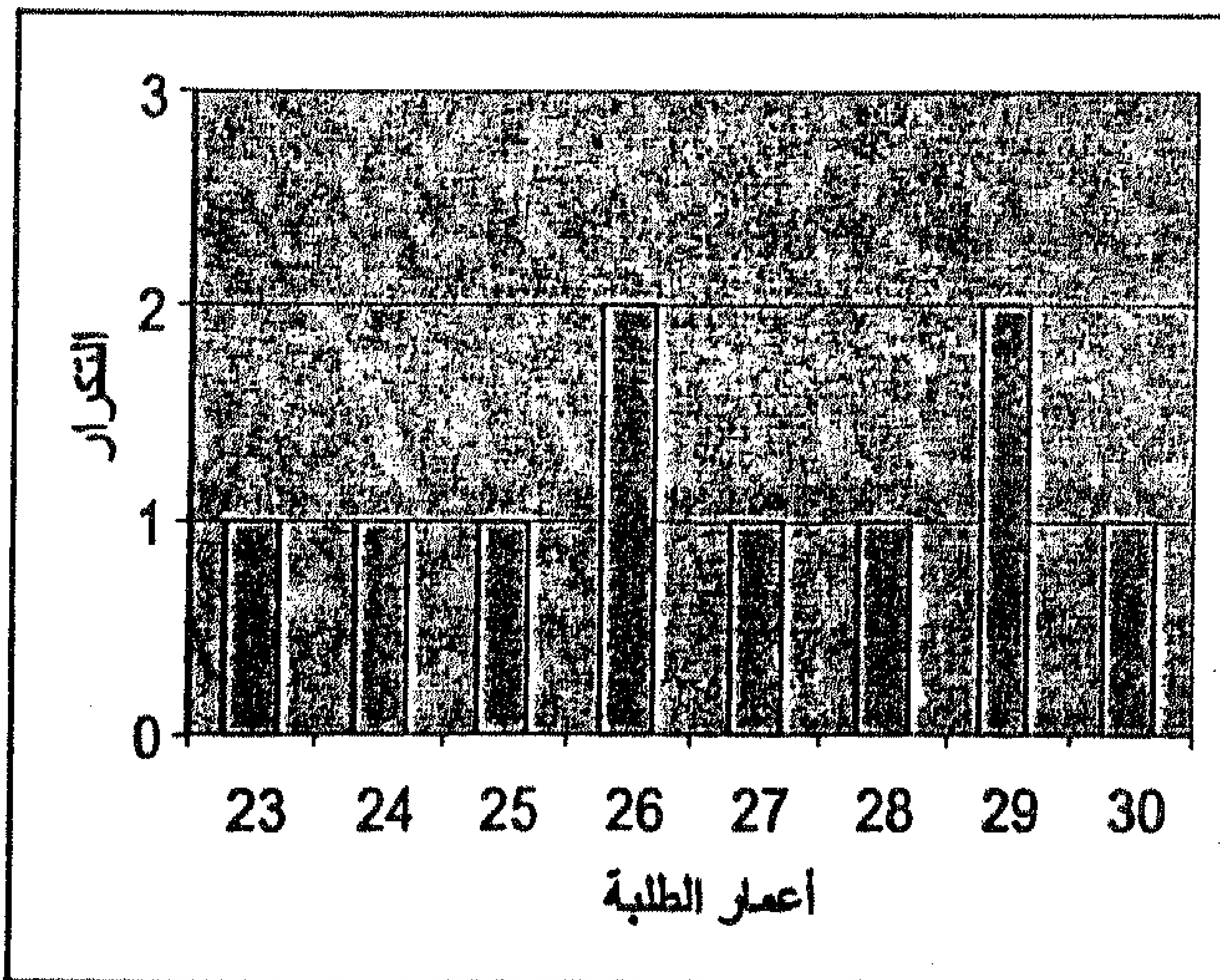


شكل (7)

لاحظ باستخدام الجدول التكراري أو المدرج التكراري يمكن تحديد المنوال بطريقة أفضل حيث إن التكرار لكل هذه القراءات معروضة بشكل أوضح ولا تحتاج إلى عمل إضافي كما هو الحال في الطريقة الأولى.

مثال (12)

شكل (8) يمثل نتيجة عينات أعمار عشرة طلاب في برنامج الماجستير. المطلوب إيجاد المنوال لأعمار الطلبة.



شكل (8)

الحل:

باستخدام المدرج التكراري في شكل (8) نلاحظ أن أكثر الأعمار تكراراً هو 29، 26، حيث تكرار كل واحد منهم مرتين. في هذه الحالة يوجد منوالان لهذه المعلومات لذلك تسمى هذه الحالة بثنائية المنوال.

- إيجاد المنوال للبيانات المئوية

يوجد عدة طرق لإيجاد منوال البيانات المئوية وتعتمد كل منها على طول كل فئة في الجدول التكراري ولكن حساب المنوال لأي طريقة لا يمثل بالحقيقة فرقاً كبيراً من طريقة لأخرى وسنتعرف على طريقتين هنا لحساب المنوال.

1. **الطريقة التقريبية: وهذه الطريقة يعتبر المنوال فيها هو مركز الفئة الأكثر تكرارا في الجدول التكراري.**

2. **الطريقة الرافعة: لإيجاد المنوال بهذه الطريقة سنعطي التعاريف الآتية:**

$ف_م$: عبارة عن الفئة الأكثر تكرارا وتسمى الفئة المنوالية

$ح_د$: عبارة عن الحد الأدنى للفئة المنوالية

$ت_1$: قيمة التكرار السابق لتكرار الفئة المنوالية

$ت_2$: قيمة التكرار اللاحق لتكرار الفئة المنوالية

ط: طول الفئة المنوالية

ويحسب المنوال في هذه الحالة كما يلي:

$$\text{المنوال} = ف_م = ح_د + \frac{ت_1 \times ط}{ت_1 + ت_2} \qquad (6)$$

مثال (13)

البيانات التالية تمثل توزيع المعدلات التراكمية لطلبة كلية الهندسة كما في جدول (13). المطلوب إيجاد المنوال:

1. بالطريقة التقريبية.

2. الطريقة الرافعة.

جدول (13)

فئات المعدل	عدد الطلبة
50-59	10
60-69	22
70-79	25
80-89	19
90-100	8
المجموع	84

الحل:

* الطريقة التقريبية: نجد الفئة المنوالية من الجدول التكراري

ف$_م$ = 70-79

مركز الفئة المنوالية $= \frac{79+70}{2} = 74.5$

* الطريقة الرافعة توجد باستخدام القانون (6) ونتبع ما يلي:

نجد ح$_د$ = 70

نجد ت$_1$ = 22

نجد ت$_2$ = 19

نجد ط = 10

نجد قيمة المنوال م باستخدام القانون (6)

ف$_م$ $= 70 + \frac{10\times 22}{22+19} = 75.36$

لاحظ في هذا المثال قيمة المنوال في الحالتين متقاربة والفرق لقيمة المنوال في الحالتين 75.36 - 74 = 1.36 وهذا الفرق بسيط. في حالة الفئات صغيرة الطول يتقلص

الفرق بينهما ليصبح المنوال تقريبا متساوياً في الحالتين.

ج- الوسيط: يمثل الوسيط النقطة الوسطى لتوزيع العينات أو النتائج ويمكن تعريفة بطريقة أخرى وهو عبارة عن النقطة المركزية للعينات حيث إن عدد العينات أو النتائج الأكبر أو الأصغر قيمة من قيمة الوسيط متساوية.

لإيجاد قيمة الوسيط نقوم بترتيب قيمة العينات أو النتائج إما تصاعديا أو تنازليا ومن ثم نختار العدد الذي يمثل نقطة وسط هذه العينات ليكون هو قيمة الوسيط لهذه البيانات.

مثال (14):

أوجد قيمة الوسيط للأعداد التالية:

أ- 40، 3، 16، 12، 4، 7، 10، 5، 1.

ب- 10، 4، 6، 2،، 9، 15 .

الحل:

نرتب الأعداد تنازليا أو تصاعديا في كلتا الحالتين

أ- تنازلياً: 40، 16، 12، 10، 7، 5، 4، 3، 1 في هذه الحالة يوجد تسعة أرقام في هذا البيان حيث إنه سيوجد أربعة أعداد أكبر من قيمة الوسيط وأربعة أعداد أصغر من قيمة الوسيط لذلك نقطة الوسط في هذه الحالة وهي الوسيط ستكون العدد في المركز الخامس لذا الوسيط = 7.

ب- تصاعديا: 9، 10، 15،، 2، 4، 6 وفي هذه الحالة عدد الأرقام زوجي وسيكون الوسيط هو متوسط العددين إذاً

الوسيط $= \frac{9+6}{2} = 7.5$.

5.2 مقاييس التشتت (Measures of Distraction)

معرفة مقاييس النزعة المركزية لا تعطي معلومات كافية عن مدى تقارب أو تباعد نتائج التجارب أو العينات عن بعضها البعض. على سبيل المثال معرفة الوسط الحسابي

لامتحان الكيمياء لا تغطي أي معلومات عن مدى تباعد أو تقارب نتيجة الامتحان بالنسبة للعينات.

مثال (15)

نتيجة امتحان مادة الكيمياء في شعبتين مختلفتين جاءت على النحو التالي كما هو موضح في جدول (14). المطلوب إيجاد الوسط الحسابي والتعليق على هذه النتيجة.

جدول (14)

الشعبة الأولى	الشعبة الثانية	
35	50	
50	55	
70	60	
40	57	
90	68	
65	60	
58.3	58.3	الوسط الحسابي

لاحظ في هذا المثال أن الوسط الحسابي للشعبتين متساو وقيمته 58.3، ولكن إذا نظرنا إلى توزيع العلامات للشعبة الأولى نجد فرقاً كبيراً بين الحد الأعلى والحد الأدنى لهذه العلامات بالنسبة للوسط الحسابي، بينما في حالة الشعبة الثانية الفرق بين الحد الأعلى والحد الأدنى لهذه العلامات قليل جداً كما هو مبين في جدول (15).

جدول (15)

	الوسط الحسابي	الحد الأدنى	الحد الأعلى	مدى الفرق بالنسبة للحد الأدنى	مدى الفرق بالنسبة للحد الأعلى
الشعبة الأولى	58.3	35	90	23.3	31.7
الشعبة الثانية	58.3	50	68	8.3	9.7

نلاحظ أن توزيع العلامات لهذا الامتحان للشعبتين مختلف جداً مع أنهما متساويتان

في المتوسط الحسابي. في حالة الشعبة الأولى نرى أن العلامات مبعثرة (متباعدة) بينما في حالة الشعبة الثانية العلامات غير مبعثرة.

مقاييس التشتت عبارة عن مقاييس تستخدم لقياس مدى تباعد القيم عن بعضها البعض. ومن أهم هذه المقاييس المدى، الانحراف المعياري والتباين.

1.5.2 المدى (Scope)

يمثل المدى الفرق بين اكبر قيمة واصغر قيمة للعينات وهو مؤشر لتباعد أو تقارب المشاهدات أو العينات. ويمكن إيجاد المدى باستخدام العلاقة

المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة (7)

مثال (16)

البيانات التالية تمثل أعمار «7 أشخاص» في قسم المحاسبة في أحد البنوك: 49،52،22،45،35،27،28 المطلوب إيجاد المدى لأعمار الأشخاص السبعة.

الحل:

المدى = 52-22=30

المدى في هذا المثال هو 30، مما يعطي مقياساً لهذه الأعمار بأنها متباعدة (مبعثرة).

مثال (17)

البيانات التالية تمثل أعمار «8 أشخاص» في قسم التسويق في أحد البنوك: 31، 26،28،24،32،23المطلوب إيجاد المدى لأعمار الأشخاص الثمانية.

الحل:

المدى = 31-23= 8

مما يدل على تقارب أعمار هؤلاء الأشخاص. في بعض الأحيان تظهر قيم متطرفة في توزيع القيم، في ظهور مثل هذه الحالة نقوم بحذف القيم المتطرفة حتى لا يتأثر المدى بهذه القيم.

مثال (18)

القيم التالية تمثل نتيجة امتحان 7 طلاب في مادة الرياضيات 55، 70، 63، 99، 58، 60، 27. المطلوب إيجاد المدى لهذه العلامات.

الحل:

نرى من توزيع هذه العلامات أن القيمة 27 والقيمة 99 شاذة عن طبيعة التوزيع لهذه العلامات لذا نقوم بحذفها عن إيجاد المدى.

المدى = 55−70=15

في حالة البيانات المئوية يحسب المدى باستخدام إحدى العلاقات التالية:

أ) المدى = (الحد الأعلى للفئة العليا − الحد الأدنى للفئة الدنيا) + 1

= (الحد الفعلي للفئة العليا − الحد الفعلي للفئة الدنيا) (8)

ب) المدى = مركز الفئة للفئة العليا − مركز الفئة للفئة الدنيا (9)

مثال (19)

جدول (16) يمثل الرواتب الشهرية لخمسين موظف تسويق في شركة دعاية وإعلان والمطلوب إيجاد مدى رواتب هؤلاء الموظفين.

جدول (16)

فئات الرواتب	عدد الموظفين	الحدود الفعلية	الحد الفعلي الأعلى	مركز الفئة
150−199	15	149.5−199.5	199.5	174.5
200−249	13	199.5−249.5	249.5	224.5
250−299	12	249.5−299.5	299.5	274.5
300−349	6	299.5−349.5	349.5	324.5

374.5	399.5	349.5-399.5	4	350-399

الحل:

المدى باستخدام (8) عبارة عن:

أ) المدى = 399.5-149.5 = 250.

وباستخدام (9) عبارة عن:

ب) المدى = 374.5-174.5 = 200.

نلاحظ المدى الذي يحسب بطريقة مركز الفئة تكون قيمته أقل من قيمة المدى باستخدام الطريقة الأخرى.

2.5.2 التباين (Variance)

يفيد التباين بالتخلص من القيم السالبة للانحرافات عن الوسط الحسابي بتربيع تلك الانحرافات التي تستخدم في حساب التباين. التباين يفيد في معرفة مدى تقارب قيم التباين من الوسط الحسابي ويحسب التباين كالتالي:

$$\text{ت} = \frac{\sum_{\text{ص}=1}^{\text{ن}} (\text{م}_{\text{ص}} - \text{س})^2}{\text{ن}-1} \qquad (10)$$

حيث إن:

$\text{م}_{\text{ص}}$: عبارة عن قيمة المشاهده ص

ن: عدد المشاهدات، بينما تمثل س قيمة الوسط الحسابي

مثال (20)

احسب قيمة التباين للبيانات 15، 1، 2، 4، 4، 6، 10

الحل:

قيمة الوسط الحسابي لهذه البيانات س هو

$$س = \frac{1\times15+10\times1+1\times6+4\times2+1\times1}{6} = 6.67$$

وقيمة التباين باستخدام (10)

$$ت = \frac{\sum_{ص=1} (م_ص - 6.67)^2}{7-1} = 5.04$$

3.5.2: الانحراف المعياري (Standard Deviation)

يمكن حساب الانحراف المعياري $م_ع$ من قيمة التباين كالآتي:

$$م_ع = \sqrt{ت} \qquad (11)$$

مثال (21)

احسب قيمة الانحراف المعياري لقيم البيانات في مثال (20)

الحل:

باستخدام (11) قيمة الانحراف المعياري

$$م_ع = \sqrt{5.04} = 2.54$$

تدريب (1)

كانت نتائج قياس التيار الكهربائي لعشرة أجهزة إلكترونية كالتالي 1، 3، 5، 5، 5، 6، 7، 8، 8، 9. احسب قيمة كل من:

أ. المتوسط الحسابي

ب. المنوال

ج. الوسيط

تدريب (2)

كانت نتائج قياس التيار الكهربائي لعشرة أجهزة إلكترونية كالتالي 1، 3، 5، 5، 5، 6، 7، 8، 8، 9. احسب قيمة كل من:

أ. المدى

ب. التباين

ج. الانحراف المعياري

تدريب (3)

باستخدام فئات الرواتب في مثال (19)، أوجد:

أ. المتوسط الحسابي

ب. الانحراف المعياري

تدريب (4)

جدول (ت-1) يوضح نتيجة إستطلاع لمجموعة من الطلبة في دراسة خمسة تخصصات. أوجد قيمة قطاع الزاوية لكل من التخصصات المبينة في الجدول.

جدول (ت-1)

التخصص	عدد الطلبة
هندسة	20
محاسبة	28
طب	15
إدارة أعمال	35
حقوق	25

أسئلة التقويم الذاتي (1)

1- عرف كل من: الوسيط، المنوال، المدى.

2- ما الفرق بين طريقة الأعمدة لتمثيل البيانات والمدرج التكراري؟

3. نظرية الاحتمالات (Probabilities Theory)

1.3 مقدمة إلى نظرية الاحتمالات Introduction to Probability Theory

في مجال تكنولوجيا المعلومات والاتصالات، المعلومات المبعوثة من نقطة إلى أخرى تتعرض لظروف مختلفة مما يصنع منها إشارات عشوائية لا يمكن توقعها بطريقة جازمه. أحد هذه الظروف التي تتعرض لها إشارة المعلومات تتمثل في المجال المغناطيسي المحيط بها الناتج عن إشارات ضوضائية غير مرغوب بها. ومثال آخر يمكن أن يؤثر على وصول هذه المعلومات ممثل بإشارات تسمى إشارات عشوائية. على سبيل المثال، عند بعث معلومة من حاسوب إلى حاسوب آخر تكون نتيجة استقبال هذه المعلومات كأنها إشارة عشوائية حيث يصعب في مثل هذه الأحوال تمثيل هذه الإشارات بشكل محدد ولا بد من التعامل معها وتمثيلها عن طريق وجود قيم توقعية لمدى صحة وصول هذه المعلومات. وهذا هو مضمون نظرية الاحتمالات.

أيضا يمكن تطبيق نظرية الاحتمالات على نتائج التجارب المختلفة، لذلك سنبدأ بالتعرف على أساسيات نظرية الاحتمالات من منطلق التجارب المختلفة ومن ثم سيتم تطبيق هذه الأساسيات على إرسال واستقبال الإشارات العشوائيه المتعلقة في مجال الاتصالات.

2.3 أساسيات في الاحتمالات (Fundamentals of Probability)

أي تجربة تسمى بتجربة عشوائية إذا كان لا يمكن تحديد نتيجة هذه التجربة أو توقع نتائجها بشكل صارم وسبب التشكيك في هذه النتائج يعود إلى الظروف التي لا يمكن تحديدها قبل إجراء التجربة أو خلال حصول التجربة. التجربة العشوائية يمكن أن تحتوي على عدد محدد من النتائج مثل رمي زهر النرد حيث إن عدد النتائج التي يمكن أن تظهر نتيجة هذه التجربة هو عبارة عن ستة أعداد (6 , 5 , 4 , 3 , 2 , 1) ومثال آخر هو سحب كرت من الشدة حيث إن عدد النتائج المحتمل سحبها هو 52 احتمالاً.

الحدث هو عبارة عن مجموعات من نتائج التجربة الكلية ضمن شروط معينة على

سبيل المثال عند رمي حجر النرد تم تعريف الحدث بأنه عبارة عن ظهور رقم اقل من 4، في هذه الحالة، الحدث عبارة عن المجموعة (3 , 2 , 1) وفيما يلي بعض التعريفات الضرورية لفهم نظرية الاحتمالات.

1. الفضاء العيني: عبارة عن مجموعة تحتوي على جميع النتائج المتوقعة للتجربة ويرمز لها بالرمز Ω.
2. الحدث: هو عبارة عن مجموعة جزئية من الفضاء العيني ويرمز له بأي حرف من الحروف الأبجدية.
3. الحدث المؤكد: هو الحدث الذي تحتوي مجموعته على جميع عناصر الفضاء العيني..
4. الحدث المستحيل: هو عبارة عن الحدث الذي لا تحتوي مجموعته على أي عنصر من عناصر الفضاء العيني وتسمى هذه المجموعة بالمجموعة الفارغة (Empty Set) ويرمز لها بالرمز (ϕ).

إذا كان الحدث E ينتمي إلى الفضاء العيني $E \subset \Omega$، فإن احتمال وقوع هذا الحدث يتمثل بوجود قيمة $p_r(E)$ حيث إن الدالة $p_r(E)$ تعني احتمالية وقوع الحدث E. وتوجد كالتالي:

$$p_r(x) = \frac{\text{number of elements in event X}}{\text{total number of elements in } \Omega} \qquad (12)$$

مثال (22)

إذا كانت Ω = (7 , 5 , 4 , 3 , 2 , 1) أوجد ما يلي:

1. الحدث E الذي يمثل مجموعة الأعداد التي قيمتها أقل من 4.
2. الحدث B الذي يمثل مجموعة الأعداد التي قيمتها أكبر من 2 وأقل من 7.
3. الحدث C الذي يمثل مجموعة الأعداد التي قيمتها أكبر من 7.
4. الحدث Z الذي يمثل مجموعة الأعداد التي قيمتها أقل من 7 أو تساوي 7.

الحل:

1. E=(1 , 2 , 3)
2. B=(3 , 4 , 5)
3. C = (ϕ)، المجموعة الفارغه (Empty Set)
4. Z = (1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 7)

مثال (23):

في تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة اكتب:

1. الفضاء العيني Ω لهذه التجربه.
2. الحدث E الذي يمثل ظهور رقم أقل من العدد 5.
3. الحدث B الذي يمثل ظهور العدد 3.
4. احتمالية الحدث E: $p_r(E)$.
5. احتمالية الحدث B: $p_r(B)$.

الحل:

1. الفضاء العيني Ω = (1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6)
2. E = (1 , 2 , 3 , 4)
3. B = (3)
4. $p_r(E)=\frac{\text{number of elements in E}}{\text{total number of elements in }\Omega}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.
5. $p_r(B)=\frac{\text{number of elements in B}}{\text{total number of elements in }\Omega}=\frac{1}{6}$

إذا كان الحدث E فالمصطلحات التالية لها المعاني الرياضية التالية:

أ) $0\leq p_r(E)\leq 1$ (13)

ب) إذا كان الحدث E مؤكداً فإن $p_r(E)=1$ (14)

ج) إذا كان الحدث E مستحيلاً فإن $p_r(E)=0$ (15)

د) إذا كان احتمالية حدوث الحدث E ممثلاً بـ $p_r(E)$ فإن الدالة $1-p_r(E)$ تمثل احتمالية عدم حدوث الحدث E: $p_r(E \text{ not occuring})=1-p_r(E)$. (16)

هـ) إذا كان احتمالية حدوث الحدث E ممثل بـ $p_r(E)$ واحتمالية حدوث الحدث B هي $p_r(B)$ فإن احتمالية حدوث الحدث E أو الحدث B $p_r(B+E)$ ممثلة بـ

$$p_r(B+E)=p(B)+p(E)-p(B\cdot E) \quad (17)$$

حيث إن الدالة $p_r(B\cdot E)$ تعني احتمالية حدوث الحدث E والحدث B بنفس الوقت.

مثال (24):

صندوق يحتوي على 7 كرات من لون أحمر و 3 كرات من لون أبيض وكرتين لون أصفر. إذا تم سحب كرة من الصندوق بدون إرجاع الكرة المسحوبة إلى الصندوق. أوجد ما يلي:

1. الفضاء العيني
2. احتمالية سحب كرة من اللون الأصفر
3. احتمالية سحب كرة بيضاء اللون
4. احتمالية عدم سحب كرة حمراء اللون

الحل:

إذا عرف الحدث E كعدد الكرات التي تم سحبها من الصندوق:

1. الصندوق يحتوي على 12 كرة مما يعني أن الفضاء العيني لهذه التجربة يحتوي على 12 عنصراً ممثلة بالمجموعة Ω: (7 أحمر، 3 أبيض، 2 أصفر)، Ω = {7 red balls, 3 white balls, 2 yellow balls) ، أو يمكن كتابة الفضاء العيني كالآتي:

$$\Omega=(R_1,R_2,R_3,\ldots\ldots,R_7,W_1W_2W_3Y_1Y_2)$$

2. $$p_r(E)=\frac{\text{number of yellow balls}}{\text{total number of balls in } \Omega}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$$

3. $$p_r(E)=\frac{\text{number of white balls}}{\text{total number of balls in } \Omega}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$$

4. في هذه الحالة المطلوب إيجاد احتمالية عدم سحب كرة بيضاء $p_r(\text{not pick a white ball})$، باستخدام (16)

$$p_r(\text{not pick a white ball})=1-p_r(\text{ pick a white ball})=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

مثال (25)

صندوق يحتوي على 7 كرات لون أحمر و3 كرات من لون أبيض وكرتين لون أصفر. إذا تم سحب كرة من الصندوق. أوجد احتمالية أن تكون الكرة حمراء أو من لون أبيض.

الحل:

إذا عرف الحدث E أن تكون الكرة المسحوبة حمراء والحدث B أن تكون الكرة المسحوبة من لون أبيض، باستخدام (17):

$$p_r(B+E)=p(B)+p(E)-p(B\cdot E)=\frac{7}{12}+\frac{3}{12}-0=\frac{10}{12}$$

لاحظ هنا أن تكون الكرة بيضاء وحمراء بنفس الوقت يمثل الحدث المستحيل، لذلك احتمالية هذا الحدث تساوي صفراً.

مثال (26)

في تجربة اختيار عدد من مجموعة أعداد 12-1 أوجد:

1. احتمالية أن يكون الرقم زوجيا .
2. احتمالية أن يكون الرقم فرديا ويقسم على 3.
3. احتمالية أن يكون الرقم زوجيا ويقسم على 3.

الحل:

1. إذا عرف الحدث E ليكون مجموعة الأرقام الزوجيه، فإن

E=(2 , 4 , 6 , 8 , 10 , 12)، واحتمالية هذا الحدث $p_r(E)$ تساوي:

$$p_r(E)=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$$

2. إذا عرف الحدث B ليكون مجموعة الأرقام الفردية ويقسم على 3، فإن B=(3 , 6 , 9 , 12)، واحتمالية هذا الحدث $p_r(B)$ وتساوي:

$$p_r(B)=\frac{4}{2}=\frac{1}{3}$$

3. إذا عرف الحدث C ليكون مجموعة الأرقام الزوجية ويقسم على 3، فإن C=(6 , 12)، واحتمالية هذا الحدث $p_r(C)$ وتساوي:

$$p_r(C)=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$$

3.3 الأحداث المستقلة والأحداث المشروطة

(Independent Events and Conditional Events)

إذا كان وقوع الحدث (E) لا يؤثر ولا يتأثر بوقوع الحدث (B) فإن الحدثين (E) و(B) يعتبران حدثين مستقلين. بينما إذا كان وقوع الحدث (E) يتأثر بوقوع الحدث (B) فإن الحدثين (E) و(B) غير مستقلين. ويمكن توسيع مفهوم الأحداث المستقلة إلى عدة أحداث. إذا كان وقوع الحدث (E) والحدث (B) مستقلين فإن احتمالية وقوع الحدثين (E) و(B) يرمز له بـ $p_r(E\cdot B)$. ويمكن حساب هذه الاحتمالية كالتالي:

$$p_r(E\cdot B)=p_r(E)\cdot p_r(B) \qquad (18)$$

في حالات أخرى إذا كان حدوث أي من الحدثين مرتبطاً (مشروطاً) بوقوع الحدث الآخر فاحتمالية وقوع الحدثين $p_r(E\cdot B)$ يمكن حسابه كالتالي:

$$p_r(E\cdot B)=p_r(E/B)\cdot p_r(B)=p_r(B/E)\cdot p_r(E) \qquad (19)$$

حيث إن الدالة $p_r(E/B)$ هي عبارة عن احتمالية وقوع الحدث E مع العلم أن الحدث B قد حدث (حدوث الحدث E مشروط بحدوث الحدث B وتسمى هذه الاحتمالية $p_r(E/B)$ بالاحتمالية المشروطة (Conditional Probability).

مثال (27):

صندوق يحتوي على 3 كرات حمراء اللون و4 كرات زرقاء اللون وكرتين من اللون الأبيض. تم سحب كرتين من الصندوق بالتوالي بإرجاع الكرة المسحوبة إلى الصندوق بعد كل سحبة أوجد:

1 - احتمالية أن تكون الكرة الأولى حمراء اللون والكرة الثانية بيضاء اللون.

2 - احتمالية أن تكون الكرة الثانية زرقاء علماً بأن الكرة الأولى كانت من لون أحمر.

الحل:

إذا عرف الحدث E_1 ليكون نتيجة السحب في المرة الأول والحدث E_2 نتيجة سحب الكره في المرة الثانية.

1- في هذه الحالة الحدث E_1 والحدث E_2 حدثان مستقلان حيث إن نتيجة السحب في المرة الأولى لا تؤثر على نتيجة السحب في المرة الثانية. باستخدام:(18)

$$p_r(E_1 \cdot E_2) = p_r(E_2) \cdot p_r(E_1) = \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{9} = \frac{2}{27}$$

2- في هذه الحالة $p_r(E_2/E_1) = p_r(E_2) = \frac{4}{9}$

ويمكن حسابه هذا الحدث عن طريق الاحتمال المشروط باستخدام (19)

$$p_r(E_2/E_1) = \frac{p_r(E_1E_2)}{p_r(E_1)} = \frac{p_r(E_1) \cdot p_r(E_2)}{p_r(E_1)} = p_r(E_2) = \frac{4}{9}$$

مثال (28):

إذا أعيدت التجربة في المثال السابق (27)، ولكن طريقة السحب كانت بدون إرجاع الكرة المسحوبة إلى الصندوق.

الحل:

سنستخدم تعريف الحدث E_1 والحدث E_2 كما في المثال السابق:

1 - في هذه الحالة وقوع الحدث E_2 يتأثر بوقوع الحدث E_1، والحدثان في هذه الحالة

حدثان غير مستقلين ويمكن حساب احتمالية هذا الحدث باستخدام (19)

$$p_r(E_1 \cdot E_2) = p_r(E_2/E_1)p_r(E_1) = \frac{2}{8}\cdot\frac{3}{9} = \frac{6}{72}$$

لاحظ في هذا الحدث (E_2/E_1)، أن عدد لون الكرات يتأثر بنتيجة الكرة المسحوبة، قبل السحبة الأولى كان الصندوق يحتوي على تسع كرات، وعند وقوع السحبة الثانية أصبح الصندوق يحتوي على 8 كرات:

الكرات الموجودة قبل السحبة الأولى: 3 أحمر، 4 أزرق، 2 أبيض.

الكرات الموجودة قبل السحبة الثانية: 2 أحمر، 4 أزرق، 2 أبيض.

2- في هذه الحالة $p_r(E_2/E_1) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

مثال (29):

في تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة، واحدة تلو الأخرى أوجد ما يلي:

1 - احتمالية ظهور عدد زوجي على حجر النرد الأول والرقم 2 على النرد الثاني.

2 - احتمالية ظهور الرقم 4 على النرد الأول والرقم 3 على النرد الثاني.

الحل:

سنرمز إلى الحدث E_1 ليمثل نتيجة النرد الأول والحدث E_2 نتيجة النرد الثاني. في هذه الحالة نتيجة ظهور أي من الأرقام من النرد الأول ليس له أي تأثير على نتيجة النرد الثاني فلذلك الحدث E_1 والحدث E_2 حدثان مستقلاّن.

1. في هذه الحالة E_1 يمثل ظهور عدد زوجي على النرد الأول والحدث E_2 يمثل ظهور العدد 2 على النرد الثاني

$$p_r(E_1 \cdot E_2) = p_r(E_2)p_r(E_1) = \frac{1}{6}\cdot\frac{3}{6} = \frac{1}{12}$$

2. في هذه الحالة E_1 يمثل ظهور العدد 4 على النرد الأول والحدث E_2 يمثل ظهور العدد 3 على النرد الثاني

$$p_r(E_1 \cdot E_2) = p_r(E_2/E_1)p_r(E_1) = \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

تدريب (5)

صندوق يحتوي على عشر ميكروشيبس (10 Chips) صالحة للاستعمال واثنتين غير صالحتين للاستعمال. إذا قمنا باختيار واحدة من هذه الميكروشيبس من الصندوق. ما هي احتمالية كل من الأحداث التالية:

أ. أن تكون صالحة للاستعمال.

ب. أن تكون غير صالحة للاستعمال.

ت. أن تكون صالحة للاستعمال وغير صالحة للاستعمال بنفس الوقت.

تدريب (6)

إذا قمنا بسحب مرتين من الصندوق في تمرين (5) على التوالي ولكن بإرجاع الميكروشيبس المسحوبة في المرة الأولى إلى الصندوق. ما هي احتمالية كل من الأحداث التالية:

أ. أن تكون الأولى صالحة للاستعمال والثانية غير صالحة للاستعمال.

ب. أن تكون الثانية صالحة للاستعمال علما بأن الأولى كانت غير صالحة للاستعمال.

ت. أن تكون الأولى صالحة للاستعمال أو الثانية غير صالحة للاستعمال

تدريب (7)

أوجد القيم الاحتمالية لتدريب (6) إذا أعيدت التجربة بدون إرجاع الميكروشيبس المسحوبة في المرة الأولى إلى الصندوق.

أسئلة التقويم الذاتي (2)

عرف الأحداث المستقلة والأحداث المشروطة.

4 . المتغير العشوائي (Random Variable)

نظرية الاحتمالات تبحث في التجارب التي نتائجها غير مؤكدة أو عشوائية وربما تكون هذه النتائج تمثل أعداداً حقيقية (تجربة رمي حجر النرد) أو ربما تكون هذه النتائج تمثل علاقة وصفية غير عددية مثل تجربة إلقاء قطعة النقود. من ناحية رياضية من المستحسن ومن الأسهل التعامل مع هذه النتائج كأعداد حقيقية. لهذا السبب نعرف المتغير العشوائي كالتالي:

في التجارب العشوائية يكون للدالة التي تربط كل عنصر أو كل حدث من عناصر الفضاء العيني بعدد حقيقي بالمتغير العشوائي. على سبيل المثال في تجربة إلقاء قطعة النقود يمكن تعريف المتغير العشوائي x، كالتالي:

(ظهور الكتابة)= x_1

(ظهور صورة) = x_2

ويمكن إعطاء كل عنصر في مجموعة المتغير العشوائي $x=(x_1,x_2)$ قيمة رقمية مثل

$x_1=-1$ و $x_2=+1$

أو

$x_1=3$ و $x_2=6$

والدالة $p_r(x=x_i)=p_i$ هي عبارة عن احتمالية أن تكون قيمة المتغير العشوائي تساوي x_i.

لاحظ في هذه الحالة تم ربط نتائج رمي قطعة النقود بمجموعة من الأرقام المنفصلة (1+ , 1−) في الحالة الأولى و(6 , 3) في الحالة الثانية، ويسمى المتغير العشوائي في هذه الحالة متغيراً عشوائيا منفصلا. وكما هو الحال في نظرية الإحصاء فلا بد هنا من معرفة جميع القيم الحقيقية للمتغير العشوائي واحتمالية حدوث كل منها. إذا تم ربط النتائج أو المشاهدات بمجموعة من القيم المنفصلة فإن المتغير العشوائي يسمى متغيراً عشوائياً منفصلاً وإنه يتوجب تحقيق ما يلي:

$$\sum_{i=1}^{n} p_r(x_i) = \sum_{i=1}^{n} p_i = 1 \qquad (20)$$

حيث إن الرمز n يعبر عن عدد عناصر المتغير العشوائي.

إذا تم ربط النتائج أو المشاهدات بمجموعة من الأرقام المتصلة فإن المتغير العشوائي يصبح متغيراً عشوائياً متصلاً.

مثال (30)

في تجربة إلقاء قطعتي نقود معاً إذا كان المتغير العشوائي x يمثل عدد مرات ظهور كتابة.

المطلوب:

أ- هل المتغير العشوائي في هذه الحالة متغير عشوائي منفصل أو متصل؟

ب- كتابة التوزيع الذي يربط المتغير العشوائي x باحتمالية كل منها $p_r(x=x_i)=p_i$:

الحل:

أ) الفضاء العيني لهذه التجربة العشوائية هو Ω = (ك ص، ص ك، ك ك، ص ص)، حيث إن الرمز ك: يعني ظهور كتابة والرمز ص:يعني ظهور صورة.

وبما أنه تم تعريف المتغير العشوائي x برقم حقيقي يمثل عدد مرات ظهور كتابة، لذلك سيأخذ هذا المتغير العشوائي القيم التالية: 2 , 1 , 0. لذلك يمثل هذا المتغير العشوائي متغيرا عشوائيا منفصلا.

ب) قيم المتغير العشوائي x تتراوح من صفر إلى 2.

x_1 = 1 =(ك ص، ص ك) ويفيد بظهور كتابة مرة واحدة، بينما x_2=2=(ك ك) تفيد بظهور كتابة مرتين و x_3=صفر=(ص ص) تفيد بعدم ظهور كتابة.

$p_r(x=1)=p_1=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ ، $p_r(x=2)=p_2=\frac{1}{4}$ ، $p_r(x=0)=p_3=\frac{1}{4}$

لاحظ أن $\sum_{i=1}^{n} p_r(x_i)=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=1$

مما يثبت ان المتغير العشوائي حقق (20).

مثال (31)

في تجربة ظهور ثلاثة أرقام (Binary) على شاشة الحاسوب بنفس الوقت. إذا كان المتغير العشوائي x يمثل عدد ظهور الرقم 1. المطلوب كتابة التوزيع الذي يربط ما بين المتغير العشوائي x وقيمته الاحتمالية $p_r(x)$.

الحل:

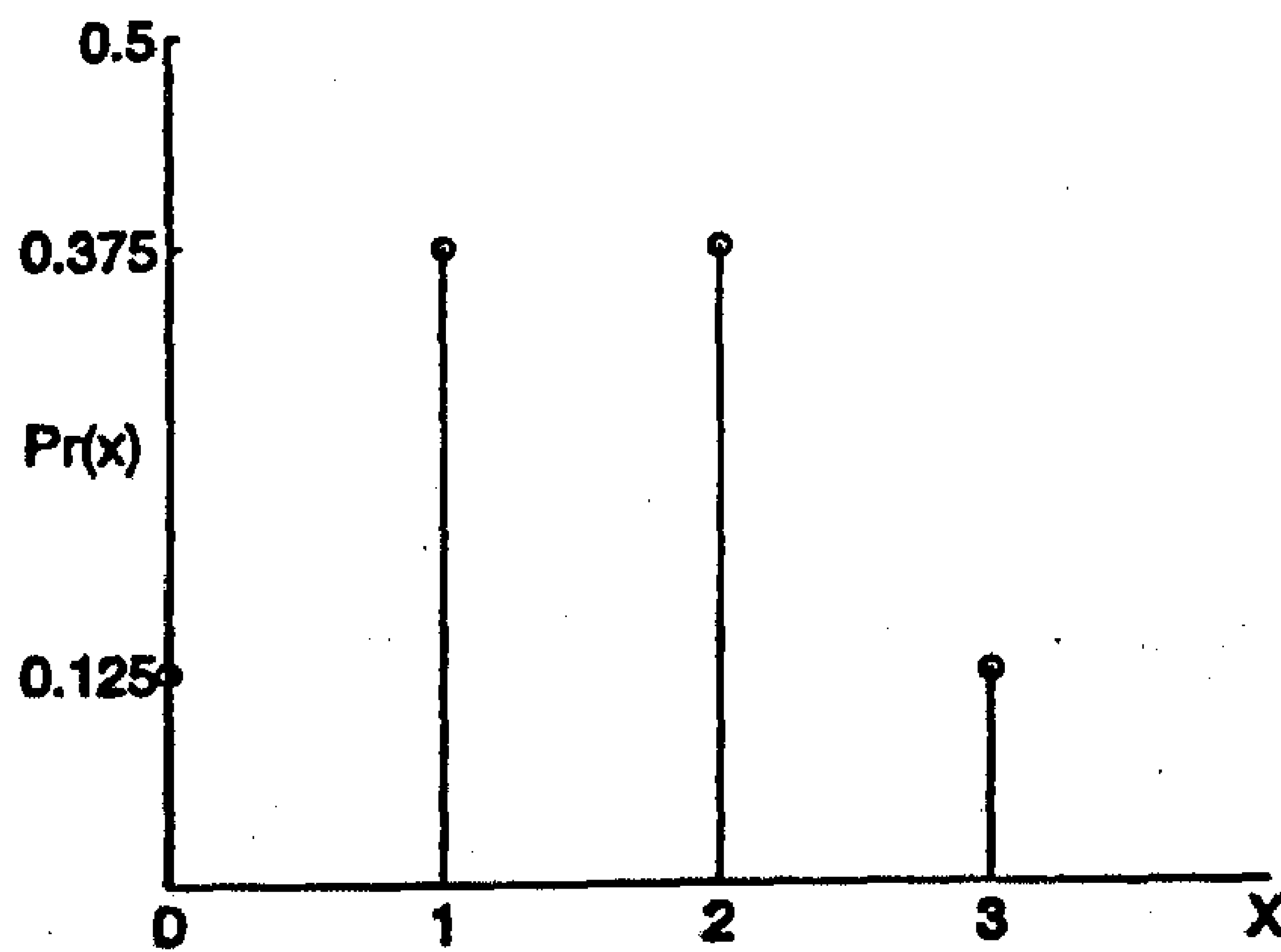
الأرقام في هذه الحالة هي عبارة عن أرقام ثنائية المدى (Binary) تتمثل بالقيم صفر وواحد (1 ، 0) فإن الفضاء العيني لهذا االمتغير العشوائي:

$$\Omega = \{000,001,010,011,100,101,110,111)$$

وقيم x هي: $x = \{0,1,2,3)$. على سبيل المثال عند ظهور الرقم واحد مرة من مجموعة الأرقام الثلاثة يكون قيمة المتغير العشوائي x تساوي واحداً: $x = 1$. احتمالية كل قيمة من المتغير العشوائي هي عبارة عن عدد المرات التي يظهر بها المتغير العشوائي على مجموع عناصر الفضاء العيني:

$$p_r(x=0)=\frac{1}{8}, \text{ ،} p_r(x=1)=\frac{3}{8} \text{ ،} p_r(x=2)=\frac{3}{8} \quad p_r(x=3)=\frac{1}{8}$$

ويمكن رسم قيم x مقابل $p_r(x=x_i)$ كما هو مبين في الشكل (9)



شكل (9)

مثال (32)

في تجربة إلقاء حجري نرد في آن واحد:

أ- ما هي عدد عناصر الفضاء العيني لهذه التجربة ؟

ب- إذا عرف الحدث E كمجموع الأرقام الظاهرة على حجري النرد حيث يكون هذا المجموع أكبر من 10 . اكتب مجموعة العناصر لهذا الحدث.

ج- ما هي احتمالية الحدث في فرع (ب).

الحل:

أ- كل حجر من أحجار النرد له احتمالية ظهور ست نتائج (1،2،3،4،5،6) وبما أن كل رمية من أحجار النرد مستقلة عن الأخرى فإن مجموع عدد العناصر للفضاء العيني $36 = 6 \times 6$.

ب- عدد العناصر التي يحتويها هذا الحدث هي العناصر التي يكون بها مجموع الأوجه الظاهرة على حجري النرد 10 أو أكثر. فلذلك فإن الحدث E يحتوي على العناصر التالية (46 و64 و55 و56 و65 و66) والبالغ عددها 6. على سبيل المثال ظهور الرقمين 66 يعني أن المجموع يساوي 12.

ج- يوجد 6 عناصر في هذا الحدث، لذلك احتمالية وقوع هذا الحدث هي:

$$p_r(E) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

أسئلة التقويم الذاتي (3)

عرف المتغير العشوائي.

5. نظرية بيز (Bays Theory)

إذا عرف الحدثان E_1 و E_2 فإن احتمالية حدوث E_2 علماً بأن الحدث E_1 قد حدث، تمثل بالعلاقة:

$p_r(E_2/E_1)$ وتساوي

$$p_r(E_2/E_1)=\frac{p_r(E_2\cdot E_1)}{p_r(E_1)} \qquad (21)$$

وهذه الاحتمالية هي نفسها التي تم تعريفها في الجزء السابق من الفصل. اعتماداً على هذه النظرية يمكن تعريف نظرية بيز على النحو التالي:

$$p_r(E_2/E_1)=\frac{p_r(E_2\cdot E_1)}{p_r(E_1)}=\frac{p_r(E_1/E_2)p_r(E_2)}{p_r(E_1)} \qquad (22)$$

يمكن البرهان على هذه النظرية بكل سهولة حيث إن

$$p_r(E_2\cdot E_1)=p_r(E_1\cdot E_2) \qquad (23)$$

أهمية نظرية بيز أنها تعطي علاقة الحدث المشروط بعكسه.

مثال (33)

صندوق يحتوي على 3 كرات لون أحمر وخمس كرات لون أصفر و4 كرات لون أبيض:

أ- إذا سُحبت كرتان من الصندوق على التوالي وتم إرجاع السحبة الأولى قبل بدء السحبه الثانية. أوجد احتمالية أن تكون الكرة المسحوبة الثانية حمراء مع العلم بأن الكرة الأولى كانت بيضاء.

ب- اذا عرف نفس الحدث في فرع (أ) ولكن تمت عملية السحب بدون إرجاع الكرة المسحوبة.

ج- اذا سُحبت كرتان على التوالي من الصندوق بدون إرجاع ما هي احتمالية أن تكون الكرة المسحوبة الثانية بيضاء.

د - إذا سُحبت كرتان من الصندوق بدون إرجاع الكرة المسحوبة إلى الصندوق. ما هي احتمالية أن تكون الأولى صفراء والثانية حمراء.

الحل:

أ - إذا عرف الحدث E_1 ليعني نتيجة السحبه الأولى والحدث E_2 ليعني نتيجة السحبه الثانية. في هذه الحالة يمكن تعريف هذا الحدث E_2 كحدث مستقل عن E_1 لأن الكرة الثانية لا تتأثر بنتيجة الكره الأولى: $p_r(E_2/E_1)=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

ب - في هذه الحالة نتيجة السحبة الثانية تتأثر بنتيجة السحبة الأولى ولا يمكن اعتبارهما حدثين مستقلين. حيث إن عدد الكرات سينقص بمجموعه واحد بعد السحبة الأولى، باستخدام نظرية الاحتمال المشروط

$$p_r(E_2/E_1)=\frac{3}{11}$$

ج - في هذه الحالة لا يعرف بشكل حتمي ما هي نتيجة السحبة الأولى. يمكن أن تكون السحبة الأولى بيضاء اللون أو حمراء اللون أو صفراء اللون ويمكن ترجمه هذا إلى المعادلة التالية:

$$\begin{aligned}p_r(E_2:\mathrm{W}) &= p_r(\{E_2:W\}\cdot\{E_1\ \mathrm{W}\}) \text{ or } p_r(\{E_2:R\}\cdot\{E_1:\mathrm{R}\}) \text{ or } p_r(\{E_2:Y\}\cdot\{E_1:\mathrm{Y}\})\\ &= p_r(\{E_2:W\}\cdot\{E_1\ \mathrm{W}\})+p_r(\{E_2:R\}\cdot\{E_1:\mathrm{R}\})+p_r(\{E_2:Y\}\cdot\{E_1:\mathrm{Y}\})\end{aligned}$$

حيث تعني الدالة $p_r(E_2:\mathrm{W})$ احتمالية أن تكون السحبة الثانية بيضاء والدالة $(E_1:\mathrm{Y})$ تعني ظهور كرة صفراء في السحبة الأولى، والدالة $(E_1:\mathrm{R})$ تعني ظهور كرة حمراء في السحبة الأولى وهكذا. وباستخدام (22) يمكن كتابة $p_r(E_2:\mathrm{W})$ كالتالي:

$$\begin{aligned}p_r(E_2:W) &= p_r(E_2:W/E_1:W)p_r(E_1:W)+p_r(E_2:W/E_1:R)p_r(E_1:R)\\ &\quad + p_r(E_2:W/E_1:Y)p_r(E_1:Y)\end{aligned}$$

$$p_r(E_2:W)=\frac{3}{11}\cdot\frac{4}{12}+\frac{3}{11}\cdot\frac{3}{12}+\frac{3}{11}\cdot\frac{5}{12}=\frac{56}{132}=\frac{14}{33}$$

د- باستخدام (23)

$$p_r(E_1:Y\cdot E_2:R)=p_r(E_2:R/E_1:Y)\cdot p_r(E_1:Y)=\frac{3}{11}\cdot\frac{5}{12}=\frac{5}{44}$$

مثال (34):

صندوق يحتوي على 6 كرات حمراء وثلاث كرات صفراء وخمس كرات زرقاء. تم سحب كرتين على التوالي من الصندوق بدون إرجاع. أوجد:

أ - أن تكون احتمالية الكرة الثانية المسحوبة من لون أزرق.

ب - احتمالية أن تكون الكرة الأولى صفراء مع العلم أن الثانية حمراء.

الحل:

أ-
$$p_r(E_2:B)=p_r(E_2:B/E_1:B)p_r(E_1:B)+p_r(E_2:B/E_1:R)p_r(E_1:R)$$
$$+p_r(E_2:W/E_1:Y)p_r(E_1:Y)$$

$$p_r(E_2:B)=\frac{4}{13}\cdot\frac{5}{14}+\frac{4}{13}\cdot\frac{6}{14}+\frac{4}{13}\cdot\frac{3}{14}=\frac{65}{182}$$

ب- باستخدام نظرية بيز (22) يمكن كتابة هذه الاحتمالية على النحو التالي:

$$p_r(E_1:Y/E_2:R)=\frac{p_r(E_2:R\cdot E_1:Y)}{p_r(E_2:R)}$$

$$=\frac{p_r(E_2:R/E_1:Y)p_r(E_1:Y)}{p_r(R_2\cdot R_1)+p_r(R_2\cdot Y_1)+p_r(R_2\cdot B_1)}$$

$$p_r(E_1:Y/E_2:R)=\frac{p_r(E_2:R/E_1:Y)p_r(E_1:Y)}{p_r(R_2/R_1)p_r(R_1)+p_r(R_1/B_1)p_r(B_1)+p_r(R_2/Y_1)p_r(Y_1)}$$

$$p_r(E_1:Y/E_2:R)=\frac{\frac{6}{13}\cdot\frac{3}{14}}{\frac{5}{13}\cdot\frac{6}{14}+\frac{6}{13}\cdot\frac{5}{14}+\frac{6}{13}\cdot\frac{3}{14}}=\frac{18}{78}=\frac{3}{13}$$

حيث إن الدالة $p_r(R_2/R_1)$ تعني احتمالية أن تكون كرة حمراء اللون في السحبة الثانية مع العلم أن كرة حمراء اللون قد ظهرت في السحبه الأولى.

من الجدير بالذكر أنه عند حساب احتمالية أن تكون الكرة الثانية حمراء تم احتسابها باستخدام ما يعرف بنظرية مجموع الاحتمالات.

تعريف: إذا كانت نتائج التجربة في المرحلة الأولى تحتوي على الأحداث E_1، E_2 E3،.....، E_n، وكان الحدث L_2 معرفا في المرحلة الثانية من التجربة فإن احتمالية حدوث L_2 في المرحلة الثانية يرمز له بـ $p_r(L_2)$ ويمكن أن يحسب باستخدام ما يلي:

$$p_r(L_2) = p_r(L_2 / E_1)p_r(E_1) + p_r(L_2 / E_2)p_r(E_2) + \dots\dots + p_r(L_2 / E_n)p_r(E_n)$$

حيث يمكن حساب الاحتمالية المشروطة $P_r(E_k / L_2)$ باستخدام

$$p_r(E_k / L_2) = \frac{pr(L_2 / E_k)pr(E_k)}{\sum_{i=1}^{n} pr(L_2 / E_i)pr(E_i)} \qquad (24)$$

معادلة (24) تعرف بنظرية مجموع الاحتمالات (Total Probability).

مثال (35)

من إحدى التطبيقات المهمة لنظرية بيز هي في مجال الاتصالات. مصدر ثنائي المدى (Binary) يصدر المعلومات (Binary 0) والبيناري واحد (Binary 1) بالنسب التالية:

$$p_r(0) = p : \text{probability of transmitting a 0}$$
$$p_r(1) = 1 - p = q : \text{probability of transmitting a 1}$$

والاحتمالية المشروطة لإرسال كل منهما كالآتي:

$$p_r(\text{receiving a 1/ a 0 was transmitted}) = p_r(1/0) = p_1$$
$$p_r(\text{receiving a 0/ a 1 was transmitted}) = p_r(0/1) = p_0$$

أ – ما هي احتمالية الخطأ عند إرسال الصفر p_r(error when sending a 0)

ب – ما هي احتمالية استقبال البيناري واحد (probability of receiving a 1).

ج – ما هي احتمالية الخطأ في إرسال المعلومات للنظام ككل؟

الحل:

عند إرسال أي من المعلومات هناك حالتان يمكن أن تحدثا.

الحالة الأولى: أن تستقبل نفس المعلومة التي تم إرسالها وهذه الحالة تدل على عدم وجود أي اخطاء في عملية الاستقبال.

الحالة الثانية: أن لا تستقبل نفس المعلومة التي تم إرسالها وهذه الحالة تدل على وجود أخطاء في عملية الاستقبال. على سبيل المثال: عند إرسال المعلومة صفر (Binary 0) سيتم استقبالها وكأنها المعلومة (Binary 1)، نفس الشيء ينطبق عند إرسال (Binary 1).

أ- يحدث خطأ عند إرسال الصفر عندما يستقبل الصفر وكأنه المعلومة واحد، واحتمالية هذا الحدث هي عبارة

$$p_r(\,0 \text{ is transmitted} \quad \text{and} \quad 1 \text{ was received}) = p_r(1/0)\cdot p_r(0) = p_1 \cdot p$$

ب- لا نعرف في هذه الحالة إذا كانت المعلومة المرسلة صفراً أو واحداً، لذلك يجب تطبيق نظرية مجموع الاحتمالات. يمكن أن تكون المعلومة المرسلة صفراً أو واحداً.

$$p_r(\text{receiving } 1) = p_r(1\,\text{TX and } 1\,\text{RX}) + p_r(\,0\,\text{TX and } 1\,\text{RX})$$

$$p_r(\text{receiving } 1) = p_r(1\,\text{RX}/1\,\text{TX})\cdot p_r(\,1\,\text{TX}) + p_r(1\,\text{RX}/0\,\text{TX})\cdot p_r(\,0\,\text{TX})$$
$$= (1-p_0)\cdot q + p_1 \cdot p$$

حيث تمثل العلاقة $p_r(\,0\,\text{TX and } 1\,\text{RX})$، احتمالية إرسال المعلومة صفر واستقبال المعلومة واحد.

ج- يحدث خطأ في عملية الإرسال إذا أرسل واحد وتم استقباله كصفر أو يحدث أيضًا عند إرسال صفر ويتم استقباله كواحد، احتمالية هذا الحدث هي عبارة عن:

$$p_r(\text{error}) = p_r(1\,\text{TX and } 0\,\text{RX}) + p_r(\,0\,\text{TX and } 1\,\text{RX})$$

$$p_r(\text{receiving } 1) = p_r(0\,RX/1\,TX)\cdot p_r(1\,TX) + p_r(1\,RX/0\,TX)\cdot p_r(0\,TX)$$
$$= p_0\cdot q + p_1\cdot p$$

في جميع التجارب التي تم التعامل معها حتى الآن يمكن للدارس أن يعد جميع عناصر الحدث (يمكن عد عناصر الفضاء العيني) ومن ثم حساب احتمالية هذا الحدث. ولكن كيف سيتم التعامل مع تجربة إذا كانت أحداثها أو الفضاء العيني لها يحتوي على عدد كبير جداً من العناصر ويصبح من الصعب جدا إحصاء عدد هذه العناصر لذلك نلجأ إلى مبدأ التعداد.

تعريف: إذا كانت مجموعة تحتوي على N عنصر. إذا اخترنا k عنصر من المجموعة فيمكن أن نختار المجموعة k من المجموعة N بطريقتين:

1- الطريقة الأولى: حسب ترتيب العناصر k في المجموعة N، في هذه الحالة فإنه يوجد عدد m يساوي عدد الطرق التي يمكن ترتيب العناصر k من المجموعة n كما يلي:

$$m = \frac{N!}{(N-k)!} \qquad (25)$$

حيث تعني الدالة n! مضروب العدد n وتساوي

$$n! = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot(n-3).......3\cdot 2\cdot 1 \qquad (26)$$

2- الطريقة الثانية: يتم اختيار المجموعة المكونة من k عنصر من المجموعة التي تحتوي على N عناصر في $\binom{n}{k}$ طريقه مختلفة بغض النظر عن ترتيب العناصر في المجموعة حيث

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{n!(n-k)!} \qquad (27)$$

لاحظ الفرق بين (25) و (27)، أن (27) لا تهتم بالطريقة التي تختار بها العناصر ضمن المجموعة.

مثال (36):

لجنة مكونة من 5 أشخاص إذا كان مجموع الأشخاص المرشحين للعمل في هذه

اللجنة 6 رجال و4 نساء، أوجد كم لجنة يمكن تكوينها من 5 أشخاص.

الحل:

باستخدام (27) n=10 والعدد k=5،

$$\binom{n}{k}\binom{10}{5}=\frac{10!}{10!\cdot(10-5)!}=252$$

مثال (37)

مجموعة تحتوي على ستة أرقام (1،2،3،4،5،6). إذا تم اختيار 4 عناصر من هذه المجموعة:

أ – كم طريقة يمكن منها تكوين مجموعة من 4 أرقام بغض النظر عن الترتيب.

ب – كم طريقة يمكن منها تكوين مجموعة من 4 أرقام بترتيب مميز يختلف عن المجموعة الأخرى.

الحل:

أ – في هذه الحالة لا يوجد اهتمام بطريقة أو ترتيب العناصر فيمكن تطبيق معادلة (25) وفيها n=6 وk=4.

$$\binom{n}{k}=\binom{6}{4}=\frac{6!}{6!\cdot(6-4)!}=15$$

ب – في هذه الحالة اختيار العناصر يخضع لطريقة ترتيبها لذلك نستخدم معادلة (27)

$$m=\frac{6!}{(6-4)!}=360$$

يمكن توضيح المثال السابق لمجموعة (أ) والتي تحتوي على 3 أرقام (4،7،9) كم مجموعة من عنصرين يمكن تكوينه من المجموعة التي تحتوي على ثلاثة أرقام:

الحالة الأولى: باستخدام (27)

$$\binom{n}{k}=\binom{3}{2}=\frac{3!}{2!\cdot(3-2)!}=3$$

في هذه الحالة يمكن تكوين 3 مجموعات وهي (4،7) (9،7) (4،9) بغض النظر عن طريقة ترتيب العناصر في المجموعة الواحدة.

الحالة الثانية: باستخدام (25)

$$m=\frac{3!}{(3-2)!}=6$$

في هذه الحالة يمكن تكوين 6 مجموعات مع الأخذ بعين الاعتبار طريقة ترتيب العناصر في المجموعة الواحدة كالتالي: (4،7)، (4،7)، (4،9)،(9،4)، (7،9)، (9،7)على سبيل المثال، مع أن المجموعتين (4 , 7) و(7 , 4)، تحتويان على نفس العناصر إلا أن هذه العناصر يختلف ترتيبها في كل مجموعة.

تدريب (8)

إذا كانت لوحة أرقام السيارات مكونة من 7 أرقام. كم عدد لوحات السيارات الذي يمكن الحصول عليه إذا كانت كل لوحة مكونة من 7 أرقام مختلفة.

تدريب (9)

في جامعة معينة يستطيع كل طالب أن يسجل أربع مواد من أصل عشر مواد في كليته. كم عدد الطرق المختلفة التي يمكن للطالب أن يسجل بها لأربع مواد.

تدريب (10)

قاعة تحتوي على ستة طلاب وثماني طالبات. كم مجموعة يمكن تكوينها من ثلاثة طلاب وثلاث طالبات؟

تدريب (11)

في عملية لتصنيع أجهزة الهواتف الخلوية يوجد خمسة أجهزة غير صالحة للاستعمال من أصل مائة جهاز. تم اختيار عشرة أجهزة بطريقة عشوائية من صندوق يحتوي على مائة من هذه الأجهزة المصنعة حديثا. ما احتمالية أن تكون العشرة أجهزة المنتقاة صالحة للاستعمال؟

تدريب (12)

إذا كان المتغير العشوائي يعبر عن مجموع الأرقام الظاهرة في تجربة رمي حجرين نرد في نفس الوقت. ما احتمالية أن يكون مجموع الأرقام الظاهرة على حجري النرد 6 علما بأن الأرقام الظاهرة على حجري النرد أقل من 7.

أسئلة التقويم الذاتي (4)

اذكر تعريفات نظرية بيز.

6. نظرية بيرنولي (Bernouli Trial Theory)

في تجربة ما، اذا كانت احتمالية حصول الحدث E هي $p_r(\text{occure } E) = p_r(E) = p$
فإذا أجريت نفس التجربة n عدداً من المرات فإن احتمالية حدوث الحدث E، k عدداً من المرات من أصل n عدد من المرات يرمز لها بـ $p_r(k,n)$ وتحسب كما يلي:

$$p_r(k,n) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \qquad (28)$$

حيث إن الدالة $(1-p)$، تمثل احتمالية عدم حدوث الحدث E.

$p_r(E \text{ dont occure}) = q = 1-p$.

مثال (38)

في تجربة رمي قطعة نقود. أوجد ما يلي:

أ- إذا أجريت التجربة مرة واحدة ما هو احتمال ظهور صورة.

ب- إذا أجريت التجربة 5 مرات ما هو احتمال ظهور صورة مرتين.

ت- إذا أجريت التجربة 5 مرات ما هو احتمال ظهور 4 صور على الأقل.

الحل:

أ - في هذه الحالة رمي قطعة النقود عبارة عن تجربة بسيطة توصف بالحدث E في هذه الحالة الحدث يعبر عن ظهور كتابة واحتمالية هذا الحدث

$$p_r(E) = \frac{1}{2}$$

ب - هذه التجربة تُطبق على نظرية بيرنولي حيث إن n=5 و k=2، وإن الحدث E هو ظهور صورتين من خمس محاولات

ج - ج. احتمالية (4 صور على الأقل في 5 محاولات) تعني احتمالية ظهور 4 صور

أو 5 صور: (ظهور صورة $\leq$ 4 مرات من أصل 5 محاولات)

ه - = احتمالية (4 صور من أصل 5 محاولات) + احتمالية (5 صور من أصل 5 محاولات)

$$p_r(E \geq 4) = p_r(4,5) + p_r(5,5)$$

$$= \binom{5}{4}(0.5)^5(1-0.5)^{5-4} + \binom{5}{5}(0.5)^5(1-0.5)^{5-5} = \frac{1}{8}$$

7 . الدالة الاحتمالية للمتغير العشوائي (دالة الكثافة الاحتمالية)

(Probability Density Function PDF)

إذا كان المتغير العشوائي x متغيراً عشوائياً متصلاً يأخذ القيم $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots. x_n$ التي تنتمي إلى الفضاء العيني Ω، فإن حققت الدالة $p_x(x)$ الشروط التالية فإن الدالة $p_x(x)$ هي دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي المتصل x وأما الشروط فهي:

$$p_x(x) \geq 0, \qquad x \in \Omega \tag{29}$$

$$p_x(x) = 0, \qquad x \notin \Omega \tag{30}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_x(x) = 1 \tag{31}$$

أما إذا كان المتغير العشوائي x متغيراً عشوائياً منفصلاً ويأخذ القيم $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots. x_n$ التي تنتمي إلى الفضاء العيني Ω، فإن حققت الدالة $p_x(x)$ الشروط التالية فإن الدالة $p_x(x)$ هي دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي المنفصل x وأما الشروط فهي:

$$p_x(x) \geq 0, \qquad x \in \Omega \tag{32}$$

$$p_x(x) = 0, \qquad x \notin \Omega \tag{33}$$

$$\sum_{i=1}^{n} p_x(x_i) = 1 \tag{34}$$

مثال (39)

في تجربة رمي حجر النرد إذا عرف المتغير العشوائي x بالرقم الذي يظهر على حجر النرد. أوجد الدالة الاحتمالية للمتغير الغشوائي x .

الحل:

يكتب أولاً الفضاء العيني للتجربة Ω = (6،5،4،3،2،1)، حيث إن احتمالية كل من عناصر الفضاء العيني $p_x(x) = \frac{1}{6}$. في هذه الحالة المتغير العشوائي x يأخذ قيما منتهية أو قابلة للعد، لذلك x متغير عشوائي منفصل. الشكل (10) يوضح الدالة الاحتمالية

للمتغير العشوائي x ، حيث إن $p_x(x)$ تكتب كالتالي:

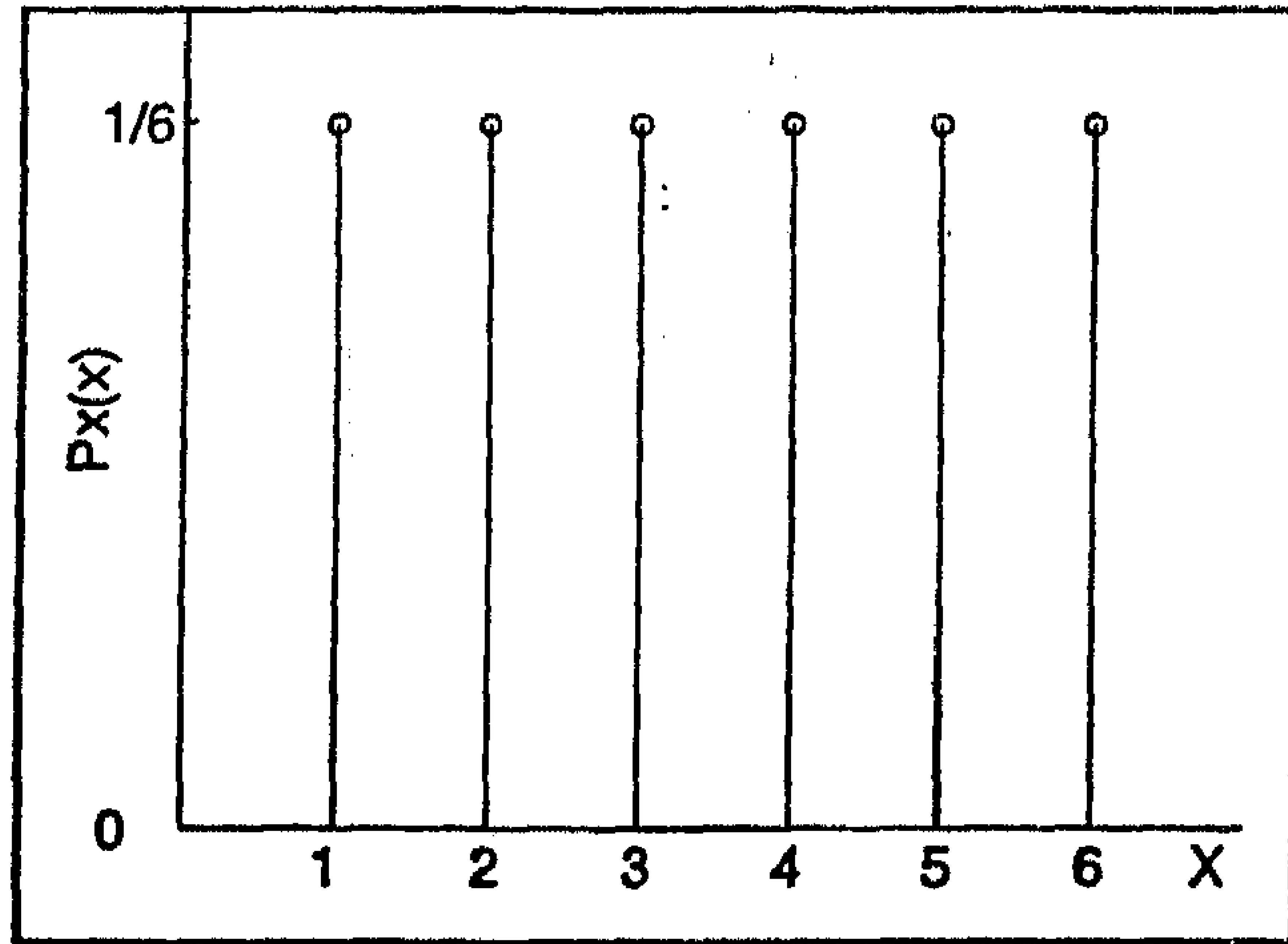
$$p_x(x)=\sum_{i=1}^{6} p_r(x_i)\cdot\delta(x-x_i)$$
$$=\frac{1}{6}[\delta(x-1)+\delta(x-2)+\delta(x-3)+\delta(x-4)+\delta(x-5)+\delta(x-6)]$$

للتأكد من أن الدالة تحقق شروط الدالة الاحتمالية كما في (34)-(32)

$$\sum_{i=1}^{6} p_r(x_i)=\frac{1}{6}(1+1+1+1+1+1)=1$$

وأيضاً $0\le p_r(x_i)\le 1$

ومن الواضح هنا تحقق جميع هذه الشروط.



شكل (10)

مثال(40)

في تجربة عشوائية لمتغير عشوائي x عرفت دالة الكثافة الاحتمالية كما يلي:

$$p_x(x)=3\cdot e^{-(3x)},x\ \ge 0$$

هل الدالة تحقق شروط الدالة الكثافية الاحتمالية للمتغير العشوائي x

الحل:

المتغير العشوائي في هذه الحالة متغير عشوائي متصل. لذلك للإجابة عن ما إذا كانت الدالة الاحتمالية في هذه الحالة تحقق شروط الدالة الاحتمالية نتبع الخطوات التالية المبينة في (31)-(29)

أ. $\int_{-\infty}^{\infty} p_x(x) = 1 = \int^{\infty} 3e^{-3x}dx = -e^{-3x} \Big|_0^{\infty} = 1$

ب. $p_x(x) > 0$ ، من الواضح في هذه الحالة ان $p_x(x)$ تحقق الشرط

ج. $0 \;\; p_x(x) = 0 \quad x \notin \Omega$

الاقتران $p_x(x) = 3 \cdot e^{-(3x)}\, u(x)$ يحقق جميع شروط الدالة الاحتمالية لذلك الاقتران $p_x(x) = 3 \cdot e^{-(3x)}\, u(x)$ يمثل دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي x.

1.7 القيمة المتوقعة للمتغير العشوائي

(Mean Value or The Expected Value of The Ramdom Variable)

إذا كانت القيم التي يأخذها المتغير العشوائي $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots . x_n$ وأن احتمالية حدوث كل منها $p_r(x_i\,; i = 1,2 \ldots n)$، فإن القيمة المتوقعة للمتغير العشوائي المتصل x هي $\bar{x}$:

$$E[x] = \bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot p_x(x)\, dx \qquad (35)$$

أما في حالة أن يكون المتغير العشوائي منفصلا فإن القيمة المتوقعة $\bar{x}$ تحسب كالتالي:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_x(x_i) \qquad (36)$$

مثال (41)

دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي x

$$p_x(x) = 2 \cdot e^{-(2x)}, x \geq 0$$

أوجد القيمة المتوقعة للمتغير العشوائي x .

الحل:

باستخدام (35)

$$\overline{x} = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot p_x(x)\,dx = \int_{0}^{\infty} x \cdot 2e^{-2x}\,dx$$

$$= \frac{2e^{-2x}}{(-2)^2}(-2x-1)\,\Big|_0^{\infty} = \frac{1}{2}$$

مثال (42)

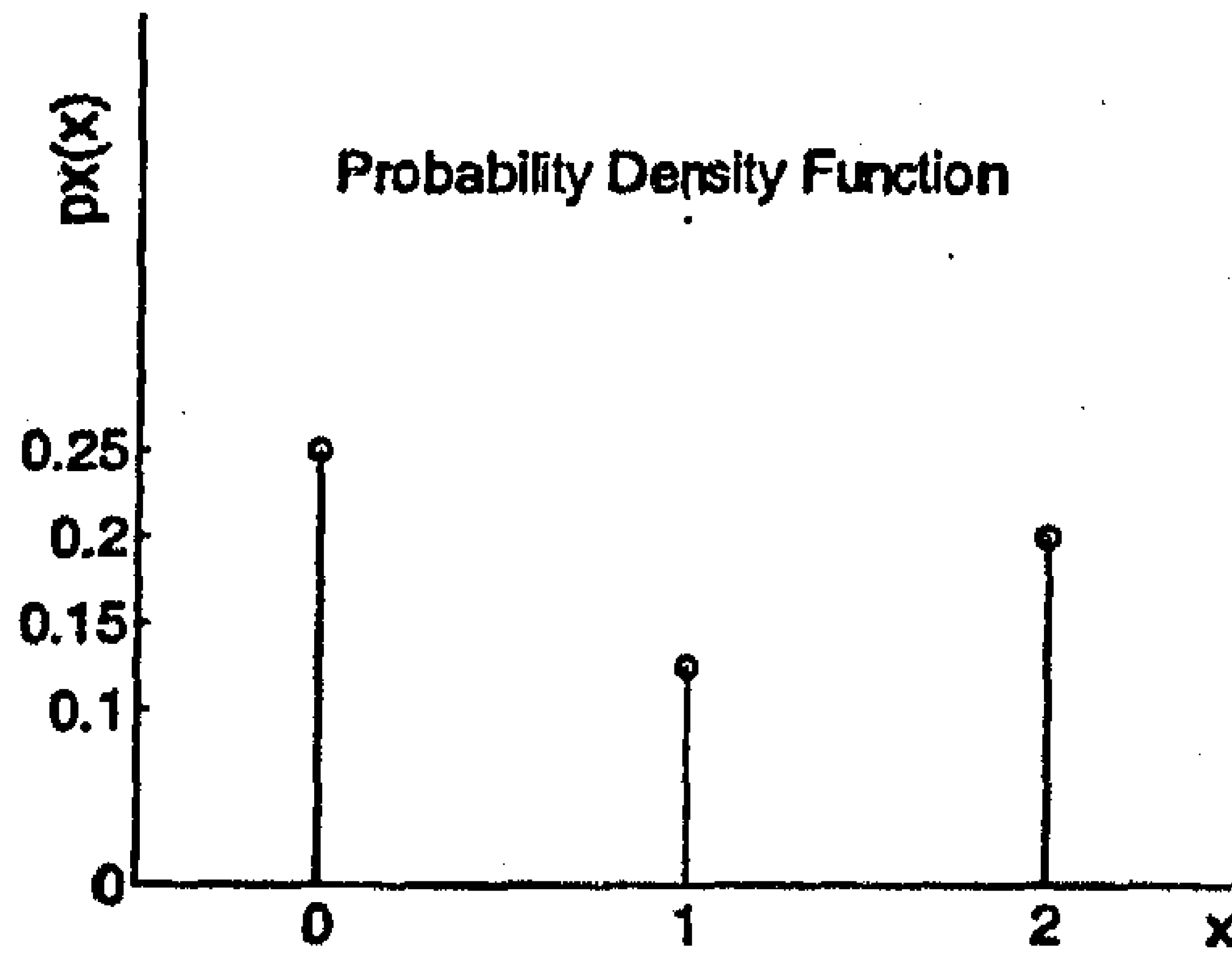
الدالة الاحتمالية للمتغير العشوائي المنفصل X هي

$$p_X(x) = 0.25\ \delta(x-1) + 0.125\delta(x-2) + 0.2\delta(x-3)$$

أوجد القيمة المتوقعة $\overline{x}$ للمتغير العشوائي.

الحل:

أولاً نقوم برسم الدالة الاحتمالية للمتغير X كما هو مبين في الشكل (11)



شكل (11)

المتغير العشوائي يأخذ ثلاث قيم 3،2،1 =X حيث إن احتمالية كل منها

$$p_r(x=1)=0.25 \text{ ، } p_r(x=2)=0.125 \text{ ، } p_r(x=3)=0.2$$

وباستخدام (36) تحسب القيمة المتوقعة للمتغير العشوائي X

$$\overline{X} = \sum_{i=1}^{N} x_i P_r(X=x_i)$$

$$=1\cdot 0.25\delta(x-1) + 2\cdot 0.125\delta(x-2) + 3\cdot 0.2\delta(x-3) = \frac{11}{10}$$

2.7 تباين المتغير العشوائي (Variance of the Random Variable)

تباين المتغير العشوائي يدلي بمعلومات عن طبيعة توزيع قيم المتغير العشوائي بالنسبة للقيمة المتوقعة فإذا كانت قيمة التباين صغيرة فذلك يدل على أن معظم قيم المتغير العشوائي تتمركز بالقرب من القيمة المتوقعة ومما يوضح طبيعة تصرف المتغير العشوائي. أما إذا كانت قيمة التباين كبيرة فذلك يدل على أن قيم المتغير العشوائي غير منحصرة بالقرب من القيمة المتوقعة للمتغير العشوائي ويمكن حساب التباين للمتغير العشوائي x (σ_x^2) كما يلي:

$$\sigma_x^2 = E(x-\bar{x})^2 = E(x^2) - 2E(x) + \bar{x}^2 \qquad (37)$$

حيث إن الدالة $E(x)$ تعني القيمة المتوقعة للمتغير العشوائي x، ويمكن إيجاد الانحراف المعياري σ_x (Standard Deviation) للمتغير العشوائي x من قيمة التباين كما يلي:

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} \qquad (38)$$

وأيضا تعرف قيمة الانحراف المعياري بـ :Root Mean Squared Value) (rms. في حالة الإشارات العشوائية تمثل القيمة $(\sigma_x)^2$ قوة القيمة الكهربائية للإشارة العشوائية.

تدريب (13)

دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي x

$$p_x(x) = e^{-x}; \quad x \geq 0$$

أ. أوجد القيمة المتوقعة للمتغير العشوائي x .

ب. أوجد قيمة الانحراف المعياري للمتغير العشوائي x .

ت. ما هي احتمالية ان تكون قيمة المتغير العشوائي أكبر من ثلاث.

8. الاقتران الإجمالي للتوزيع الاحتمالي

(Cummulative Distribution Function)

بعد التعرف على دالة الكثافة الاحتمالية وخصائصها لابد أن نذكر كيف يمكن الاستفادة منها لحساب قيم الاحتمالات للمتغير العشوائي x. لذلك سنبدأ بتعريف بما يعرف بالاقتران الإجمالي للتوزيع الاحتمالي $F_x(x)$ للمتغير العشوائي x كالتالي:

$$F_x(x_1) = p_r(x \le x_1) = \int_{-\infty}^{x_1} p_x(x)dx \qquad (39)$$

حيث إن $p_r(x \le x_1)$ هي عبارة عن احتمالية أن قيمة المتغير العشوائي x أقل أو تساوي x_1. والدالة $p_x(x)$ هي دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي x من ناحية رياضية المساحة تحت منحنى التوزيع الاحتمالي في(39) هي عبارة عن القيمة الاحتمالية للمتغير العشوائي $x = x_1$. ومن خصائص دالة التوزيع الاحتمالي ما يلي:

$$F_x(x) \ge 0 \qquad (40)$$

$$F_x(\infty\ ) = 0 \qquad (41)$$

$$F_x(\infty) = 1 \qquad (42)$$

(43) الاقتران $F_x(x)$ عبارة عن منحنى تصاعدي

9. منحنى دالة الكثافة الاحتمالية

Probability Density Function

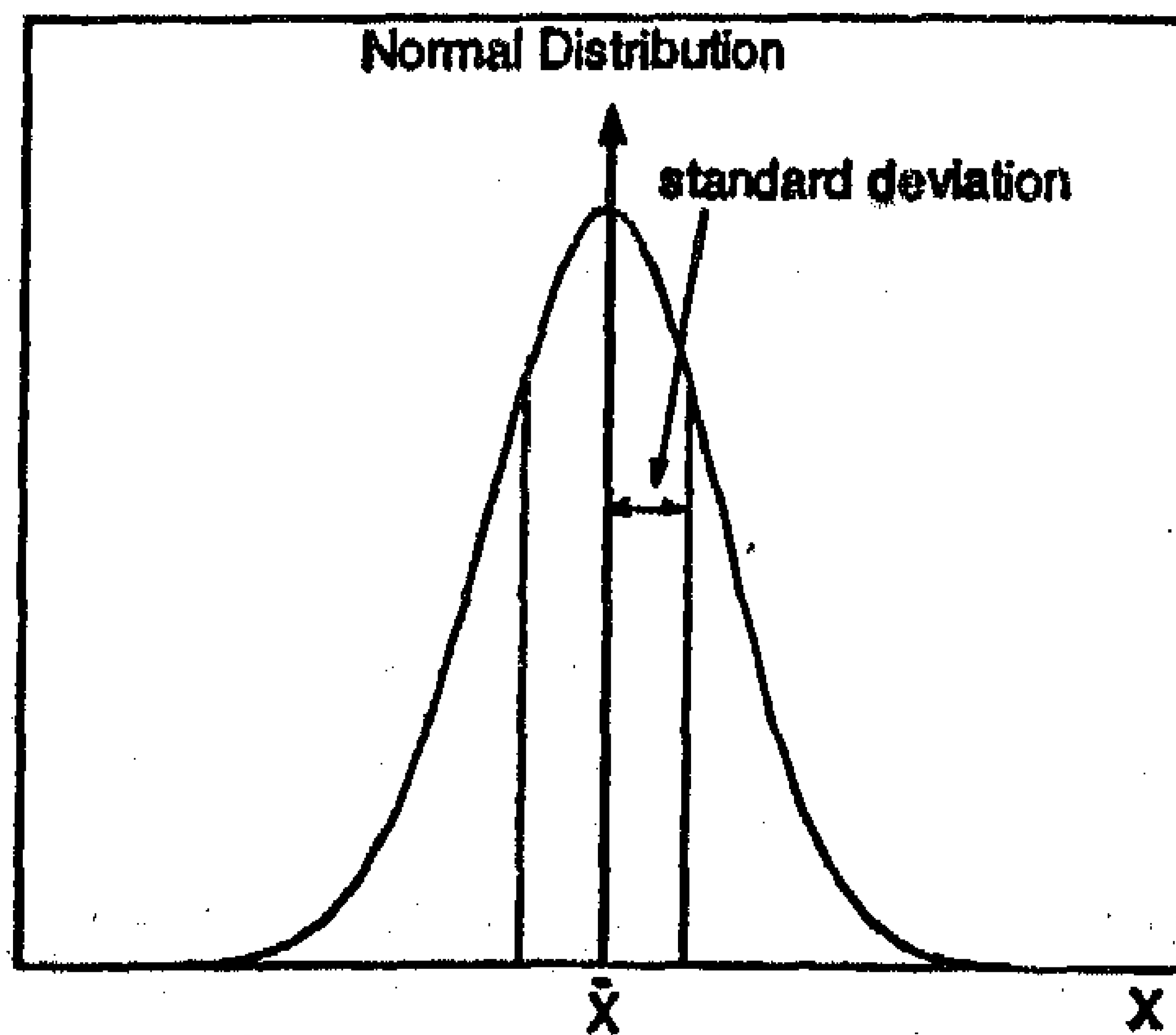
بما أن احتمالية حدوث أي حدث يمكن أن تحسب عن طريق معرفة دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي، فمن الجدير بالذكر هنا أن نتعرف على نوعين من المنحنيات التي تستخدم في نظرية الاحتمالات والإحصاء:

1.9 منحنى القاوسيان (Gaussian Distribution Function)

إذا كان توزيع المتغير العشوائي يأخذ شكل المنحنى توزيع القاوسيان فإن دالة كثافته الاحتمالية

$$p_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\ \sigma_x} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{\sigma_x}\right)^2} \quad (44)$$

حيث إن σ_x هي عبارة عن الانحراف المعياري للمتغير العشوائي x، بينما $\bar{x}$ تمثل الوسط الحسابي أو القيمة المتوقعة للمتغير العشوائي x. شكل (12) يوضح طبيعة توزيع منحنى القاوسيان.



شكل (12)

من خصائص هذا المنحنى كما هو موضح في شكل (12) ما يلي:

1 – شكل المنحنى يشبه شكل الجرس

2 – متماثل حول الوسط الحسابي $\bar{x}$

3 – المساحة تحت المنحنى = 1، أي $\int_{-\infty}^{\infty} p_x(x)dx = 1$

4 – لحساب أي قيمة احتمالية يجب معرفة الوسط الحسابي $\bar{x}$ والانحراف المعياري σ فقط للمتغير العشوائي.

5 – يمكن حساب القيمة الاحتمالية $p_r(x \le x_1)$ بإيجاد المساحة تحت المنحنى المتمثلة في :

$$F_x(x_1) = p_r(x \le x_1) = \int_{-\infty}^{x_1} p_x(x)dx \qquad (45)$$

6 – يمكن حساب القيمة الاحتمالية $p_r(x_1 \le x \le x_2)$، بإيجاد المساحة تحت المنحنى المتمثلة بالتكامل :

$$\int_{x_1}^{x_2} p_x(x)dx \qquad (46)$$

7 – اذا كانت قيمة المتوسط الحسابي $\bar{x} = 0$، والانحراف المعياري $\sigma = 1$، فإن المنحنى يسمى بالمنحنى الطبيعي للمتغير العشوائي (Normal Distribution).

إن القيمة الاحتمالية للمتغير العشوائي يمكن أن تحسب بايجاد المساحة تحت المنحنى، ولكن إيجاد المساحة يتطلب إيجاد التكامل لدالة الكثافة الاحتمالية للمنحنى، ومن الواضح جداً أنه لا يمكن ايجاد هذا التكامل بشكل مقفول (Closed Form) لمنحنى القاوسيان لذلك نعرف الإقتران $Q(n)$:

$$Q(n) = \int_{n}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{n^2}{2}} dn \qquad (47)$$

حيث يسمى هذا الإقتران باقتران مكمل إقتران الخطأ. قيم هذا الإقتران موجودة في جدول (17). مثال (43) سيوضح كيفية إستخدام قيم هذا الإقتران لإيجاد المساحة تحت منحنى القاوسيان.

جدول (17) قيم اقتران مكمل الخطأ

$$Q(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{x}^{\infty} e^{-0.5 y^2}\, dy$$

x	Q(x)	x	Q(x)	x	Q(x)	x	Q(x)
0.0	0.5	2.1	0.017864	4.2	1.33541E-05	6.3	1.49472E-10
0.1	0.460172	2.2	0.013903	4.3	8.54602E-06	6.4	7.80490E-11
0.2	0.42074	2.3	0.010724	4.4	5.41695E-06	6.5	4.03579E-11
0.3	0.382089	2.4	0.008198	4.5	3.40080E-06	6.6	2.06652E-11
0.4	0.344578	2.5	0.00621	4.6	2.11464E-06	6.7	1.04786E-11
0.5	0.308538	2.6	0.004661	4.7	1.30232E-06	6.8	5.26157E-12
0.6	0.274253	2.7	0.003467	4.8	7.94353E-07	6.9	2.51613E-12
0.7	0.241964	2.8	0.002555	4.9	4.79870E-07	7.0	1.28808E-12
0.8	0.211855	2.9	0.001866	5.0	2.87105E-07	7.1	6.28053E-13
0.9	0.184060	3.0	0.00135	5.1	1.70122E-07	7.2	3.03202E-13
1.0	0.158655	3.1	0.000968	5.2	9.98344E-08	7.3	1.44995E-13
1.1	0.135666	3.2	0.000687	5.3	5.80221E-08	7.4	6.86118E-14
1.2	0.115070	3.3	0.000483	5.4	3.33961E-08	7.5	3.21965E-14
1.3	0.096801	3.4	0.000337	5.5	1.90364E-08	7.6	1.49880E-14
1.4	0.080757	3.5	0.000233	5.6	1.07462E-08	7.7	6.88338E-15
1.5	0.066807	3.6	0.000159	5.7	6.00765E-09	7.8	3.10862E-15
1.6	0.054799	3.7	0.000108	5.8	3.32605E-09	7.9	1.38778E-15
1.7	0.044565	3.8	7.24E-05	5.9	1.82358E-09	8.0	6.10623E-16
1.8	0.035930	3.9	4.81E-05	6.0	9.90122E-10	8.1	2.77556E-16
1.9	0.028716	4.0	3.17E-05	6.1	5.32375E-10	8.2	1.11022E-16
2	0.02275	4.1	2.07E-05	6.2	2.83471E-10	8.3	5.55112E-17

مثال (43)

أوجد المساحة تحت منحنى (Gaussian) لدالة الاقتران المثلة في $F_x(x_1) = p_r(x \le x_1)$.

الحل:

باستخدام (45)

$$F_x(x_1) = p_r(x \le x_1) = \int_{-\infty}^{x_1} \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{\sigma}\right)^2} dx \qquad (48)$$

نفترض أن الرمز m يساوي

$$m = \frac{x-\bar{x}}{\sigma} \qquad (49)$$

ويمكن تحويل التكامل من المتغير x إلى المتغير m كالتالي:

$$dm = \frac{dx}{\sigma} \qquad (50)$$

من ثم تغير قيم التكامل باستخدام

$$m = \frac{x-\bar{x}}{\sigma} \qquad (51)$$

عندما تكون قيمة $x = \infty$، تصبح قيمة

$$x = \infty \qquad (52)$$

وعندما تكون قيمة $x = x_1$، تصبح قيمة

$$m = \frac{x_1-\bar{x}}{\sigma} \qquad (53)$$

ثم نقوم بتعويض كل من الخطوات (53)-(50) بالمعادلة (48) ليصبح التكامل في المعادلة (48) كالتالي:

$$F_x(x_1) = p_r(x \le x_1) = \int_{-\infty}^{\frac{x_1-\bar{x}}{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{m^2}{2}} dm$$

$$F_x(x_1) = p_r(x \le x_1) = 1 - \int_{\frac{x_1-\bar{x}}{\sigma}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{m^2}{2}} dm \qquad (54)$$

الخطوة الأخيرة تمت نتيجة أن المساحة الكلية تحت المنحنى الممثلة بـ $F_x(\infty)$ قيمتها تساوي واحد: $F_x(\infty)=1$.

وبالاستفادة من طبيعة تماثل الاقترانين يصبح التكامل في (54) ممثلا بدلالة الاقتران

Q(n) كالتالي:

$$F_x(x_1) = p_r(x \le x_1) = 1 - Q(\frac{x_1 - \bar{x}}{\sigma})$$

وهو المطلوب. على سبيل المثال لو استخدمت القيم التالية: $x_1 = 3, \bar{x} = 0.5, \sigma = 1.2$
، فإن قيمة هذا الاقتران باستخدام جدول (17)

$$F_x(3) = p_r(x \le 3) = 1 - Q(\frac{3 - 0.5}{1.2})$$
$$= 1 - Q(2) = 1 - 0.02275 = 0.9772$$

مثال (44)

الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي x تتبع توزيع القاوسيان (Gaussian) وقيمة الوسط الحسابي $\bar{x} = 1$ والانحراف المعياري $\sigma = 2$، أوجد ما يلي:

أ. قيمة $F_x(3) = p_r(x \le 3)$.

ب. $p_r(2 \le x \le 4)$.

الحل:

أ. المطلوب هنا إيجاد قيمة $F_x(3)$. نبدأ بكتابة الدالة التي تمثل توزيع القاوسيان لهذا المتغير العشوائي

$$p_x(x) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-1}{2})^2}$$

حيث إن قيمة $F_x(3)$ تحسب من الـ PDF كالتالي:

$$F_x(3) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{3} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-1}{2})^2} dx$$

نتبع نفس الخطوات التي استخدمت في المثال السابق (53)-(49)، فتصبح قيمة التكامل

$$F_x(3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{1} e^{-\frac{m^2}{2}} dm = 1 - Q(1) = 0.8413$$

ب. نبدأ بكتابة المساحة التي يجب إيجادها

$$p_r(2 \le x \le 4) = F_x(4) - F_x(2) = \int_{-\infty}^{4} p_x(x)\, dx - \int_{-\infty}^{2} p_x(x)\, dx$$

وباتباع نفس الخطوات السابقة تصبح قيمة الاقتران كالآتي:

$$p_r(2 \le x \le 4) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0.5}^{1.5} e^{-0.5 \cdot m^2} dm$$

$$p_r(2 \le x \le 4) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0.5}^{1.5} e^{-0.5 \cdot m^2} dm$$
$$= Q(0.5) - Q(1.5) = 0.3085 - 0.06681 = 0.24619$$

تدريب (14)

الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي x تتبع توزيع القاوسيان (Gaussian)

$$p_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\ 2} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-1}{2})^2}$$

وعرف المتغير العشوائي z كالتالي:

$$z = x + 0.5$$

أ. أوجد قيمة المتوسط الحسابي للمتغير العشوائي z.

ب. أوجد قيمة الانحراف المعياري σ للمتغير العشوائي z.

ت. أوجد اقتران الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي z.

ث. ما هي احتمالية أن يكون قيمة المتغير العشوائي z أقل من 3 أو يساوي 3.

2.9 اقتران الكثافة الاحتمالية المنتظم

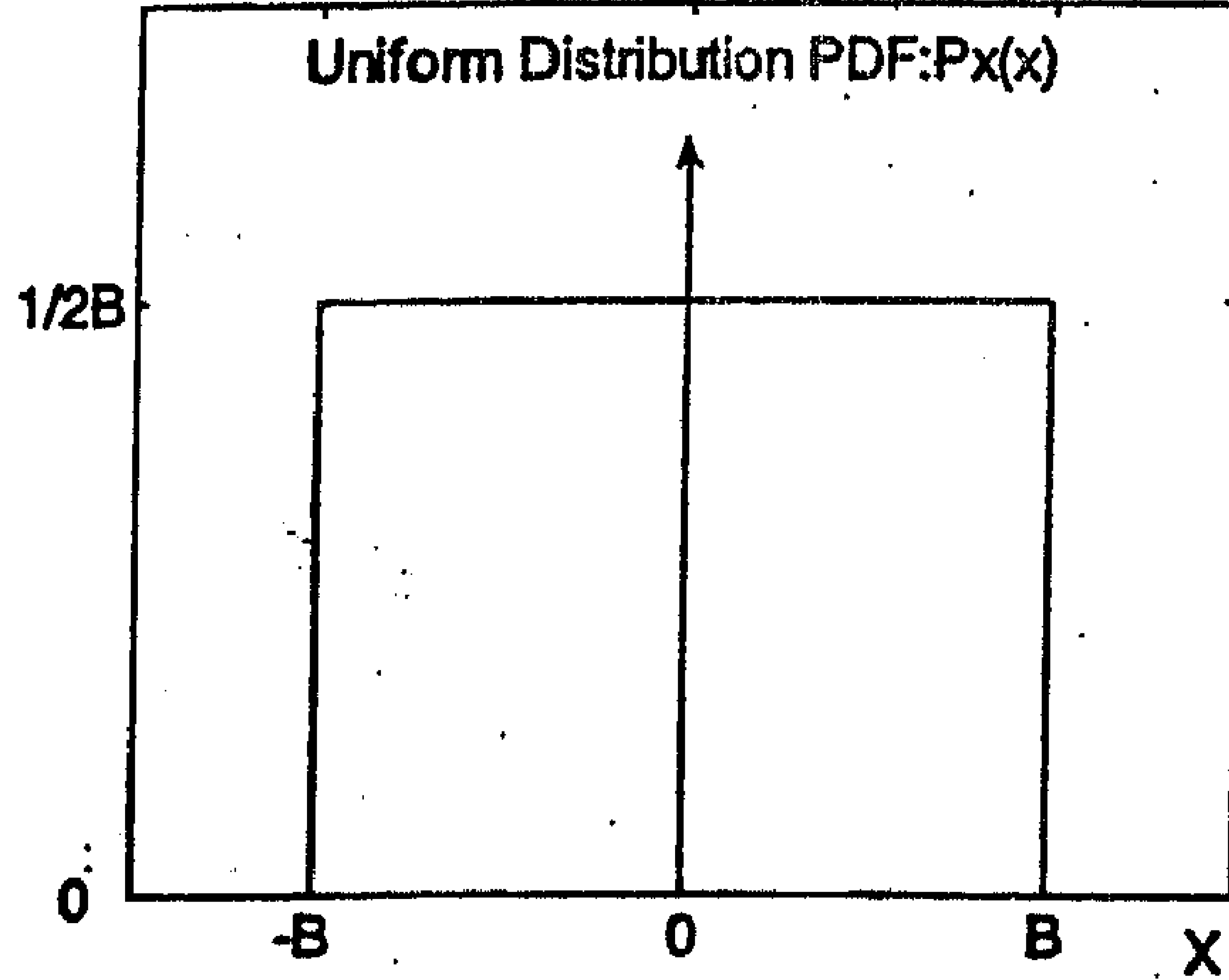
(Uniform Probability Density Function)

من خصائص هذه الكثافة الاحتمالية ان القيمة الاحتمالية لجميع قيم المتغير العشوائي ثابتة. إذا كان المتغير x يتبع اقتران التوزيع المنتظم فإن إقتران الكثافة الاحتمالية المنتظم

للمتغير العشوائي x هي:

$$p_x(x)=\begin{cases}\frac{1}{2B}\ ; & -B\le x\le B,\\ 0 & \text{elsewhere}\end{cases} \qquad (55)$$

شكل (13) يوضح منحنى هذا الاقتران.



شكل (13): منحنى اقتران الكثافة الاحتمالية المنتظم.

لاحظ في هذا الاقتران أن قيمة المتوسط الحسابي للمتغير العشوائي تمثل قيمة نقطة وسط هذا الاقتران.

مثال (45)

الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي x تتبع توزيع الاقتران المنتظم وقيمة الوسط الحسابي $\bar{x}=1$ وقيمة هذا الاقتران تساوي 1/ 8.

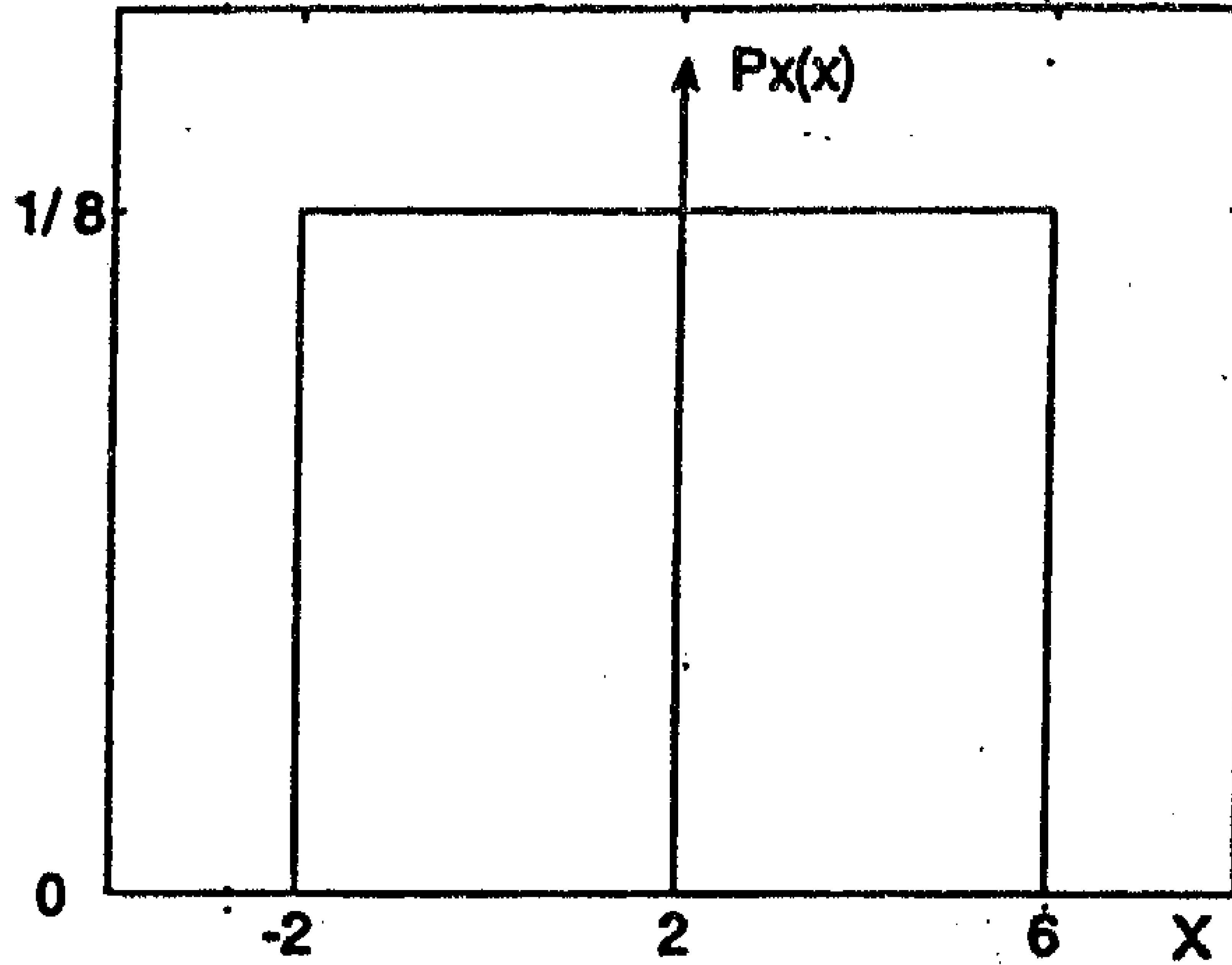
أ. أرسم اقتران هذا التوزيع.

ب. أوجد قيمة الانحراف المعياري σ.

ت. ما هي احتمالية أن تكون قيمة المتغير العشوائي أكبر من 1.5.

الحل:

أ. منحنى هذا الاقتران يمتد على المحور الأفقي بامتداد طوله 8 حيث إن قيمة المتوسط الحسابي تكون في منتصف هذا الاقتران كما هو مبين في شكل (14)



شكل (14)

ب. يمكن إيجاد قيمة الانحراف المعياري σ باستخدام

$$\sigma=\sqrt{\sigma^2}$$

حيث إن قيمة التباين σ^2 تحسب باستخدام

$$\sigma_x^2=\mathrm{E}(x-\bar{x})^2=\mathrm{E}(x^2)-2\mathrm{E}(x)+\bar{x}^2$$

$$\mathrm{E}(x^2)=\int_{-\infty}^{\infty} x^2\, p_x(x)\, dx=\int_{-2}^{6} x^2\,\frac{1}{8}\,dx=\frac{x^3}{24}\Big|_{-2}^{6}=\frac{28}{3}$$

$$\sigma_x^2=\mathrm{E}(x^2)-2\mathrm{E}(x)+\bar{x}^2$$

$$\sigma_x^2=\frac{28}{3}-(2)^2=\frac{16}{3}$$

وقيمة الانحراف المعياري σ تساوي

$$\sigma = \sqrt{28/3} = 2.3094$$

ت. احتمالية أن يكون قيمة المتغير العشوائي أكبر من 1.5 ممثلة بإيجاد القيمة $p_r(x > 1.5)$ التي تمثل المساحة تحت منحنى الكثافة الاحتمالية المبينة في شكل (15).

ث. قيمة الاقتران $p_r(x > 1.5)$، يمكن أن تحسب باستخدام دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي x كالتالي:

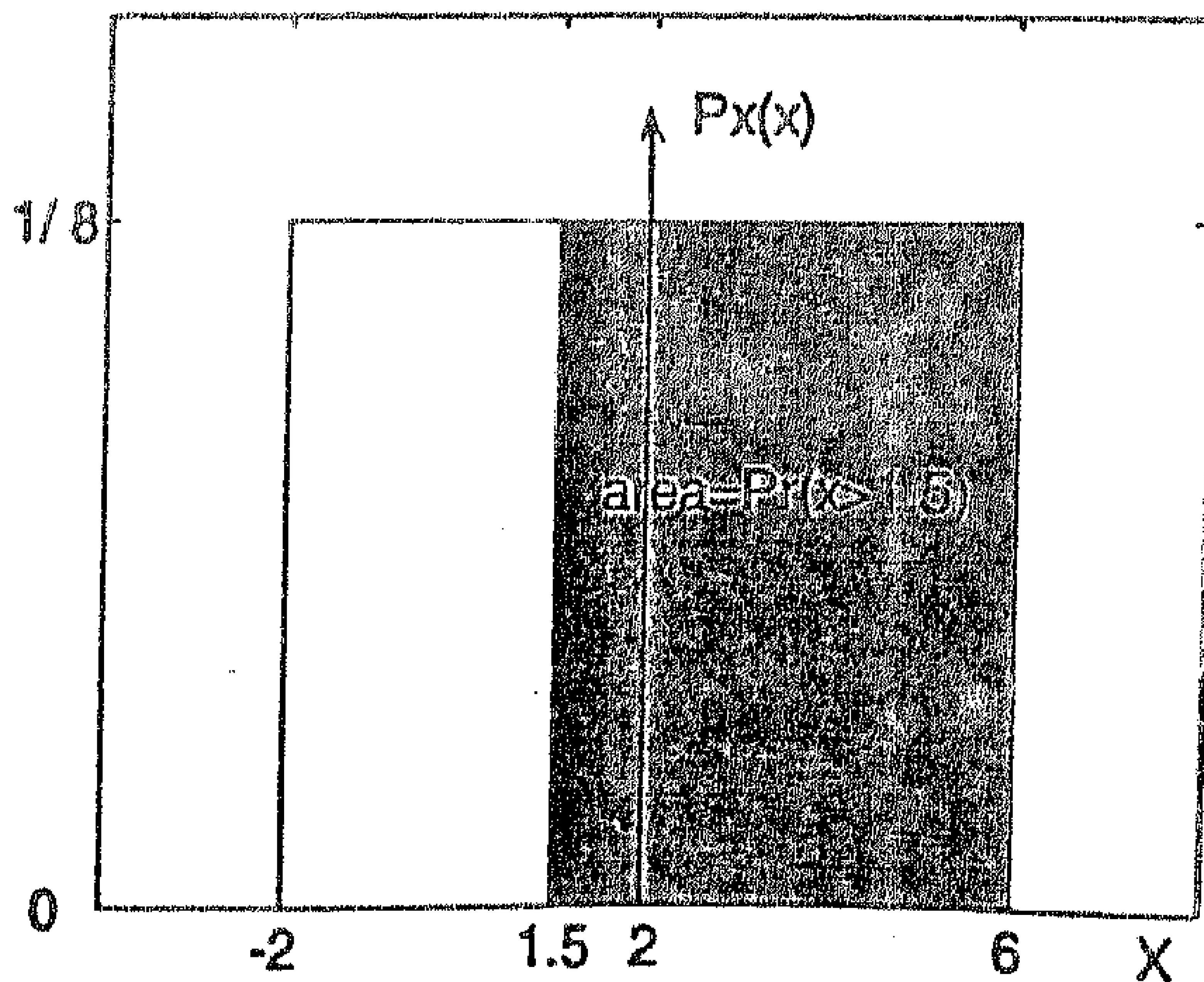
$$p_r(x > 1.5) = 1 - p_r(x \le 1.5) = 1 - F_x(1.5)$$

حيث إن قيمة $F_x(1.5)$ تحسب كالتالي:

$$F_x(1.5) = \int_{-\infty}^{\infty} p_x(x)\, dx = \int_{-2}^{1.5} \frac{1}{8}\, dx = \frac{1}{8}(1.5 + 2) = \frac{7}{16}$$

لتصبح قيمة $p_r(x > 1.5)$

$$p_r(x > 1.5) = 1 - \frac{7}{16} = \frac{9}{16}$$



شكل (15)

3.9 اقتران الكثافة الاحتمالية الأسية (Exponential Probability Density Function) واقتران الكثافة الاحتمالية الريلي (Rayleigh Probability Density Function)

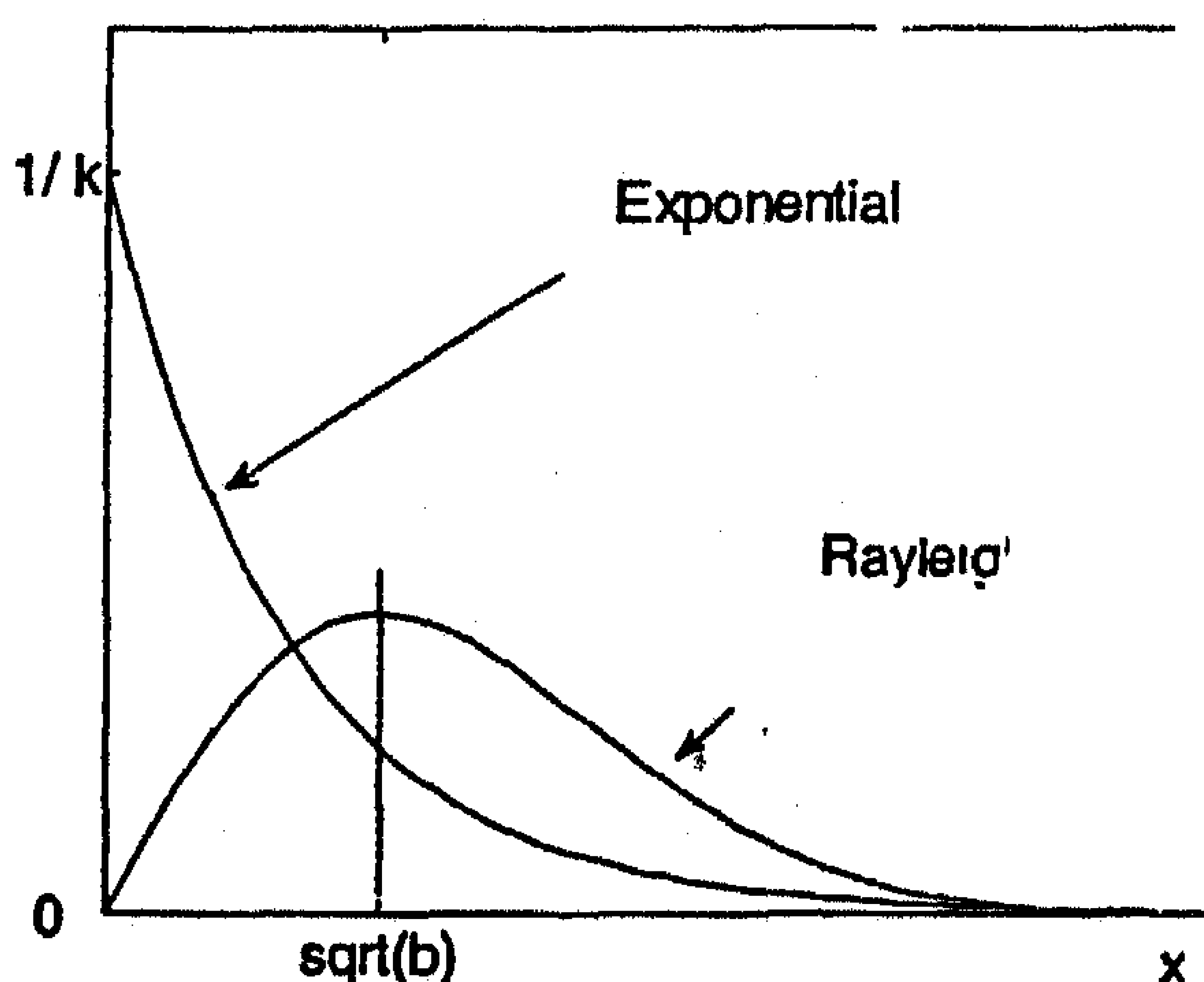
يمكن كتابة اقتران الدالة الأسية كالتالي:

$$p_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{k} \cdot e^{-\frac{x}{k}}; & x \geq 0, \\ 0 \quad ; & x < 0 \end{cases} \qquad (56)$$

واقتران (Rayleigh) يمثل بالاقتران

$$p_x(x) = \begin{cases} \frac{x}{b} \cdot e^{-\frac{x^2}{2 \cdot b}}, & x \geq 0, \\ 0 \quad ; & x < 0 \end{cases} \qquad (57)$$

منحنى كلٍ من اقتران الـ (Exponetial) واقتران الـ (Rayleigh) موضح في (16).



شكل (16): منحنى اقتران الكثافة الاحتمالية الريلي والأسية

تدريب (15)

الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي x تتبع توزيع الاقتران (Exponential)

$$p_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{x}{2}}; & x \geq 0, \\ 0 \quad ; & x < 0 \end{cases}.$$

أ. أوجد قيمة المتوسط الحسابي.

ب. أوجد قيمة الانحراف المعياري σ.

ت. ما هي احتمالية أن تكون قيمة المتغير العشوائي أكبر من 1.5.

10. الخلاصة

في هذه الوحدة تمت دراسة المبادئ الأساسية لعلم الإحصاء ونظرية الاحتمالات. ومن خلالها تم عرض عدد كبير من الأمثلة والتمارين المحلولة لتوضيح المفاهيم المختلفة لبنود هذه الوحدة. وفي نهاية هذه الوحدة تم تطبيق مبدأ نظرية الاحتمالات في مجال علم الاتصالات لقياس صحة إرسال وإستقبال هذه المعلومات عن طريق معرفة القيمة المتوقعة لحدوث الأخطاء التي يمكن أن تحدث خلال عملية إرسال واستقبال المعلومات المختلفة.

11. لمحة عن الوحدة الثالثة

تختص هذه الوحدة بدراسة الطرق التكنولوجية المختلفة لإرسال واستقبال المعلومات الرقمية. في الجزء الأول من هذه الوحدة سيتم دراسة الطرق المختلفة لتمثيل المعلومات بالطرق الرقمية المختلفة بغض النظر عن طبيعة المعلومات المراد بثها أو إرسالها. الجزء الثاني من هذه الوحدة يقتصر على كيفية الطرق المختلفة لإرسال واستقبال المعلومات الرقمية باستخدام عملية التعديل التي تمثل أساس نظرية الاتصالات، وسيتم في هذا الجزء أيضا التعرف على مبدأ عمل الأجهزة المستخدمة في عملية إرسال واستقبال الإشارات الرقمية، وتحليل هذا المبدأ.

وفي نهاية الوحدة سيتم التعرف على الطرق التي يمكن أن تؤثر بها إشارة الضوضاء على الإشارات الرقمية التي تم إرسالها. وكذلك معرفة مدى تأثير إشارة الضوضاء على الإشارات الرقمية التي تم بثها عن طريق استخدام نظرية الاحتمالات في حساب قيم الأخطاء في هذه الإشارات.

12 . إجابات التدريبات

تدريب (1)

الجواب: أ: 5.7، ب: 5.0، ت: 5.5.

تدريب (2)

الجواب: أ: 8.0 ، ب: 2.45، ت: 6.01.

تدريب (3)

الجواب: أ: 274.5، ب: 70.05 .

تدريب (4)

الجواب:

التخصص	هندسة	صيدلة	طب	إدارة أعمال	جيولوجي
قيمة زاوية القطاع	58.53	89.15	43.9	102.43	73.17

تدريب (5)

الجواب: أ: $\frac{5}{6}$، ب: $\frac{1}{6}$، جـ: صفر

تدريب (6)

الجواب: أ. $\frac{5}{36}$، ب. $\frac{5}{6}$، جـ. $\frac{31}{36}$.

تدريب (7)

الجواب: أ. $\frac{5}{3}$، ب. $\frac{10}{11}$، جـ. $\frac{28}{33}$.

تدريب (8)

الجواب: 604,800 لوحة مختلفة

تدريب (9)

الجواب: 210 طريقة مختلفة.

تدريب (10)

الجواب: 1120 مجموعة مختلفة.

تدريب (11)

الجواب: 0.5873

تدريب (12)

الجواب: $\frac{1}{3}$.

تدريب (13)

الجواب: أ. $\bar{x}=1$ ، ب. $\sigma_x=1$ ، ج. $p_r(x>3)=0.0497$

تدريب (14)

الجواب: أ. $\bar{z}=1.5$ ، ب. $\sigma=2$ ، ج. $p_z(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,2}e^{-\frac{1}{2}(\frac{z-1.5}{2})^2}$

د. $P_r(z\leq 3)=1-Q(0.75)=0.773$

تدريب (15)

الجواب: أ. $\bar{x}=2$ ، ب. $\sigma=2$ ، ج. $p_r(x>1.5)=\frac{1}{2}\int_{1.5}^{\infty}e^{-0.5x}\cdot dx=0.472$

13 . أسئلة إضافية على الوحدة

سؤال (1)

المعلومات التالية تمثل معدل درجة الحرارة على مدى 3 أشهر خلال فصل الصيف.

3، 36، 39، 40، 37، 34، 33، 35، 36، 26، 29، 27، 37، 34، 34، 32، 31، 30، 29، 39، 37، 34، 35، 32، 35، 36، 33، 31، 36، 34، 29، 31، 6.

المطلوب عرض هذه المعلومات بجدول تكراري وتمثيلها بالمدرج التكراري باستخدام:

أ) فئة من 2

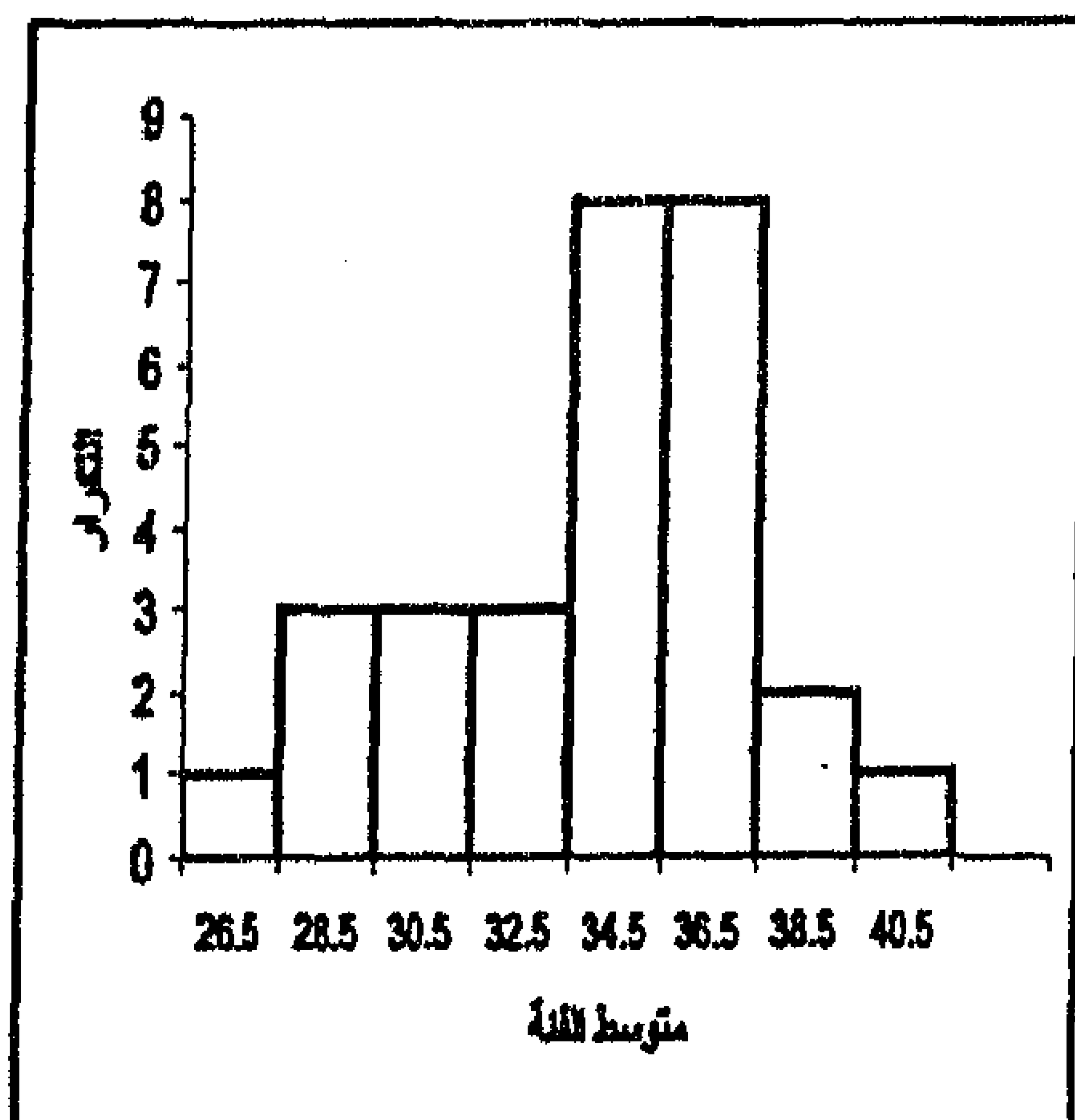
ب) فئة من 4

الحل:

أ.

التكرار	مركز الفئة	الفئة
1	26.5	26-27
3	28.5	28-2[illegible]
3	30.5	30-31
3	32.5	32-33
8	34.5	34-35
8	36.5	36-37
2	28.5	38-39
1	40.5	40-41

الجدول التكراري لسؤال (1-أ)

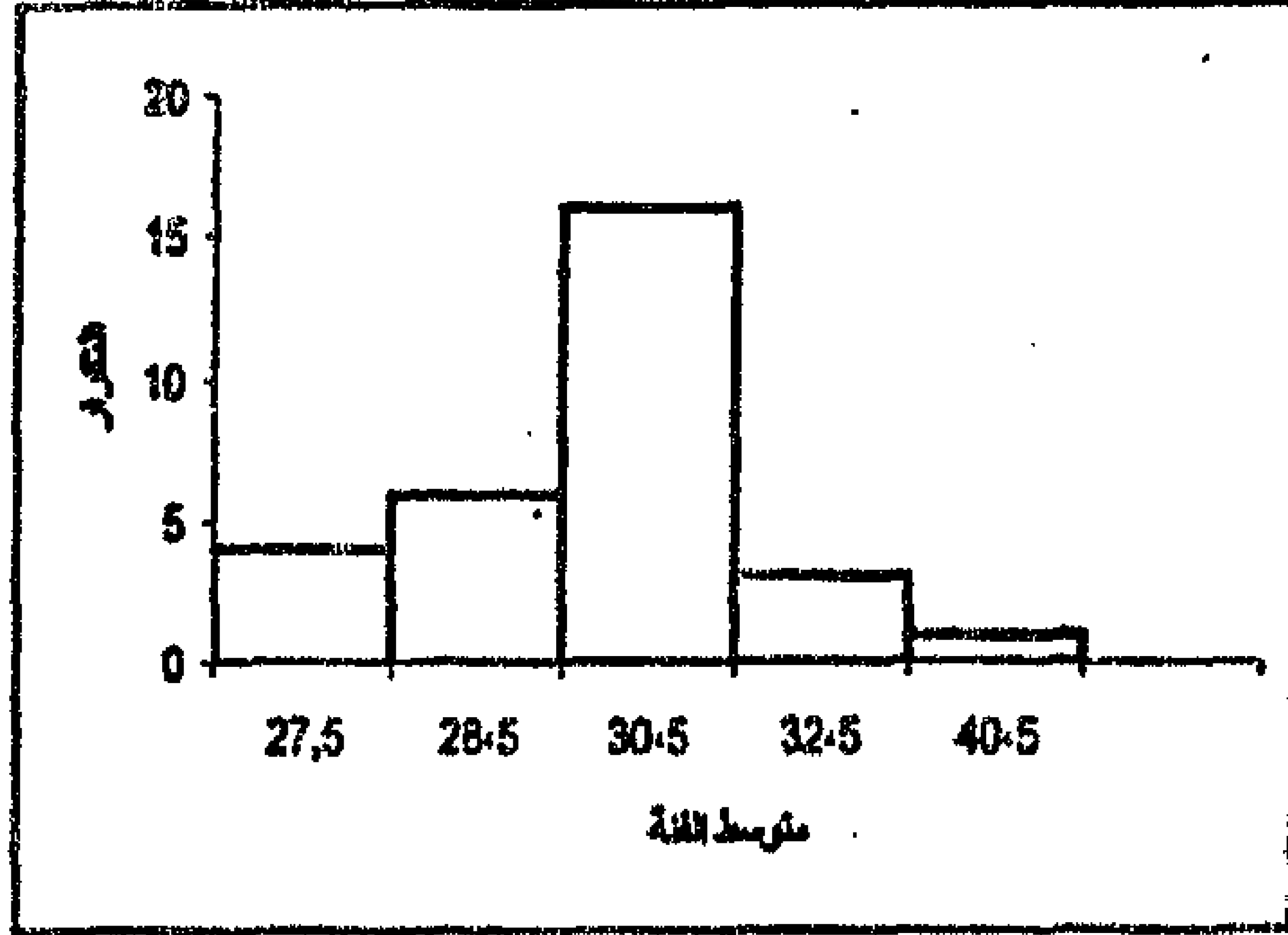


المدرج التكراري لسؤال (1-ب)

ب.

الجدول التكراري لسؤال (1-أ)

الفئة	متوسط الفئة	التكرار
26-29	27.5	4
30-33	28.5	6
34-37	30.5	16
38-41	32.5	3
40-41	40.5	1



المدرج التكراري

سؤال (2)

استخدم المعلومات في سؤال (1). أوجد ما يلي:

أ. قيمة المتوسط الحسابي لدرجة الحرارة.

ب. قيمة الانحراف المعياري لهذه القيم.

ت. قيمة المنوال لهذه القيم.

الحل:

أ. باستخدام (3) قيمة المتوسط الحسابي $\bar{x}$

$$\bar{x} = \frac{26+29\cdot3+30+31\cdot2+32\cdot2+33\cdot2+34\cdot5++35\cdot3+36\cdot5+37\cdot3+39\cdot2+40}{30}$$

$$= \frac{1019}{30} = 33.96$$

ب. باستخدام (10) يمكن ايجاد قيمة التباين σ^2 ومن ثم يمكن حسابة قيمة الانحراف σ يمكن ايجاد قيمته من التباين كما في (11).

$$\sigma^2 = \frac{1}{29}[(26-33.96)^2+3\cdot(29-33.96)^2+(30-33.96)^2+2\cdot(31-33.96)^2$$
$$+2\cdot(32-33.96)^2+2\cdot(33-33.96)^2+5\cdot(34-33.96)^2+3\cdot(35-33.96)^2+5\cdot(36-33.96)^2$$
$$+3\cdot(37-33.96)^2+2\cdot(39-33.96)^2+(40-33.96)^2] = \frac{318.96}{29} = 10.998$$

وقيمة الانحراف المعياري هي

$$\sigma = \sqrt{10.998} = 3.31$$

ج. يمثل المنوال القيمة التي تمثل أكثر القيم أو العينات حدوثا أو تكراراً. أكثر القيم تكراراً عبارة عن الرقمين 34 و 36.

سؤال (3)

إذا كانت القيم التالية تمثل دراسة أعمار اشخاص في قسم المحاسبة في بنك معين

34، 50، 39، 21، 35، 34، 36، 23، 29، 30، 39، 39 المطلوب:

أ. عرض هذه المعلومات بجدول تكراري.

ب. تمثيلها بطريقة الأعمدة.

ج. إيجاد قيمة المتوسط الحسابي لأعمار الموظفين.

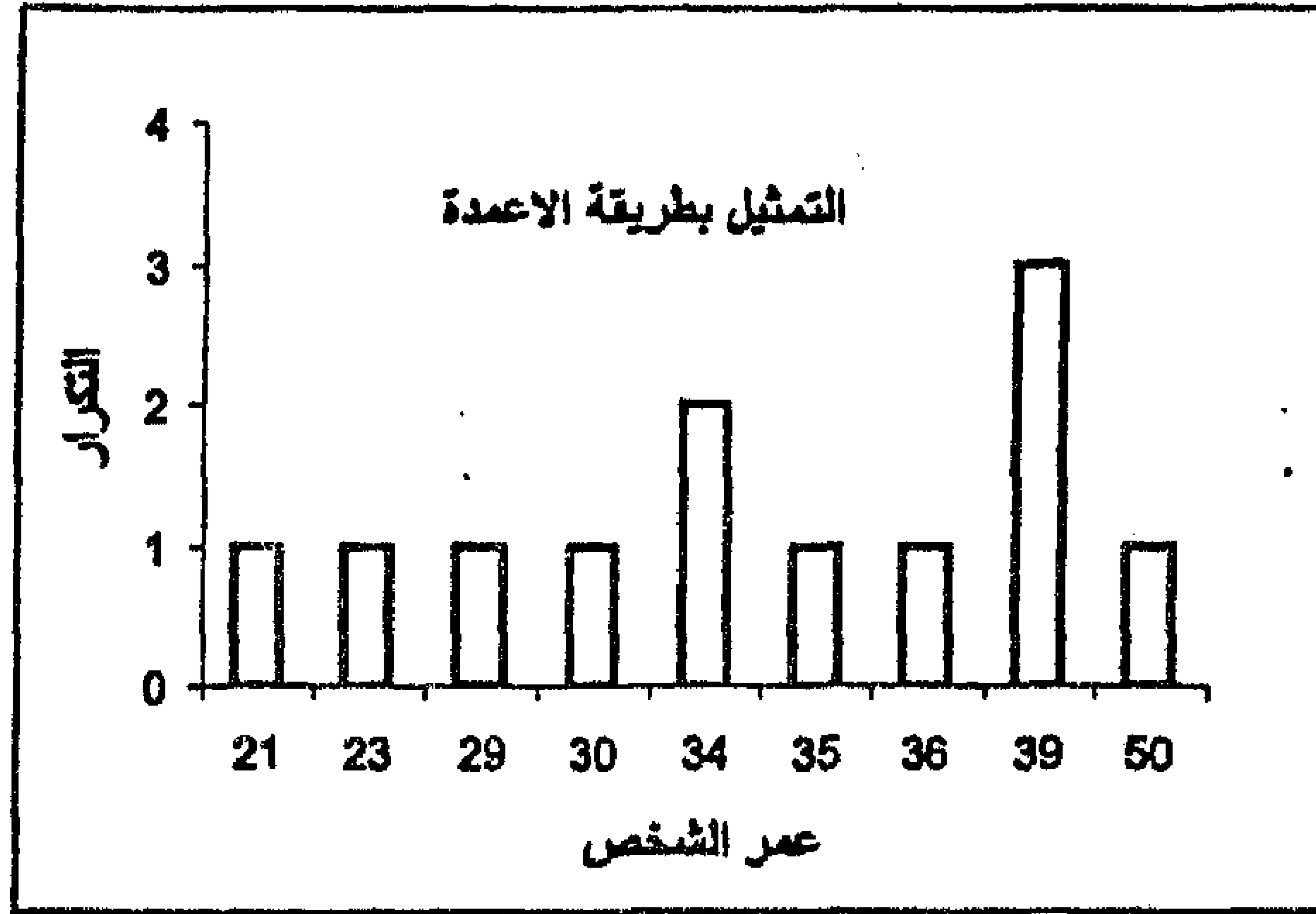
د. إيجاد قيمة الوسيط.

الحل:

أ.

الجدول التكراري	
عمر الشخص	التكرار
21	1
23	1
29	1
30	1
34	2
35	1
36	1
39	3
50	1

ب.



ج. باستخدام (2)، قيمة الوسط الحسابي $\bar{x}$

$$\bar{x} = \frac{21+23+29+30+34\cdot 2+35+36+3\cdot 39+50}{12} = 34.08$$

د. أولاً نرتب الأعداد تنازليا أو تصاعديا في هذه الحالة سترتب تصاعدياً:

21، 23، 29، 30، 34، 34، 35، 36، 39، 39، 39، 39، 50

وقيمة الوسيط في هذه الحالة هي عبارة عن القيمة التي تمثل النقطة المركزية لهذه العينات وتساوي 34.5.

سؤال (4)

الجدول التالي يبين توزيع معدل امتحان علامات الكفاءة لطلبة إحدى الجامعات. والمطلوب تمثيل هذه البيانات بالقطاع الدائري.

جدول سؤال (4)

المادة	عدد الساعات
رياضيات	78
فيزياء	80

الكترونيات	75
الدوائر الكهربائية	79
البرمجة الكينونية	72
كيمياء	84

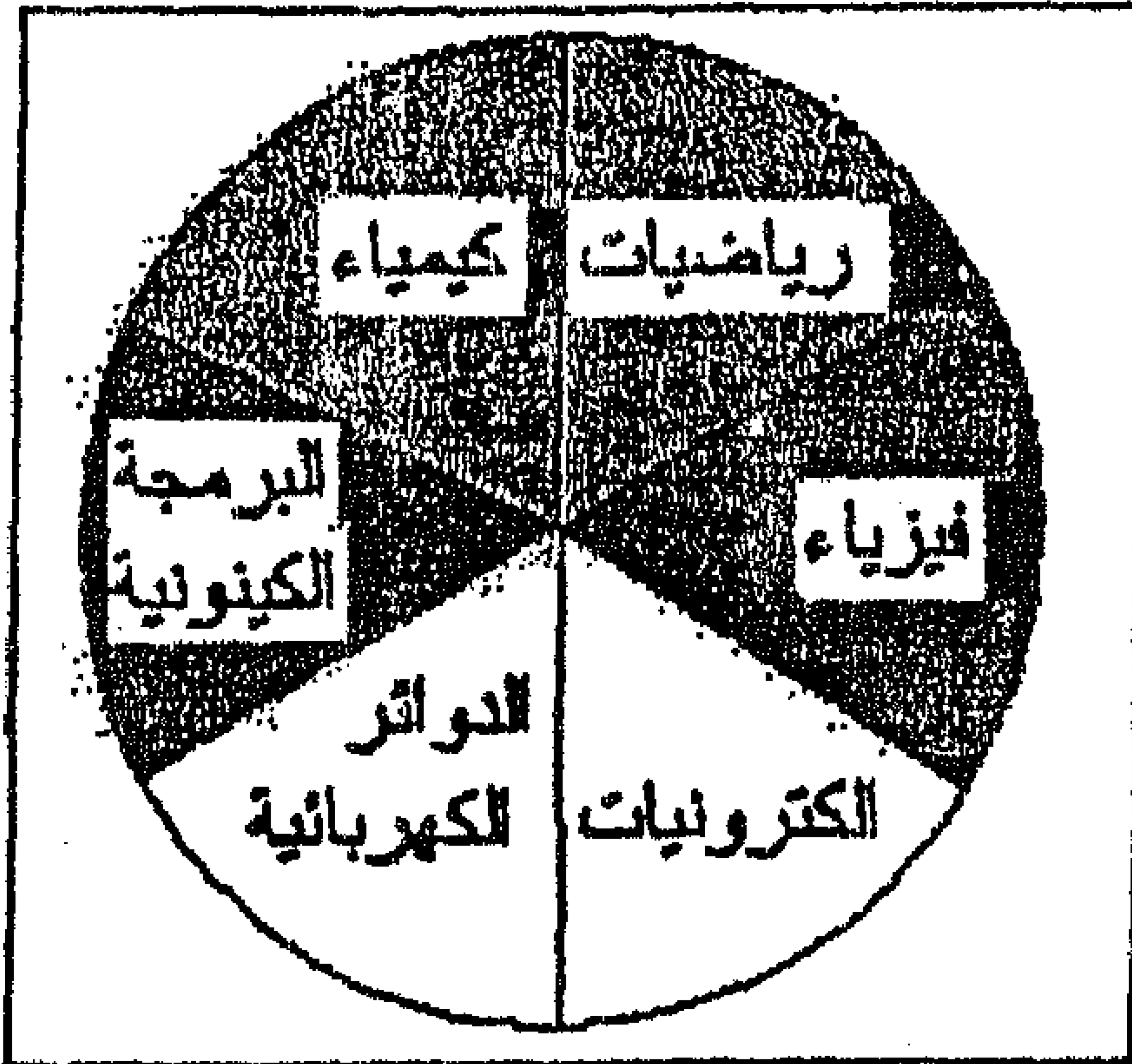
الحل:

تقسم الدائرة إلى ستة أجزاء كل جزء مها يمثل مادة معينة وتكون قيمة كل جزء منها يمثل بزاوية قطاع بالدرجة وتحسب على النحو التالي:

$$\text{زاوية القطاع للمادة} = \frac{\text{عدد الساعات الدراسية للمادة}}{\text{مجموع الساعات الدراسية}} \times 360$$

الجدول أدناه يبين توزيع زاوية القطاع الدائري لكل مادة، بينما الشكل يمثل التمثيل الدائري.

المادة	زاوية القطاع
رياضيات	60
فيزياء	61.53846
الكترونيات	57.69231
الدوائر الكهربائية	60.76923
البرمجة الكينونية	55.38462
كيمياء	64.61538



سؤال (5)

في تجربة رمي ثلاثة أحجار نرد إذا عرف المتغير العشوائي x بمجموع الأرقام التي تظهر على أحجار النرد الثلاثة. أوجد احتمالية كل من:

أ. أن تكون قيمة المتغير العشوائي x تساوي 3.

ب. أن تكون قيمة المتغير العشوائي x تساوي 8.

الحل:

الفضاء العيني للتجربة يحتوي على 216=6·6·6 مجموعة حيث يحتوي كل مجموعة تحتوي على ثلاثة أرقام (عناصر) من 1−6: (1،1،1)،(2،1،1)،.......، حيث ان احتمالية كل من مجموعة من الفضاء العيني ح (س ر) = $\frac{1}{216}$. في هذه الحالة المتغير العشوائي x ياخذ قيم منتهية أو مما يعني انها قابلة للعد، لذلك x متغير عشوائي منفصل.

أ. المتغير العشوائي x يساوي 3 يمثل الحدث الذي عدد مجموعاته تضم جميع العناصر الذي مجموعها يساوي 3، وفي هذه الحالة هناك مجموع واحدة وهي (1،1،1) واحتمالية هذا الحدث هي: $p_r(x=3)=\frac{1}{216}$

ب. المتغير العشوائي x تساوي 8، يمثل الحدث الذي عدد مجموعاته تضم جميع العناصر الذي مجموعها يساوي 8: (1،6،1)، (6،1،1)، (1،1،6)، (5،1،2)، (2،5،1)، (1،2،5)، .... حيث يمكن ايجاد مجموع هذه المجموعات باستخدام نظرية التعداد كالتالي:

يمكن تكوين !3 من كل من المجموعات:

(1،6،1)، (5،1،2)،(2،4،2)،(1،4،3)،(3،3،2)،(1،5،2)، وفي هذه الحالة عدد المجموعات يساوي: 36=6·6، واحتمالية هذا الحدث هي: $p_r(x=8)=\frac{36}{216}=\frac{1}{6}$

سؤال (6)

صندوق يحتوي على ثلاث كرات من لون أحمر وكرتين من لون أصفر، إذا سحبت كرتين من هذا الصندوق بدون إرجاع.

أ. اكتب الفضاء العيني لهذه التجربة.

ب. اكتب احتمالية كل من العناصر الموجودة في الفضاء العيني.

الحل:

أ. الفضاء العيني لهذه التجربه ممثل بأن تكون الكرة الأولى حمراء والكرة الثانية صفراء أو الكرة الأولى صفراء والكرة الثانية حمراء.

ب. احتمالية أن تكون الكرة الأولى حمراء والكرة الثانية صفراء ممثلة بايجاد قيمة: p_r(first Red and the second is Yellow) $= p_r(R_1 \cdot Y_2)$ ، التي يمكن ايجادها باستخدام نظرية الاحتمال المشروط كالتالي:

$$p_r(R_1 \cdot Y_2) = p_r(Y_2 / R_1) \cdot p_r(R_1) = \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$$

بينما احتمالية أن تكون الكرة الأولى صفراء والكرة الثانية حمراء ممثلة بايجاد قيمة

$$p_r(\text{first Yellow and the second is Red}) = p_r(Y_1 \cdot R_2)$$

$$p_r(Y_1 \cdot R_2) = p_r(R_2 / Y_1) \cdot p_r(Y_1) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3}{10}$$

سؤال (7)

باستخدام المعطيات الموجودة في سؤال 2. أوجد ما يلي:

أ. احتمالية أن تكون الكرات من لون أصفر.

ب. احتمالية أن تكون الكرات من لون واحد.

ج. احتمالية أن تكون الكرة الثانية من لون أحمر.

د. احتمالية أن تكون الكرة الأولى من لون أصفر مع العلم أن الكرة الثانية من لون أحمر.

الحل:

أ. احتمالية ان تكون الكرتين من لون أصفر تعني احتمالية أن تكون الكرة الأولى صفراء والكرة الثانية صفراء:

$$p_r(Y_1 \cdot Y_2) = p_r(Y_2 / Y_1) \cdot p_r(Y_1) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{10}$$

ب. الحدث في هذه الحالة هو عبارة عن ان تكون الكرتين من لون واحد تعني أن تكون الكرة الأولى صفراء والكرة الثانية صفراء أو الكرة الأولى حمراء

والكرة الثانية حمراء، واحتمالية هذا الحدث هو عبارة عن

$$p_r(Y_1 \cdot Y_2)+p_r(R_1 \cdot R_2)=\frac{1}{10}+\frac{3}{10}=\frac{2}{5}$$

ت. احتمالية أن تكون الكرة الثانية من لون أحمر $p_r(R_2)$ ممثلة بإيجاد

$$p_r(R_2)=p_r(Y_1 \cdot R_2)+p_r(R_1 \cdot R_2)=\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{5}+\frac{2}{4}\cdot\frac{3}{5}=\frac{3}{5}$$

ث. باستخدام نظرية بيز يمكن كتابة هذه الاحتمالية على النحو التالي:

$$p_r(Y_1 / R_2)=\frac{p_r(R_2 \cdot Y_1)}{p_r(R_2)}$$

$$p_r(Y_1 / R_2)=\frac{p_r(R_2 / Y_1)p_r(Y_1)}{p_r(R_2 / R_1)p_r(R_1)+p_r(R_2 / Y_1)p_r(Y_1)}=\frac{(3/4)\cdot(2/5)}{(3/5)}=\frac{1}{2}$$

سؤال (8)

الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي x تتبع توزيع القاويسان - (Gaussian) وقيمة الوسط الحسابي $\bar{x}=1$ والانحراف المعياري $\sigma=1.5$. أوجد:

أ. احتمالية أن تكون قيمة المتغير العشوائي x أقل أو تساوي 3: $p_r(x \le 3)$.

ب. احتمالية أن تكون قيمة المتغير العشوائي x أكبر من 3: $p_r(x > 3)$.

ت. احتمالية أن تكون قيمة المتغير العشوائي x أقل أو تساوي (−2): $p_r(x \le -2)$.

الحل:

أ. المطلوب هنا إيجاد قيمة $F_x(3)$ نبدأ بكتابة الدالة التي تمثل توزيع القاوسيان لهذا المتغير العشوائي

$$p_x(x)=\frac{1}{1.5\cdot\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-1}{1.5}\right)^2}$$

حيث إن قيمة $F_x(3)$ تحسب من الـ PDF كالتالي:

$$F_x(3)=\frac{1}{1.5\cdot\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{3} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-1}{1.5}\right)^2}dx$$

نفترض أن الرمز m يساوي $m=\frac{x-\bar{x}}{\sigma}$، ويمكن تحويل التكامل من المتغير x إلى المتغير m كالتالي:

$$dm = \frac{dx}{\sigma}$$

ومن ثم تغير قيم التكامل باستخدام $m = \frac{x-\bar{x}}{\sigma}$ كالآتي:

عندما تكون قيمة $x = \infty$، تصبح قيمة $x = \infty$.

وعندما تكون قيمة $x = 3$، تصبح قيمة $m = \frac{3-1}{1.5}$.

ثم نقوم بتعويض الخطوات السابقة بالاقتران $F_x(3)$

$$F_x(3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{4/3} e^{-\frac{m^2}{2}} dm = 1 - Q(4/3) = 1 - 0.096801 = 0.903199$$

ب. نبدأ بكتابة المساحة التي يجب إيجادها

$$p_r(x > 4) = \int_3^{\infty} p_x(x)\, dx = 1 - F_x(3) = 0.096801$$

ج. يمكن حساب قيمة الاحتمالية $p_r(x \le -2)$ باستخدام اقتران الـ PDF

$$p(x \le -2) = \frac{1}{1.5 \cdot \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-1}{1.5}\right)^2} dx = Q(-2) = 1 - Q(2) = 1 - 0.02275 = 0.97725$$

سؤال (9)

الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي x تتبع توزيع القاويسان (Gaussian) وقيمة الوسط الحسابي $\bar{x} = 1$ والانحراف المعياري $\sigma = 1.5$. أوجد المتوسط الحسابي وقيمة الإنحراف المعياري للمتغير العشوائي y في حالة أن y تساوي

أ. $y = x$.

ب. $y = 0.5x$.

ج. $y = x - 1$.

د. $y = 2x + 1$

الحل:

أ. بما أن المتغير العشوائي y يساوي المتغير العشوائي x، قيمة المتوسط الحسابي وقيمة الانحراف المعياري للمتغير العشوائي y تساوي قيمة المتوسط الحسابي والانحراف المعياري للمتغير العشوائي x: $\bar{y}=\bar{x}=1$, $x_y = 1.5$,

ب. في هذه الحالة يمكن حساب المتوسط الحسابي للمتغير العشوائي y من $y = 0.5x$ كالاتي:

$$E[y] = E[0.5x] = 0.5 \cdot E[x] = 0.5 \cdot 1 = 0.5 .$$

وقيمة الانحراف المعياري $\sigma_y = \sqrt{\sigma_y^2}$، حيث يمكن حساب قيمة التباين كالاتي:

$$\sigma_y^2 = E[y-0.5]^2 = E[0.5x-0.5]^2 = 0.25 \cdot E[x^2] - 0.5 \cdot E[x] + 0.25 = 0.3125$$

$$\sigma_y = \sqrt{0.3125} = 0.5590$$

ج. في هذه الحالة يمكن حساب المتوسط الحسابي للمتغير العشوائي y من $y = x-1$ كالاتي:

$$E[y] = E[x-1] = E[x] - 1 = 0$$

وقيمة الانحراف المعياري $\sigma_y = \sqrt{\sigma_y^2}$، حيث يمكن حساب قيمة التباين كالاتي:

$$\sigma_y^2 = E[y-0]^2 = E[x-1]^2 = E[x^2] - 2 \cdot E[x] + 1 = 3.25 - 2 = 1 = 2.25$$

$$\sigma_y = \sqrt{2.25} = 1.5$$

د. في هذه الحالة يمكن حساب المتوسط الحسابي للمتغير العشوائي y من $y = 2x+1$ كالاتي:

$$E[y] = E[2x+1] = 2 \cdot E[x] + 1 = 2 + 1 = 3$$

وقيمة الانحراف المعياري $\sigma_y = \sqrt{\sigma_y^2}$، حيث يمكن حساب قيمة التباين كالاتي:

$$\sigma_y^2 = E[y-3]^2 = E[2 \cdot x - 2]^2 = 4 \cdot E[x^2] - 8 \cdot E[x] + 4 = 13 - 4 = 9$$

$$\sigma_y = \sqrt{9} = 3$$

سؤال (10)

الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي x تتبع توزيع الكثافة المنتظمة (Uniform Distribution) وتساوي

$$p_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}\ ; & -3 \le x \le 3, \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

أوجد المتوسط الحسابي وقيمة الانحراف المعياري للمتغير العشوائي y في حالة أن y تساوي

أ. $y = x + 2$.

ب. $y = 0.5x$.

ج. ارسم منحنى الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي y لفرع (أ) وفرع (ب).

د. ماذا تستنتج من فرع (جـ) بالمقارنة مع إقتران الكثافة للمتغير العشوائي: $p_x(x)$.

الحل:

أ. المتغير العشوائي y يتبع توزيع الكثافة المنتظمة ويمكن حساب المتوسط الحسابي كالآتي

$$E[y] = E[x] + 2 = 0 + 2 = 2$$

ويمكن حساب الانحراف المعياري σ_y من σ_y^2 : $\sigma_y = \sqrt{\sigma_y^2}$

$$\sigma_y^2 = E[y - \bar{y}]^2 = E[y^2] - 2 \cdot E[y \cdot \bar{y}] + (\bar{y})^2 = E[y^2] - (\bar{y})^2$$

$$E[y^2] = \int_{-1}^{5} y^2 \cdot \frac{1}{6} dy = 7$$

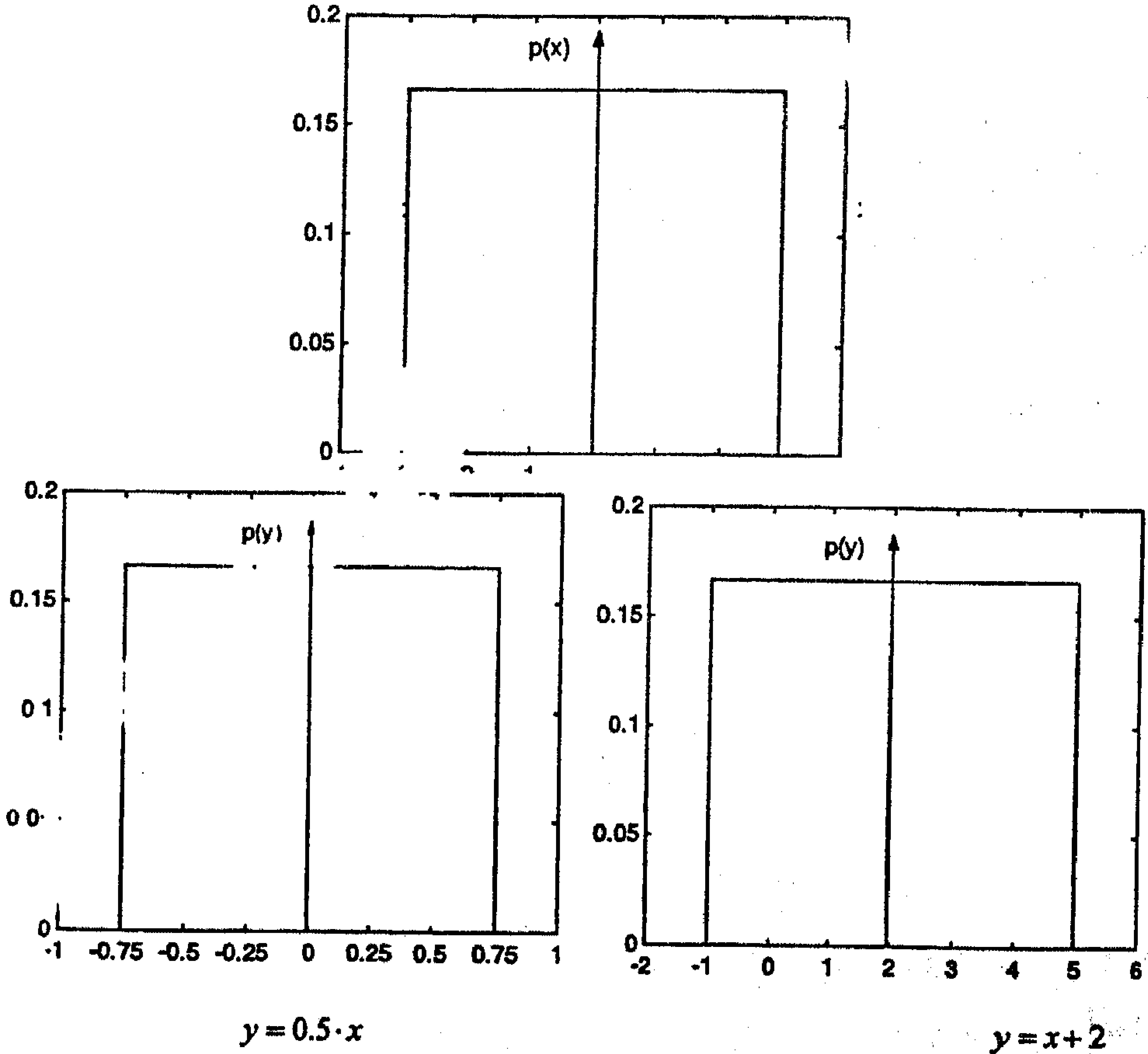
$\sigma_y^2 = E[y^2] - (\bar{y})^2 = 7 - 4 = 3$ ، وتصبح قيمة الانحراف المعياري $\sigma_y = \sqrt{3}$.

ب. يمكن حساب المتوسط الحسابي للمتغير العشوائي $\bar{y} = E[y]$ باستخدام $E[y] = E[0.5x] = 0.5 \cdot E[x] = 0$. ويمكن حساب الانحراف المعياري σ_y للمتغير العشوائي y باستخدام

$$E[y^2]=E[0.5\cdot x]^2=0.25\cdot E[x^2]=0.25\cdot 3=0.75$$

$$.\ \sigma_y=\sqrt{\sigma_y^2}=\sqrt{0.75}$$

في الحالتين الكثافة الاحتمالية تتبع التوزيع المنتظم كما في حالة المتغير العشوائي x ولكن بقيم مختلفة للمتوسط الحسابي والانحراف المعياري كما في أ و ب. في الحالة الأولى الكثافة الاحتمالية تشبه الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي x ولكن بإزاحته إلى اليمين مقدارها 2. في الحالة الثانية الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي y تشبه الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي متمركزة حول الصفر وتمتد من 0.75- إلى 0.75. الكثافة الاحتمالية لكل من المتغير العشوائي x والمتغير العشوائي y موضحة في الأشكال أدناه.



$y=0.5\cdot x$ $\qquad$ $y=x+2$

د. الحالة الأولى $y=x+2$: اقتران الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي y يتبع

اقتران الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي x بمتوسط حسابي 2 وانحراف معياري يساوي قيمة الانحراف المعياري للمتغير العشوائي x.

الحالة الثانية $y = 0.5 \cdot x$: من الواضح من الشكل اعلاه ان اقتران الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي y يتبع اقتران الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي x بمتوسط حسابي يساوي قيمة المتوسط للمتغير العشوائي x وانحراف معياري قيمته تساوي $\sigma_y = \sqrt{0.75}$.

سؤال (11)

هل يمثل كل من الإقترانات التالية إقتران كثافة احتمالية أم لا.

أ. $p_x(x) = \begin{cases} 2 \cdot e^{-0.5x} & ; \quad 0 \le x \le \infty \\ 0 & ; \quad \text{elsewhere} \end{cases}$.

ب. $p_z(z) = e^{-2z} \; ; \quad -\infty \le z \le \infty$.

ج. $p_y(y) = 0.02 \cdot y - 0.1 \; ; \quad -2 \le y \le 6$.

الحل:

في هذه الحالة ان حققت الدالة $p_x(x)$ الشرط التالي $\int_{-\infty}^{\infty} p_x(x) = 1$، فان $p_x(x)$ هي دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي x.

أ. $\int_0^{\infty} p_x(x) = \int_0^{\infty} 2 \cdot e^{-0.5 \cdot x} dx = 4[0+1] = 4 \neq 1$، في هذه الحالة الاقتران $p_x(x)$ لا يمثل اقتران كثافة احتمالية.

ب. $\int_0^{\infty} p_z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2 \cdot z} dz = 2 \cdot \int_0^{\infty} e^{-2 \cdot z} dz = 1$ ، الاقتران $p_z(z)$ يمثل اقتران كثافة احتمالية للمتغير العشوائي z.

ج. $\int_0^{\infty} p_y(y) = \int_{-2}^{6} [0.02 \cdot y - 0.1] dy = [0.01 \cdot y^2 - 0.1 \cdot y]_{-2}^{6} = 0.12 \neq 1$، في هذه الحالة الاقتران $p_y(y)$ لا يمثل اقتران كثافة احتمالية.

سؤال (12)

الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي x والمتغير العشوائي y تتبع توزيع القاويسان (Gaussian)

$$p_y(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\ \sigma}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\bar{y}}{\sigma}\right)^2} \quad , \quad p_x(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\ \sigma}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{\sigma}\right)^2}$$

علما بأن المتغير العشوائي x والمتغير العشوائي y مستقلان بمتوسط حسابي: $E[y]=E[x]=0$.

وكان المتغير العشوائي z عبارة عن $z=x+y$. أثبت أن الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي z تتبع أيضا توزيع القاويسان (Gaussian) بقيمة متوسط حسابي $\bar{z}=\bar{x}+\bar{y}$ وقيمة تباين $\sigma_z^2=\sigma_x^2+\sigma_y^2$.

الحل:

يمكن حساب المتوسط الحسابي للمتغير العشوائي z من $z=x+y$، باستخـــدام

$$E[z]=E\{x+y]=E[x]+E[y]=0$$

ويمكن أيضاً حساب قيمة التباين σ_z^2 من $z=x+y$:

$$E[z-\bar{z}]^2=E[z^2]-2\cdot E[z\cdot\bar{z}]+E[\bar{z}^2]=E[z^2]$$

حيث إن:

$$E[z^2]=E[x+y]^2=E[x^2]+E[y^2]+2\cdot E[x\cdot y]=E[x^2]+E[y^2]=\sigma_x^2+\sigma_y^2$$

لاحظ بما ان المتغير العشوائي x والمتغير العشوائي y مستقلان يمكن كتابة الحدث $E[x\cdot y]$:

$$E[x\cdot y]=E[x]\cdot E[y]=0\ .$$

سؤال (13)

إذا كان المتغير العشوائي x يتخذ القيمتين $x=0,1$ باحتماليات متساوية. إذا عرف المتغير العشوائي $y=x+n$، حيث إن المتغير n عبارة عن متغير عشوائي يتبع توزيع

القاويسان:

$$p_n(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}n^2}$$

أ. أوجد الكثافة الاحتمالية المشروطة للمتغير العشوائي y عندما تكون قيمة $x = 0$. أي أوجد الإقتران $p_{y/x}(y/x = 0)$

ب. أوجد الكثافة الاحتمالية المشروطة للمتغير العشوائي y عندما تكون قيمة $x = 1$. أي أوجد الإقتران $p_{y/x}(y/x = 1)$.

الحل:

أ. عندما تكون قيمة $x = 0$، فان المتغير العشوائي y يساوي المتغير العشوائي n أي أن $y = n$. في هذه الحالة الكثافة الاحتمالية المشروطة للمتغير العشوائي y، $p_{y/x}(y/x = 0)$، تساوي:

$$p_y(y/x=0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}y^2}$$

ب. عندما تكون قيمة $x = 1$، تصبح قيمة المتغير العشوائي y يساوي $y = 1 + n$، المتغير العشوائي y، يتبع توزيع القاويسان ويمكن حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري من $y = 1 + n$ كالتالي:

$$E[y] = E[1] + E[n] = 1$$

وقيمة التباين σ_y^2

$$\sigma_y^2 = E[1+n]^2 = E[n^2] + \overline{n}^2 + 2 \cdot E[n] = 1$$

وتصبح الكثافة الاحتمالية المشروطة للمتغير العشوائي في هذه الحالة

$$p_y(y/x=1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-1}{1}\right)^2}$$

سؤال (14)

سؤال (13) يمكن أن يستخدم في نظرية إرسال وإستقبال المعلومات. إذا كان المتغير x يمثل قيم المعلومات المرسلة وإشارة الضوضاء هي عبارة عن المتغير العشوائي n والمتغير y في هذه الحالة يمثل قيم الإشارة المستقبلة. في هذه الحالة $p_r(x_i) = p_i$ تعني احتمالية المصدر على إنتاج المعلومة x_i.

أ. أوجد احتمالية الخطأ في حالة إرسال قيمة المعلومة $x_i = 0$. تعني هذه الحالة المعلومة المرسلة $x_i = 0$ والإشارة المستقبلة تساوي $y = 1$. تسمى هذه الحالة (Probability Of Error).

ب. أوجد احتمالية الخطأ في حالة إرسال قيمة المعلومة $x_i = 1$. تعني هذه الحالة المعلومة المرسلة $x_i = 1$ والإشارة المستقبلة تساوي $y = 0$.

ج. أوجد احتمالية وجود خطأ في إرسال المعلومات للنظام.(Total Probability of Error).

ملاحظة: إذا أرسلت المعلومة $x_i = 1$، يعرف الخطأ في عملية الاستقبال إذا كانت القيم المستقبلة للمتغير العشوائي y اكبر من 0.5. والخطأ في حالة إرسال المعلومة $x_i = 0$، إذا كانت القيم المستقبلة للمتغير العشوائي y اقل من 0.5.

الحل:

أ. يمكن تعريف الخطأ في هذه الحالة كما يلي: ما هي احتمالية استقبال المعلومة 1، علماً بأن المعلومة المرسلة كانت $x_i = 0$. يمكن حساب احتمالية هذا الحدث باستخدام الكثافة الاحتمالية المشروطة $p_y(y/x=0)$ كالآتي:

$$p_y(y=1/x=0) = \int_{0.5}^{\infty} p_y(y/x=0)dy = \int_{0.5}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma_y} e^{0.5(y-\overline{y}/\sigma_y)^2} dy$$

$$= \int_{0.5}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot} e^{0.5(y)^2} dy = Q(0.5)$$

ب. يمكن تعريف الخطأ في هذه الحالة كما يلي: ما هي احتمالية استقبال المعلومة 0، علماً بأن المعلومة المرسلة كانت $x_i = 1$. يمكن حساب احتمالية هذا الحدث باستخدام

الكثافة الاحتمالية المشروطة $p_y(y/x=1)$ كالآتي:

$$p_y(y=0/x=1)=\int_{-\infty}^{0.5} p_y(y/x=1)dy=\int_{-\infty}^{0.5}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma_y}e^{0.5(y-\bar{y}/\sigma_y)^2}dy$$

$$=\int_{-\infty}^{-0.5}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot e^{0.5\cdot z^2}dZ=1-Q(-0.5)=Q(0.5)$$

ج. يمكن حدوث خطأ، إذا ارسلت المعلومة $x_i=1$ وتم استقبال المعلومة O، أو إذا أرسلت المعلومة $x_i=0$ وتم استقبال المعلومة 1. احتمالية هذا الحدث يمكن تحسب باستخدام نظرية (total probability):

$$p_r(error)=p_r(y=1/x=0)\cdot p_r(x=0)+p_r(y=0/x=1)\cdot p_r(x=1)$$

بالاستفادة من فرع (أ) وفرع (ب)، يمكن حسابة هذه الاحتمالية

$$p_r(error)=Q(0.5)\cdot p_i+Q(0.5)\cdot p_i=2\cdot Q(0.5)\cdot p_i$$

سؤال (15)

باستخدام المعلومات في سؤال (14). أوجد:

أ. احتمالية عدم وجود خطأ في حالة إرسال قيمة المعلومة $x_i=0$. تعني هذه الحالة المعلومة المرسلة $x_i=0$ والإشارة المستقبلة تساوي $y=0$. تسمى هذه الحالة (Probability of Correct).

ب. احتمالية عدم وجود خطأ في حالة إرسال قيمة المعلومة $x_i=1$. تعني هذه الحالة المعلومة المرسلة $x_i=1$ والإشارة المستقبلة تساوي $y=1$.

ج. احتمالية عدم وجود خطأ في إرسال المعلومات للنظام (Total Probability Of Correct)

الحل:

احتمالية حدوث خطأ في عملية إرسال واستقبال المعلومات هو عبارة عن الاحتمالية المكملة لعدم حدوث خطأ في عملية إرسال واستقبال المعلومات

$$p_r(correct)=1-p_r(error)$$

أ. في هذه الحالة يمكن احتساب احتمالية عدم حدوث خطأ في إرسال المعلومة $x_i=0$ وبالاستفادة من النتائج في السؤال السابق:

$$p_y(y=0/x=0)=1-p_r(y=1/x=0)=1-Q(0.5)$$

ب. كما في الفرع السابق، احتمالية عدم حدوث خطأ في إرسال المعلومة $x_i=1$

$$p_y(y=1/x=1)=1-p_r(y=0/x=1)=1-Q(0.5)$$

ج- احتمالية عدم حدوث خطأ في إرسال واستقبال المعلومات للنظام ككل

$$p_r(total\ coorect)=p_r(y=1/x=1)p_r(x=1)+p_r(y=0/x=0)p_r(x=0)$$

$$=1-p_r(error)=1-2\cdot Q(0.5)\cdot p_i$$

14. مسرد المصطلحات

- الاقتران الاجمالي للتوزيع الاحتمالي (Cumulative Distribution Function): يمثل هذا الاقتران القيمة التكاملية لاقتران الكثافة الاحتمالية حيث تمثل هذه القيمة القيمة الحقيقة لاحتمالية حدوث ذلك المتغير العشوائي.

- اقتران الكثافة الاحتمالية (Probability Density Function): هو عبارة عن اقتران يربط ما بين كل قيمة من قيم المتغير العشوائي بقيمتها الاحتمالية.

- الانحراف المعياري (Standard Deviation): عبارة عن قيمة حسابية تمثل مدى تجمع أو تشتت المشاهدات بالنسبة للوسط الحسابي لتلك المشاهدات.

- التباين (Variance): يمثل التباين القيمة التربيعية للانحراف المعياري وفي حالة الإشارات العشوائية يمثل التباين القيمة الكهربائية لهذه الإشارة.

- توزيع الكثافة الإحتمالي الأسي (Exponential Probability Density Function): هو عبارة عن اقتران الكثافة الاحتمالية حيث يتبع هذا الاقتران الدالة الأسية.

- توزيع الكثافة الإحتمالي القاوسيان (Gaussian Probability Density Function): هو عبارة عن اقتران الكثافة الاحتمالية حيث يشبه هذا الاقتران بشكل الجرس.

- توزيع الكثافة الاحتمالي الريلي (Rayleigh Probability Density Function): هو عبارة عن اقتران الكثافة الاحتمالية حيث يتبع هذا الاقتران دالة الريلي.

- توزيع الكثافة الاحتمالي الطبيعي (Normal Probability Density Function): يمثل هذا الاقتران حالة خاصة من اقتران توزيع الكثافة الاحتمالي القاوسيان حيث إن قيمة الوسط الحسابي تساوي صفراً وقيمة الانحراف المعياري تساوي واحداً.

- توزيع الكثافة الاحتمالي المنتظم (Unifrom Probability Density Function): هو عبارة عن اقتران الكثافة الاحتمالية حيث تكون القيمة الاحتمالية لجميع عناصر المتغير العشوائي متساوية.

- الحدث المستقل (Independent Event): هو عبارة عن الحدث الذي لا يرتبط حدوثه بأي حدث آخر.

- الحدث العشوائي (Random Event): هو عبارة عن حدث يمكن تعريفه كمجموعة تحتوي على عنصر أو عدة عناصر من الفضاء العيني للتجربة العشوائية.

- الحدث المشروط (Conditional Event): هو عبارة عن الحدث الذي يرتبط حدوثه بحدوث حدث آخر.

- الحدث المستحيل (Impossible Event): هو عبارة عن الحدث الذي لا يمكن حدوثه وقيمته الاحتمالية تساوي صفراً.

- الفضاء العيني (Sample Space): هو عبارة عن المجموعة التي تحتوي على جميع النتائج المتوقعة للتجربة.

- القيمة الاحتمالية (Probability): هي عبارة عن قيمة نسبية تمثل قيمتها مدى صحة نجاح حدث معين.

- القيمة المتوقعة للمتغير العشوائي (Mean value or the Expected value of the Random Variable): تمثل هذه القيمة معدل قيم المتغير العشوائي أو يمكن تعريفها بأنها أكثر قيمة يمكن توقع ظهورها.

- المتوسط الحسابي (Mean Value): هو عبارة عن قيمة حسابية تمثل معدل قيم جميع المشاهدات.

- المتغير العشوائي (Random Variable): هو عبارة عن مجموعة من الأعداد يمثل كل منها عنصراً أو حدثاً من عناصر الفضاء العيني.

- المتغير العشوائي المنفصل (Discrete Random Variable): هو عبارة عن المتغير العشوائي الذي تعرف فيه قيم المتغير العشوائي بأعداد منفصلة.

- المتغير العشوائي المتصل (Continuous Random Variable): هو عبارة عن المتغير العشوائي الذي تعرف فيه قيم المتغير العشوائي بأعداد متصلة.

- نظرية بيرنولي (Bernouli Trial Theory): تستخدم هذه النظرية في حالة حساب احتمالية حدث معين ناتج عن تكرار التجربة عدة مرات.

- نظرية بيز (Bays Theorem): تستخدم هذه النظرية لحساب احتمالية الأحداث المشروطة وتطبيقاتها مثل نظرية مجموعة الاحتمالات.

الوحدة الثالثة

آلية تعديل البيانات الرقمية

Digital Modulation Technique

1 . المقدمة

1.1 تمهيد

مرحباً بك، عزيزي القارئ، إلى الوحدة الثالثة من هذا الكتاب، وهي بعنوان «آلية تعديل البيانات الرقمية»، هذه الوحدة تغطي المفاهيم الأساسية لنظم الاتصالات الرقمية وكيفية استخدامها في إرسال واستقبال المعلومات بغض النظر عن طبيعة إشارة المعلومات. كما تلقي النظر على كيفية إرسال واستقبال الإشارات التناظرية باستخدام نظم الاتصالات الرقمية عن طريق نظرية اخذ العينات والتقريب. وسيتم دراسة نظم التعديلات الرقمية المستخدمة في إرسال واستقبال المعلومات وطبيعة الأجهزة المستخدمة في مثل هذه التطبيقات. وفي نهاية هذه الوحدة سنوضح كيفية استخدام نظرية الاحتمالات، في تقييم فعالية نظم الاتصالات عن طريق القيمة المتوقعة لحدوث الأخطاء في استقبال إشارة المعلومات.

الطريقة المتبعة لإظهار بنود هذه الوحدة مميزة بطبيعة شرح محتويات الوحدة وتنوع الأمثلة والتدريبات المحلولة، والأسئلة المقترحة في نهاية هذه الوحدة، بالإضافة إلى استخدام MATLAB كأداة برمجية في بناء وتحليل بعض الأنظمة والأمثلة.

2.1 أهداف الوحدة

يتوقع منك عزيزي القارئ بعد الانتهاء من دراسة هذه الوحدة أن تكون قادراً على أن:

1. تشرح عملية أخذ العينات وتحويلها إلى بيانات رقمية.
2. تشرح طرق تحويل البيانات الرقمية إلى ثنائية المدى ومتعددة المدى وفوائدها.
3. تشرح الطرق المختلفة لتوفير مصدر المعلومات الرقمية.
4. تفرق بين إرسال البيانات الرقمية عن طريق وسائل التعديل المختلفة وطريقة التعديل Base Band.
5. تبين كيفية اختيار نظام التعديل المناسب لإرسال البيانات الرقمية
6. تستخدم نظرية الاحتمالات في حساب قيم الأخطاء المتوقعة للمعلومات الرقمية المرسلة.
7. تشرح مبدأ عمل المودم وتطبيقاته.

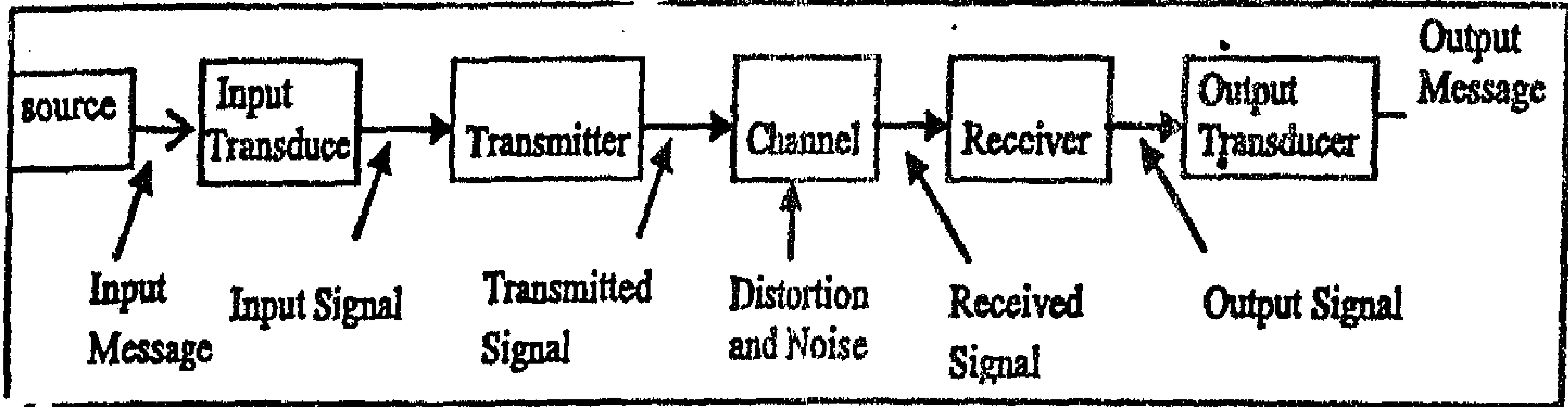
3.1 أقسام الوحدة

هذه الوحدة تبدأ بتعريف أساسيات نظم الاتصالات الرقمية والعناصر التي تؤثر في عملية البث والاستقبال. ثم تبدأ هذه الوحدة بشرح كيفية تمثيل البيانات الرقمية عن طريق تمثيلها بنبضات ثنائية المدى ومتعددة المدى. وبعد ذلك توضح هذه الوحدة مبدأ عملية التحويل من النظم التناظرية إلى النظم الرقمية.

ومن ثم تتحدّث هذه الوحدة عن كيفية إرسال المعلومات أو البيانات الرقمية بطريقة عملية التعديل بشكليها: التعديل قليل التردد والتعديل عالي التردد. وبعد ذلك يتم التعريف بنُظُم التعديل المختلفة وخصائصها المستخدمة في نظم الاتصالات. وفي نهاية هذه الوحدة يتم شرح كيفية استخدام نظرية الاحتمالات لقياس مدى صحة المعلومات المرسلة عن طريق قياس نسبة الأخطاء في البيانات المرسلة باستخدام أنواع التعديل المختلفة.

2. أساسيات في علم الاتصالات

شكل (1) يوضح الشكل العام لأي نظام اتصالات بغض النظر عن طبيعة المعلومات التي تحتويها الإشارة المرسلة من نقطة إلى أخرى. الأجزاء التي يحتويها النظام هي عبارة عن:



شكل (1) الهيكل العام لنظم الاتصالات

أ - المصدر (Source): هو عبارة عن مصدر المعلومات الطبيعي الذي تصدر منه إشارة المعلومات الأصلية مثل صوت الإنسان، صورة التلفاز، أو المعلومات الناتجة من المصدر الرقمي (Digital Source) التي تمثل معلومات ثنائية المدى (Binary bits or binary data). مثل هذه المعلومات يجب أن تحول إلى إشارة كهربائية قبل عملية البث لتتناسب مع طبيعة نظم الاتصالات.

ب - محول الطاقة (Transducer): هو عبارة عن جهاز يحول الإشارة الداخلة (Input Message) إلى إشارة كهربائية متغيرة المدى تسمى بإشارة الأصل الترددي أو إشارة المعلومات (Base band Signal or Input signal). حيث تحدث هذه التغيرات بطريقة تتناسب مع التغيرات الطبيعية الموجودة في الإشارة الداخلية مثل صوت الإنسان.....إلخ.

ج - جهاز الباعث أو جهاز المرسل (Transmitter)، يقوم الباعث بإحداث تغيرات أساسية على إشارة المعلومات حتى تتناسب مع عملية الإرسال (Transmission) وعادة ما يتم فيه عملية التعديل (Modulation) على

الإشارة. الباعث يمكن أن يرسل الإشارة بعد عملية التعديل المناسب بدون أي إزاحة على قيمة التردد الأصلي للإشارة وهذا ما يسمى بعملية التعديل قليل التردد (Baseband Transmission). أو يمكن أن يحدث في عملية التعديل إزاحة على قيمة التردد الأصلي لهذه الإشارة إلى قيمة أعلى بكثير من قيمة التردد الأصلي، وهذا ما يعرف باسم (Bandpass Modulation) مثل التعديل باستخدام المدى (Amplitude Modulation)، أو التعديل باستخدام التردد الزاوية (Phase Modulation) أو التعديل باستخدام تردد (Frequency Modulation). أيضاً من إحدى العمليات التي تتم في الباعث (Transmitter) هي عملية الترشيح (Filtering) لتحديد قيمة مدى الإشارة المرسلة (Bandwidth Limitation) وعملية التكبير (Amplification) لإعطاء الإشارة قوى كهربائية أكبر لتمكنها من مقاومة الضوضاء (Noise) خلال عملية الإرسال (Transmission).

د - وسط الإرسال أو فضاء الإرسال (Channel)، يمثل هذا الجزء الوسط التي تنتقل فيه الإشارة بين أي نقطتين. مثال على هذا الوسط: الشعيرات الضوئية (Fiber Optics)، والفضاء (Free Space) وسلك الكيبل (Cable). الوسط يمثل المصدر الرئيسي لتدهور (Distortion) الإشارة خلال عملية الإرسال. وتتم عملية التدهور عن طريق الظروف التي تمر بها الإشارة في هذه المرحلة مثل التقليل من مدى الإشارة الذي بدوره يُنقِص من قوة الإشارة الكهربائية (Power) والذي يسبب بعدم ظهور الإشارة في قوتها وشكلها الطبيعي عند وصولها إلى نقطة المستقبل (Destination). ومن العوامل التي تضعف الإشارة أيضاً خلال مرورها بالوسط الإزاحة التي تحدث في تردد زاوية الإشارة (Frequency Shift and Phase Shift) والتي أيضاً بدورها تحدث تغيراً في الاشارة وتقلل من قوتها الكهربائية. الضوضاء تختلف بالطريقة التي يمكن أن تؤثر بها على الإشارة المرسلة كما سنوضح في نهاية هذه الوحدة. وسط الإرسال بشكل عام يمكن أن يحدث تدهوراً خطياً (Linear distortion) أو تدهوراً غير خطي (Non Linear distortion) على الإشارة

وكلاهما يؤثر على طبيعة الإشارة ويضعف من قوتها الكهربائية. في حالة التدهور الخطي يمكن التخلص من آثاره لحد كبير عن طريق إحداث تغيرات عكسية تعكس طبيعة التغيرات التي سببها الوسط الفضائي على الإشارة خلال عملية الإرسال (Transmission). أيضا طول الوسط الفضائي التي تنتقل به الإشارة بدوره يضعف الإشارة بمستويات تتناسب مع طول الوسط والتردد المستخدم في عملية الإرسال.

هـ - من أهم المشاكل الأساسية التي تواجه الإشارة خلال عملية الإرسال التأثير السلبي للضوضاء عليها. والضوضاء (Noise) هي عبارة عن إشارة عشوائية يمكن وصفها وتحليلها لمعرفة الطرق التي تؤثر بها على الإشارات باستخدام اقتران الكثافة الاحتمالية (Probability Density Function).

و - المستقبل (Receiver)، يعمل المستقبل على إستئصال إشارة المعلومات من الإشارة المرسلة. أي يقوم المستقبل بعملية تعكس التغيرات الحاصلة على إشارة المعلومات من جهاز الباعث ومن الوسط الفضائي (Channel).

ز - محول الطاقة العكسي (Output Transducer)، يقوم هذا الجزء بعكس العملية التي تمت في محول الطاقة (Input Transducer). أي يحول التغيرات الكهربائية (Electrical Variations) الموجودة في الإشارة إلى تغيرات الإشارة الطبيعية الناتجة من مصدر المعلومات. على سبيل المثال، إذا اعتبرنا إشارة الصوت يقوم محول الطاقة بتحويلها من ذبذبات صوتية إلى تغيرات كهربائية، بينما يقوم محول الطاقة العكسي بتحويل الإشارة الناتجة من المستقبل من إشارة ذات تغيرات كهربائية إلى إشارة ذات ذبذبات صوتية.

في أي نظام اتصالات تحدد فعالية نظام الاتصالات ومدى صحة وصول المعلومات بنسبة الإشارة إلى نسبة الضوضاء (Signal-to-Noise Ratio: SNR). كل ما زادت هذه النسبة تزداد فعالية نظام الاتصالات وتزداد صحة وصول المعلومات. في نظام الاتصال الرقمي تستبدل قيمة (SNR) بنسبة معدل القوة الكهربائية للمعلومة الواحدة (Energy bit)، لقيمة توزيع طيف القوة الكهربائية للضوضاء (Noise Power Spectral Density). في هذه الحالة يستخدم مصطلح احتمالية حدوث

الأخطاء (Probability of Bit Error) الذي يعتمد على هذه النسبة كمقياس لمدى فعالية النظام المستخدم وكمقياس لمدى صحة المعلومات الواصلة بالنسبة للمعلومات الناتجة من المصدر (Source). في أي نظام اتصالات يوجد كثير من العمليات (Processing) التي بدورها تساعد في زيادة فعالية نظام الاتصالات مثل عملية التحويل من النظام التناظري إلى النظام الرقمي (Analog to Conversion Digital) وعملية التعديل (Modulation) وعملية التساوي (Equalization) وعملية ضغط طيف الإشارة (Spread Spectrum) الخ..... وسنلقي النظر على بعض هذه العمليات خلال هذه الوحدة.

3. البيانات الثنائية المدى والمتعددة المدى

في نظام الاتصالات الرقمي تتميز إشارة المعلومات المرسلة باحتوائها على عدد محدد من مستويات المدى، حيث يمثل كل مدى من هذه الإشارة جزءاً معيناً من إشارة المعلومات الكلي. أقل مدى يمكن أن يستخدم في نقل المعلومات الرقمية يساوي اثنين وهذا ما يسمى بالنظام الرقمي ثنائي المدى (Binary System). ويحسب مدى الإشارة الرقمية باستخدام النظام الحسابي الثنائي بدلاً من العشري (Base 2 System).

1.3 البيانات ثنائية المدى (Binary Data):

في نظم الاتصال الرقمي يُبرز مصدر المعلومات (Data Source) طبيعة المعلومات عن قيم المنطق (Levels Logic)، ممثلة بقيمتين: صفر أو واحد وتسمى المعلومات بهذه الحالة بالمعلومات ثنائية المدى (Binary Levels: 0 or 1). ومن الخصائص المهمة لمصدر المعلومات السرعة التي ينتج بها المصدر سلسلة المعلومات وتسمى هذه السرعة بسرعة إرسال البيانات أو المعلومات (Data Rate)، ووحدتها في هذه الحالة هي (bits /sec) ويرمز لها R_b. والبت (Bit) هي عبارة عن أقل وحدة يمكن أن تمثل بها المعلومات الرقمية.

مثال (1)

قدرة مصدر المعلومات لنظام معين كانت (10k bits / sec). كم كمية المعلومات التي يستطيع المصدر أن ينتجها في خمس دقائق، مع العلم أن المعلومات ثنائية المستوى (Binary Level).

الحل:

المصدر في كل ثانية ينتج 10K bits، وكمية المعلومات q التي يصدرها في خمس دقائق هي:

$$q = 5 \cdot 60 \cdot 10^3 = 3000,000 = 3 \cdot 10^6 \text{ bits}$$

من أهم عناصر أي نظام اتصالات معرفة قيمة تشتت طيف المعلومات أو الإشارات (مدى الطيف). إن لمفهوم مدى الطيف (Bandwidth:BW) علاقة مباشرة في تصميم وبناء أي نظام اتصالات، حيث إنه لا يمكن التعامل أو بث أي إشارة غير محدودة الطيف، وتسمى هذه الإشارات بالإشارات محدودة الطيف (Bandlimited Signals)، ويمكن تحديد مدى الطيف (BW) لأي نظام رقمي عن طريق معرفة سرعة البيانات على النحو التالي:

$$BW = \alpha \cdot R_b \qquad (1)$$

حيث إن α معامل قيمته تحقق العلاقة $\alpha \geq 1$.

عندما يكون البث مباشرة من المصدر بدون تعديل تكون قيمة المعامل $\alpha = 1$.

بشكل عام تحسب قيمة مدى الطيف لإي نظام بغض النظر إن كان رقمياً أو تشابهياً كالآتي:

$$BW = W_{max} - W_{min} \qquad (2)$$

حيث تمثل القيمتان W_{max} و W_{min} القيم العليا والقيم السفلى لامتداد طيف الإشارة.

مثال (2)

احسب قيمة مدى الطيف لنظام تبث به معلومات ثنائية المدى بسرعة (20kbits /sec).

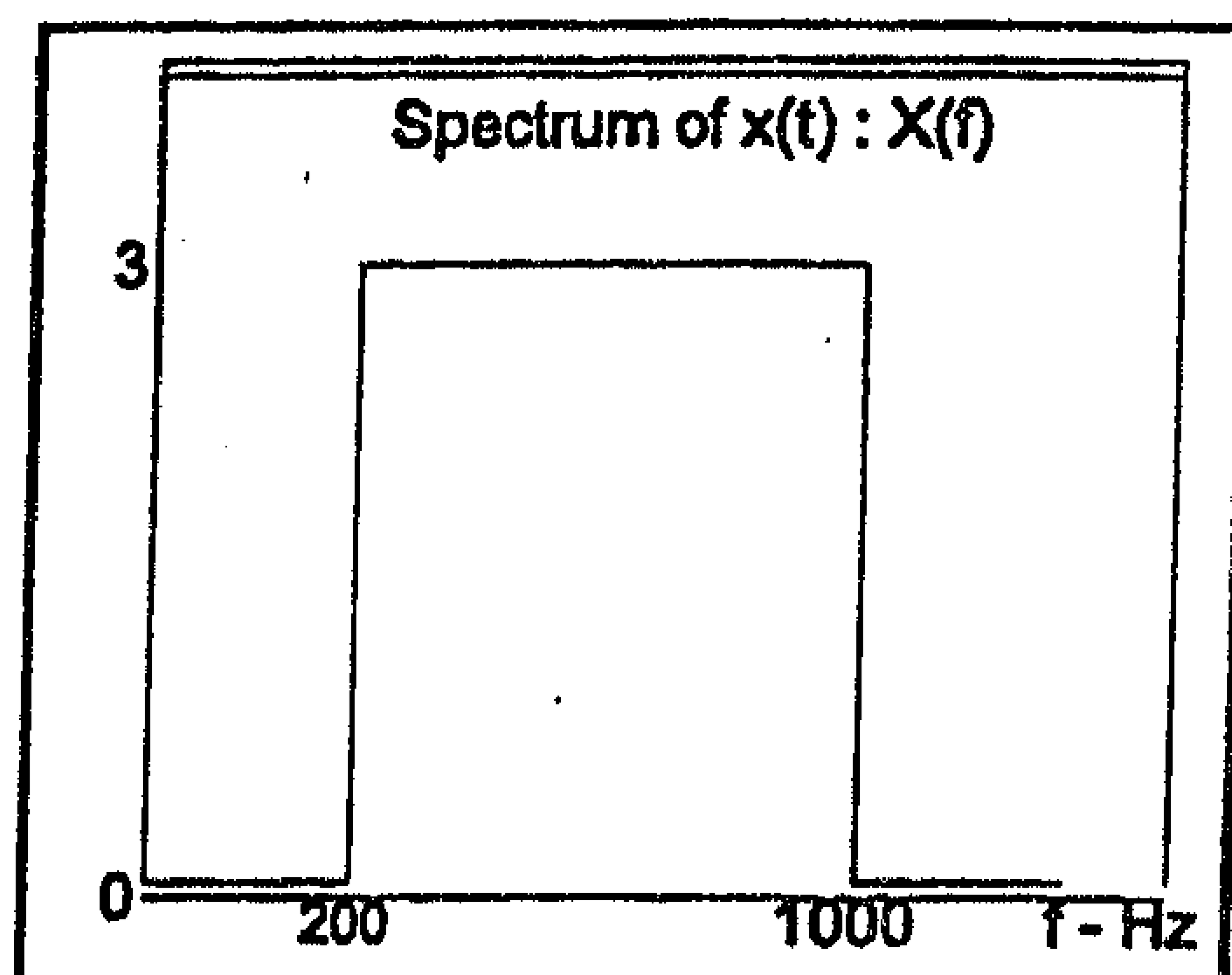
الحل:

في هذه الحالة لا يوجد أي تعديل لبث المعلومات، وتبث المعلومات مباشرة من المصدر، لذلك قيمة المعامل $\alpha = 1$ ومدى الطيف

$$BW = \alpha \cdot R_b = 20{,}000 \text{ Hz}$$

مثال (3)

يمثل شكل (2) $X(f)$ طيف الإشارة $x(t)$. حيث يمثل الاقتران $X(f)$ تحويل الفورير (Fourier Transform) للإشارة $x(t)$.



شكل (2) طيف إشارة x(t)

الحل:

يمتد طيف هذه الإشارة من 200 هيرتز إلى 1000 هيرتز. باستخدام (2)، قيمة مدى الطيف:

$$BW = W_{max} - W_{min} = 2\pi(1000 - 200) = 1600\pi = 800\, Hz$$

2.3 البيانات متعددة المدى (M-ary Signaling)

في بعض الأحيان لتقليل قيمة مدى الطيف تبعث المعلومات على طريقة رموز (Symbols)، حيث يحتوي كل رمز على عدد معين من الثنائيات (Bits) وتسمى هذه العملية بعملية تجميع للمعلومات الأصلية (Grouping or M-ary Signaling) وتحقق المعادلة التالية:

$$M = 2^k \qquad (3)$$

حيث إن

M: يمثل عدد خانات المدى التي تتمثل به المعلومات أو عدد الرموز المستخدمة إذ إن كل رمز يمثل قيمة مدى معينة.

K: عدد الرقم الثنائي «البت» (K binary bits) في الرمز الواحد (one symbol).

مثال (4)

وضح بالرسم الإشارة d(t) متعددة المدى لقيمة $M=4$، للمعلومات التالية:00110101100010110101، علماً بأن مدة الامتداد الزمني للرمز الواحد T_s بالثانيه: $T_s = 1\,\text{sec}$.

الحل:

باستخدام (3)، كل رمز يحتوي على K عدد من البت(bits) كالآتي:

$$M = 2^k = 4 \Rightarrow k = 2 \text{ bits/symbol}$$

حيث إن قاعدة «2» (Binary) هي المستخدمة في (3) فيمكن ترتيب الرموز كالتالي:

الرمزالأول s_1: 00 ويعطى قيمة رقم صفر.

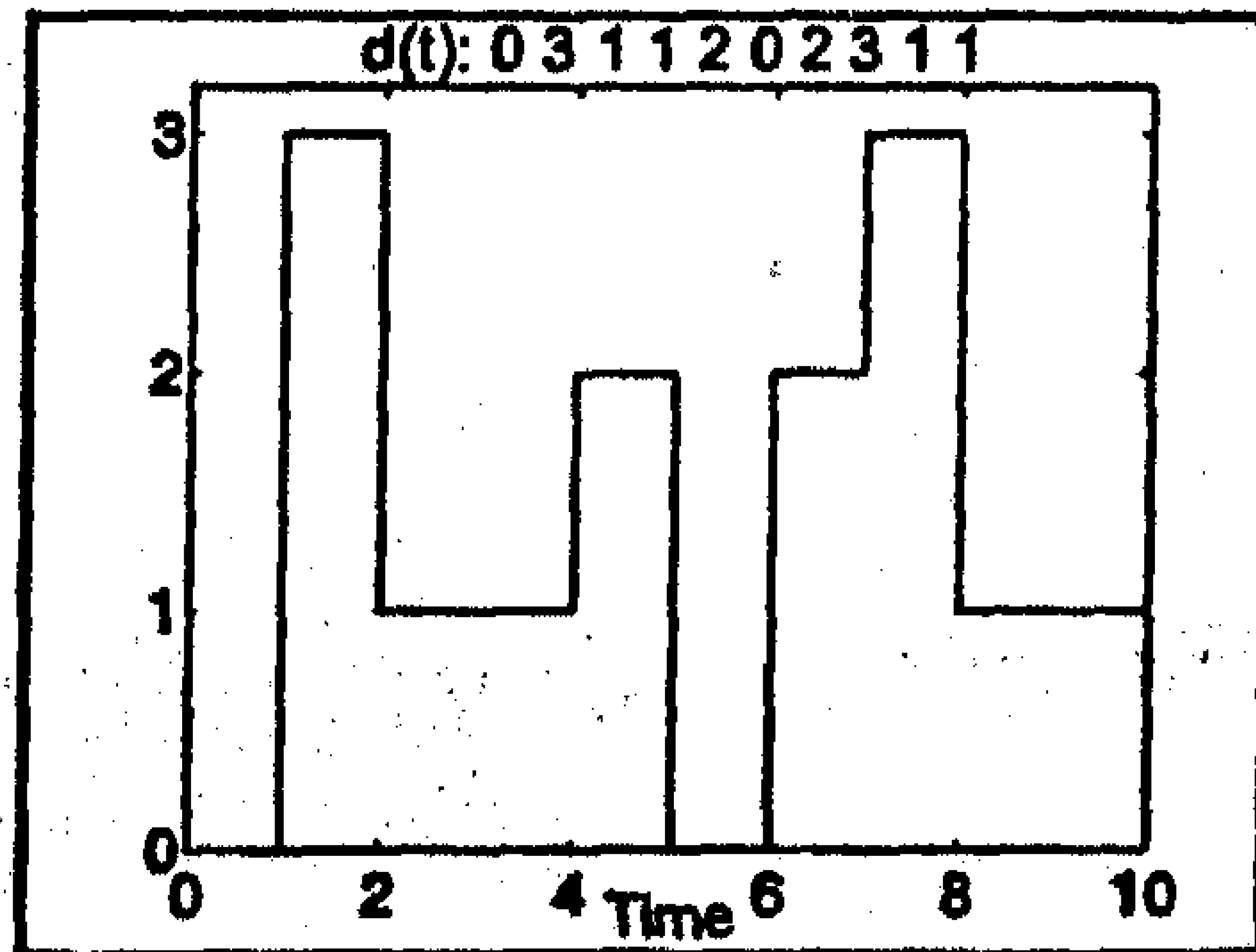
الرمز الثاني s_2: 01 ويعطى قيمة رقم 1.

الرمز الثالث s_3: 10 ويعطى قيمة رقم 2.

الرمز الرابع s_4: 11 ويعطى قيمة رقم 3.

لتصبح سلسلة المعلومات:d(t) $s_1\ s_4\ s_2\ s_2\ s_3\ s_1\ s_3\ s_4\ s_2\ s_2$.

فيمكن رسم هذه الرموز حسب المدى من صفر - ثلاثة (3-0) كما هو موضح في شكل (3).



شكل (3) الإشارة متعددة المدى

عند استخدام عملية التجميع (Grouping) للمعلومات، يصبح الامتداد الزمني لكل رمز (Symbol Time: T_s seconds) من الرموز المستخدمة بالنسبة للامتداد الزمني للمعلومة الواحدة T_b كالآتي:

$$T_s = kT_b \qquad (4)$$

وسرعة المعلومات R_s symbols/sec المرسلة تحسب بالنسبة لمعدل R_b bits/sec كالآتي:

$$R_s = \frac{R_b}{k} \qquad (5)$$

مثال (5)

ما هي قيمة مدى الطيف (BW) إذا بعث المعلومات باستخدام:

أ- M=2

ب- M=4

علماً بأن $R_b = 10{,}000$ bits/sec

الحل:

باستخدام (3)، K تمثل عدد البت في الرمز الواحد، ويحسب قيمة مدى الطيف باستخدام (1)، ولكن باستبدال R_b بـ R_s كالآتي:

$$BW = \alpha \cdot R_s = \alpha \cdot \frac{R_b}{k}$$

أ- في حالة $M = 2$،

$$M = 2 = 2^k \Rightarrow k = 1$$

ومدى الطيف BW $\quad BW = k \cdot R_s = R_b = 10k\,\text{Hz}$

ب- في هذه الحالة $M = 4$

$$M = 4 = 2^k \Rightarrow k = 2$$

ومدى الطيف BW

$$BW = \alpha \cdot R_s = \alpha \cdot \frac{R_b}{k}$$

$$BW = k \cdot R_s = R_b / 2 = 5k \text{ Hz}$$

لاحظ في حالة Binary معدل سرعة الرموز = معدل سرعة البت = R_b، أي أن $R_b = R_s$. بشكل عام، في نظم الاتصالات الرقمية يقاس مدى الطيف بالنسبة لمعدل سرعة الرموز المبعوثة

$$BW = \alpha \cdot R_s = \alpha \cdot \frac{R_b}{k} \qquad (6)$$

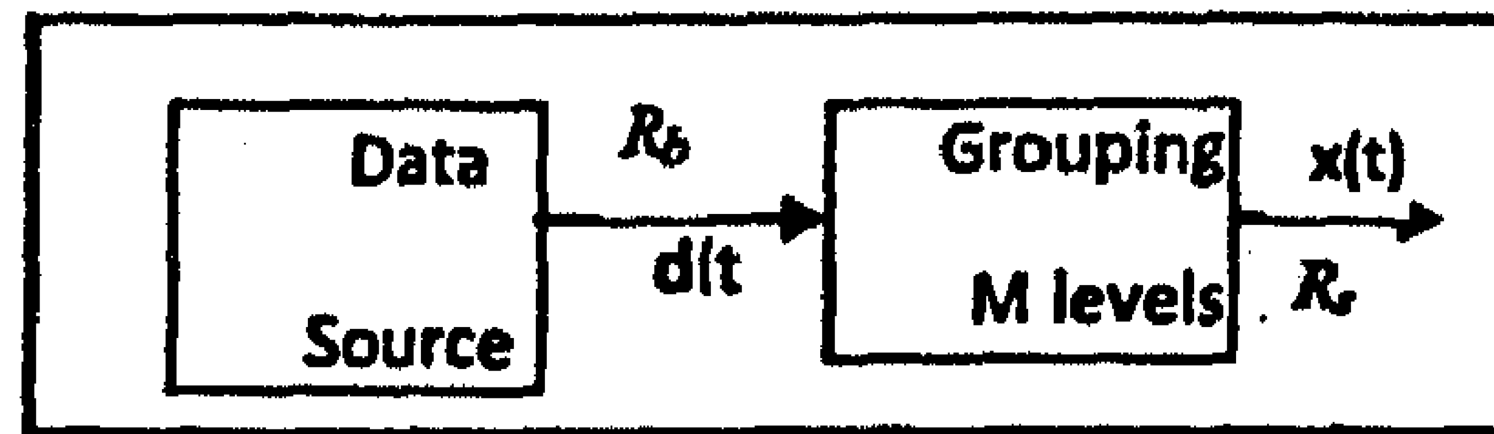
ومن الجديد بالذكر هنا أن المعلومات الرقمية الناتجة من مصدر المعلومات دائماً تمثل قيمة منطقية بغض النظر إن كانت بشكل رموز أو بت، وهذا يعود إلى قاعدة (Binary) المستخدم كما هو مبين في (3).

مثال (6)

يمثل شكل (4) نظام اتصال رقميا متعدد المدى (M-ary Signaling) للقيم M=8 , 16. حيث إن مصدر المعلومات (Data Source) يعمل بمعدل $R_b = 5\ k$ bits/sec، والإشارتان d(t) و X(t)عبارة عن:

d(t): الإشارة من مصدر المعلومات مقيسة بوحدة bits /sec

X(t): الإشارة من جهاز التصنيف مقيسة بوحدة symbols /sec



شكل (4)

1. احسب قيمة الامتداد الزمني T_s لكل رمز (Symbol) من مدى الإشارة x(t).
2. ارسم الإشارة x(t) موضحاً عليها قيم المدى المختلفة والترتيب الزمني لكل عينة

من المعلومات التالية:

d(t): 0110100011010011

الحل:

1- المدى الزمني لكل bit هو عبارة عن

$$T_b = \frac{1}{R_b} = \frac{1}{36k} = 27.78 \cdot 10^{-6} \text{ sec}$$

والمدى الزمني لكل symbol هو عبارة عن

$$T_s = \frac{1}{R_s} = \frac{k}{R_b} = k \cdot 27.78 \cdot 10^{-6} \text{ sec}$$

في حالة M=8،

$$8 = 2^k \Rightarrow k = 3 \text{ bits/symbol}$$،

لتصبح قيمة T_s

$$T_s = 3 \cdot 27.78 \cdot 10^{-6} = 83.3 \cdot 10^{-6} \text{ sec}$$

وفي حالة M=16

$$16 = 2^k \Rightarrow k = 4 \text{ bits/symbol}$$

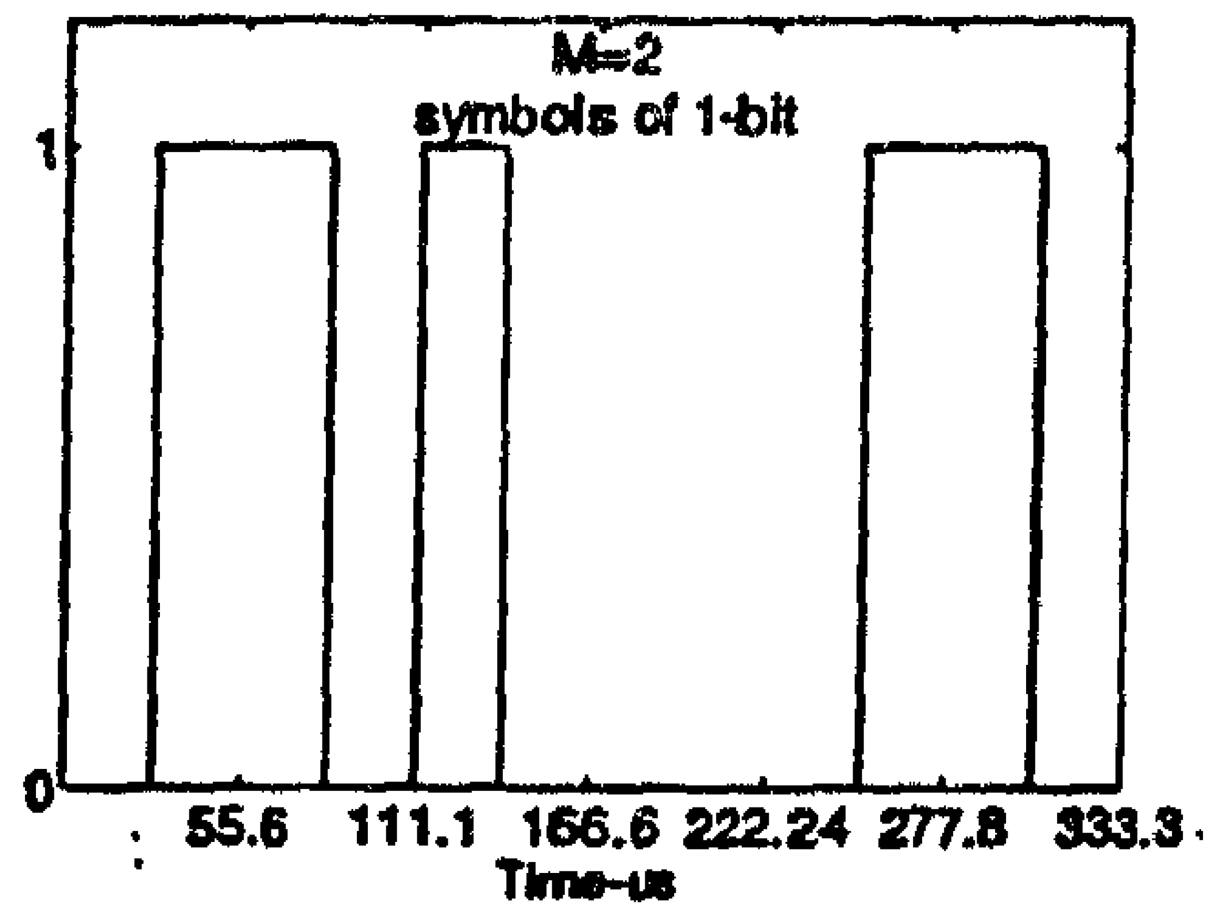
$$T_s = \frac{1}{R_s} = \frac{k}{R_b} = 4 \cdot 27.78 \cdot 10^{-6} = 11.1 \cdot 10^{-5} \text{ sec}$$

قيم الامتداد لجميع الحالات موضحة في جدول (1)

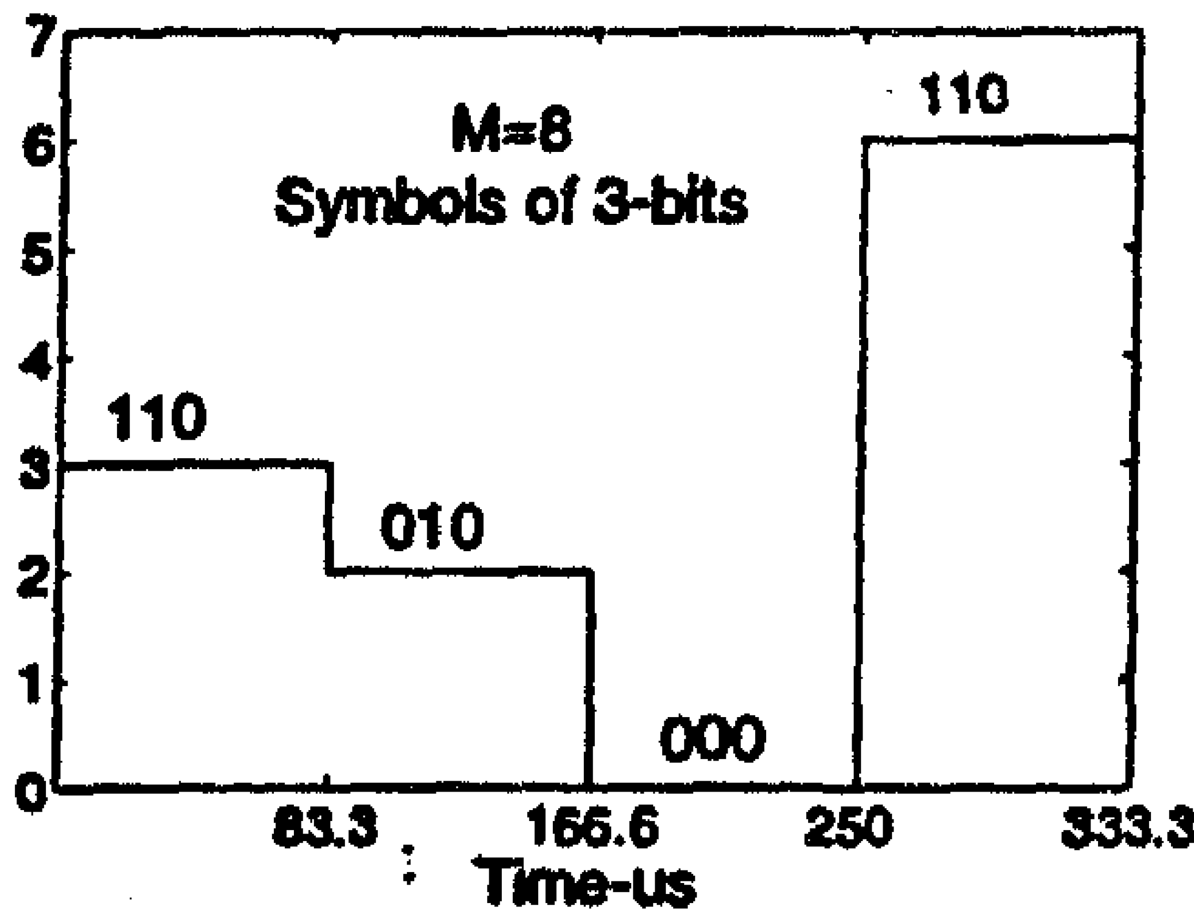
جدول (1): قيم الامتداد الزمني لمثال (6)

قيمة المدى M	الفترة الزمنية لكل T_s Symbol بالثانية	عدد البتات في الرمز الواحد bits/symbol
٢	$T_s = 27.78 \cdot 10^{-6}$	١
٨	$T_s = 83.33 \cdot 10^{-6}$	٣
١٦	$T_s = 111.12 \cdot 10^{-6}$	٤

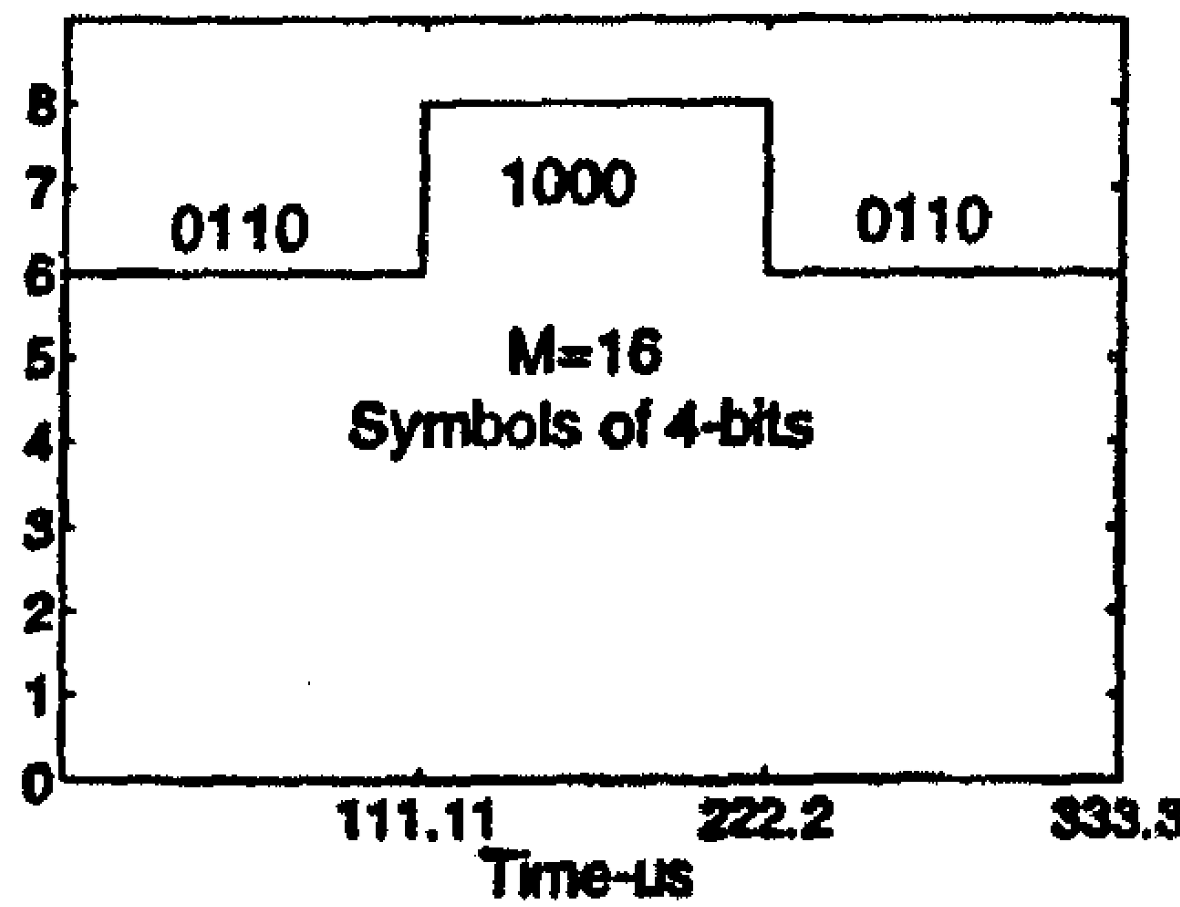
2- في حالة M = 8، يحتوي كل رمز على $k = 3$ bits. إبتداء من 111-000، لذلك يكون المدى الممثل لهذه الإشارة x(t) من 0-7 volts، وكل رمز له فترة زمنية $27.78.10^{-6}$. أما في حالة M=16 فيحتوي كل رمز على $k = 4$ bits. ابتداء من 0000-1111، ويكون المدى لهذه الإشارة. x(t) 0-15 volts الإشارة d(t) والإشارة x(t) موضحة بالأشكال (7)-(5).



شكل (5): إشارة d(t)



شكل (6): إشارة x(t)



شكل (7): إشارة x(t)

تدريب (1)

احسب مقدار الطيف اللازم لإرسال الإشارة x(t) للمثال السابق (6).

4. الترميز الخطي (Line Coding)

الترميز الخطي: هو عبارة عن عملية تحويل قيم البيانات الرقمية من القيم المنطقية إلى القيم الحقيقية (Logic Levels to pulse values)، ويعود سبب تطبيق الترميز الخطي إلى أن عملية إرسال أو بث المعلومات لا تتم على القيم المنطقية لعدم توافق القيم المنطقية مع هيكلية ومرجعية تصميم الأجهزة. مع العلم أن القيم المنطقية مستخدمة في أجزاء مختلفة من أجهزة الإرسال والاستقبال، ولكنها لا تستخدم فعلياً قبل تحويلها إلى قيم حقيقية في المرحلة النهائية من عملية البث أو المرحلة البدائية من عملية الاستقبال.

1.4 خصائص الترميز الخطي (Properties of Line Coding)

توجد عدة أنواع من الترميز الخطي كل منها يختلف بميزاته الخاصة عن الأخرى. من أهم الميزات التي تحبذ أن تكون متوفرة في أي نوع من أنواع الترميز الخطي هي:

أ- قدرة مقاومة الضوضاء الموجودة في وسط الإرسال البث مع طيف الإشارة (Immunity to the Channel Noise). ويمكن تحديد هذه الميزة عن طريق دراسة اقتران كثافة طيف القوة الكهربائية (Power Spectral Density) لإشارة الترميز الخطي. يتم اختيار نوع الترميز الخطي المناسب لهذه الخاصية بخصائص تعاكس خصائص الضوضاء الموجودة في وسط الارسال. على سبيل المثال إذا كانت قوة الضوضاء عالية جداً في الأجزاء العليا من قيم تردد الإشارة، فإنه يجب اختيار نوع الترميز الخطي الذي لا يحتوي على معلومات مهمة في هذه المنطقة والعكس صحيح.

ب- ميزانية القوة الكهربائية ومدى الطيف للإشارة (Power – Bandwidth Budget)، يحبذ أن يحتوي نوع الترميز الخطي على أكبر نسبة من كمية القوة الكهربائية في أقل قيمة من مدى الطيف.

ت- سهولة فصل المدى الزمني في سلسلة من المعلومات الطويلة للرموز المتشابهة. على سبيل المثال عند وجود سلسلة من المعلومات التالية 0000000000

أو 1111111111. تبدو لدائرة المستقبل (Receiver) سلسلة المعلومات 000000 وكأنها قيمة واحدة ثابتة، وتكون عملية فصل المدى الزمني لكل رمز من هذه الرموز صعبة تحت هذه الظروف. ويفضل أن يكون نوع الترميز الخطي لا يسمح ببعث سلسلة طويلة من المعلومات المتشابهة.

ث- يفضل عدم وجود معلومات في الإشارة المرسلة عند قيمة التردد صفر (DC Component: zero frequancy component). ويعود هذا إلى أن خط البث (Transmission Line) يُحدِث ((DC Component) في الإشارة المرسلة، وعندما يحاول الـ (Receiver) التخلص (باستخدام مكثف) من هذه الظاهرة التي احدثها خط البث، يسبّب المكثف تشويها في الإشارة الواصلة في حالة إحتوائها على معلومات عند قيمة التردد صفر.

ج- قدرة الترميز الخطي الذاتية على اكتشاف وتصحيح الأخطاء في المعلومات المستقبلة (Self Error Detection and Correction). هذه الميزة توجد عندما يكون الترميز الخطي يعتمد على قاعدة عند تحويل القيم المنطقية للمعلومات إلى قيمها الحقيقية ضمن خصائص وقواعد معينة.

ح- القدرة الذاتية للحصول على الترتيب الزمني للبيانات أو المعلومات (Synchronization). ويمكن وجود هذه الميزة إذا توفرت مكونات منفصلة (Discrete Pulses) في اقتران توزيع طيف القوة الكهربائية (PSD) بفترات زمنية تساوي مقدار زمن المعلومة الواحدة المرسلة (T_s or T_b).

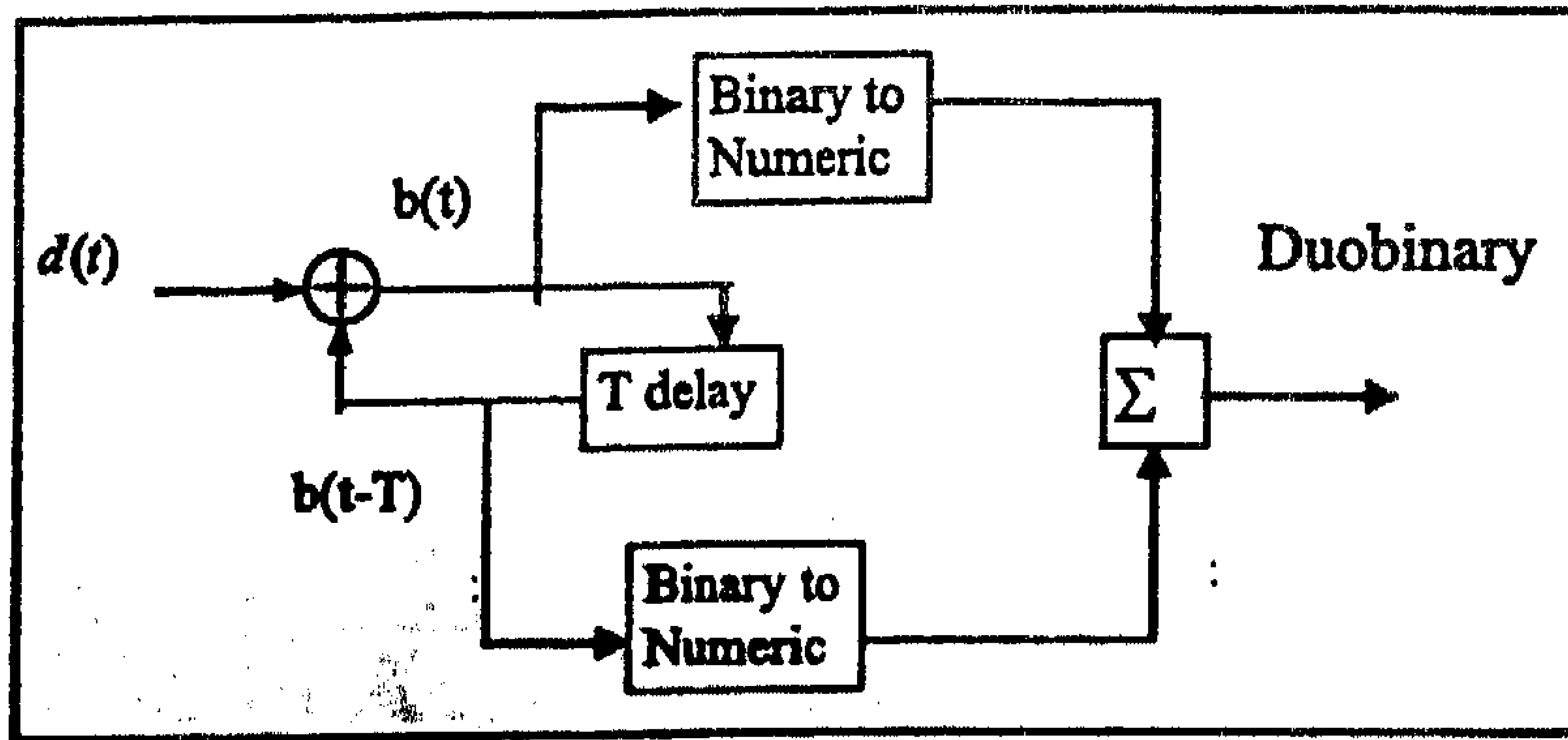
2.4 أنواع الترميز الخطي (Types of Line Coding)

أ. (on - off): في هذا النوع تمثل القيم المنطقية «0» بقيمة 0 volts والقيم المنطقية «1» بقيمة A volts.

ب. بولار (Polar Format): يمثل البيناري «0» بنبض قيمته A volt والبيناري «1» بنبض قيمته «-A volts.»

ت. دو بايناري (Duobinary): تمثل قيم البيناري «0» بنبض قيمته 0 volts، والبيناري «1» يمثل بنبض قيمته $\pm A$ volts حسب القاعده التالية:

إذا كان البيناري «1» مسبوقاً بعدد فردي من البيناري «0» فإن قيمة البيناري «1» تكون عكس إشارة النبض السابق، إما إذا كان البيناري «1» مسبوقاً بعدد زوجي من البيناري «0»، فإن قيمة النبض البيناري 1» « تكون نفس قيمة النبض السابق للبيناري «1 ». ويمكن الحصول على إشارة الدوبايناري باستخدام شكل (8).



شكل (8): Duobinary System

حيث يمثل « ⊕ » عملية جمع النظام الحسابي الثنائي (Modulo - 2 Operation) أو بما هو معروف (XOR Gate)، بينما يعمل «Binary to Numeric» على تحويل قيم المنطق إلى قيم النظام العشري كالآتي:

أ. تحويل قيم المنطق «0» بالقيمة «1+».

ب. تحويل قيم المنطق «1» بالقيمة «1-».

ويمثل الرمز «Σ" عملية جمع النظام الحسابي العشري.

مثال (7)

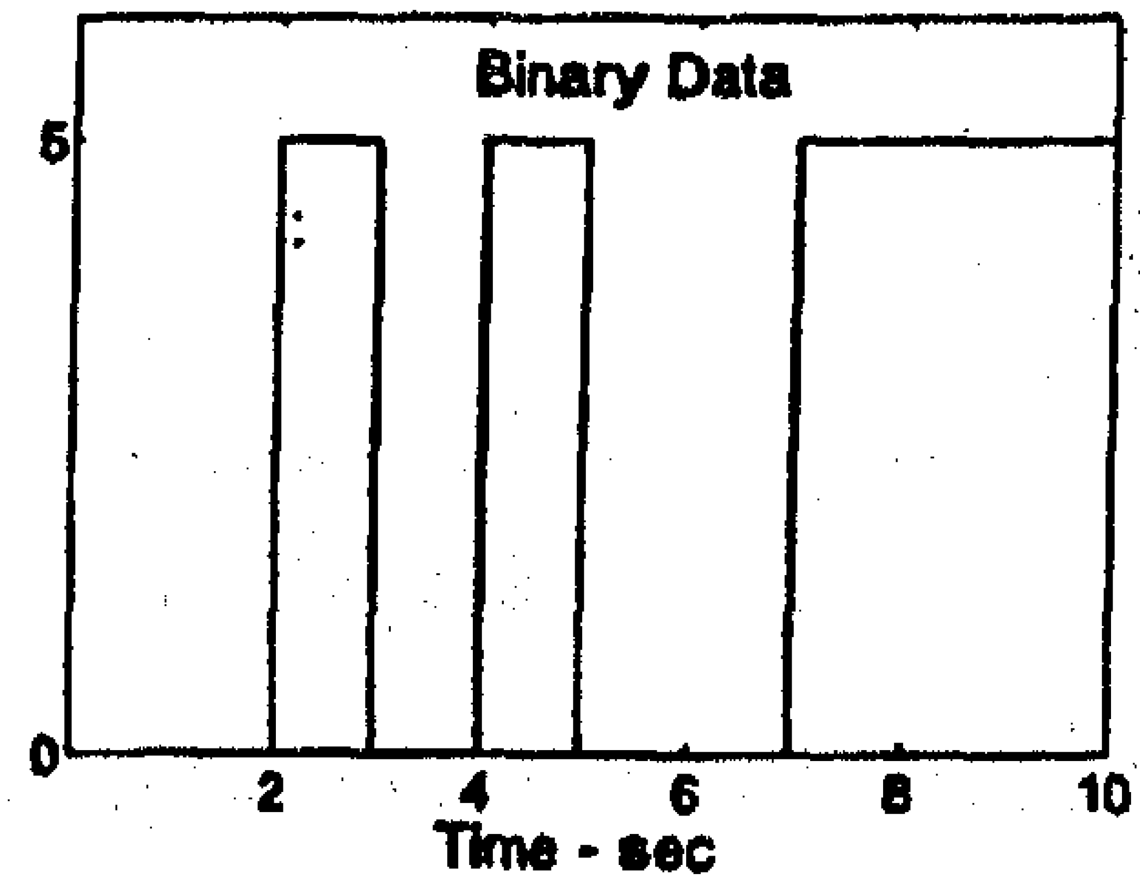
وضح بالرسم إشارة أنواع الترميز لعينة من المعلومات التالية 001010011، وسرعة المصدر 1bit /seconds.

الحل:

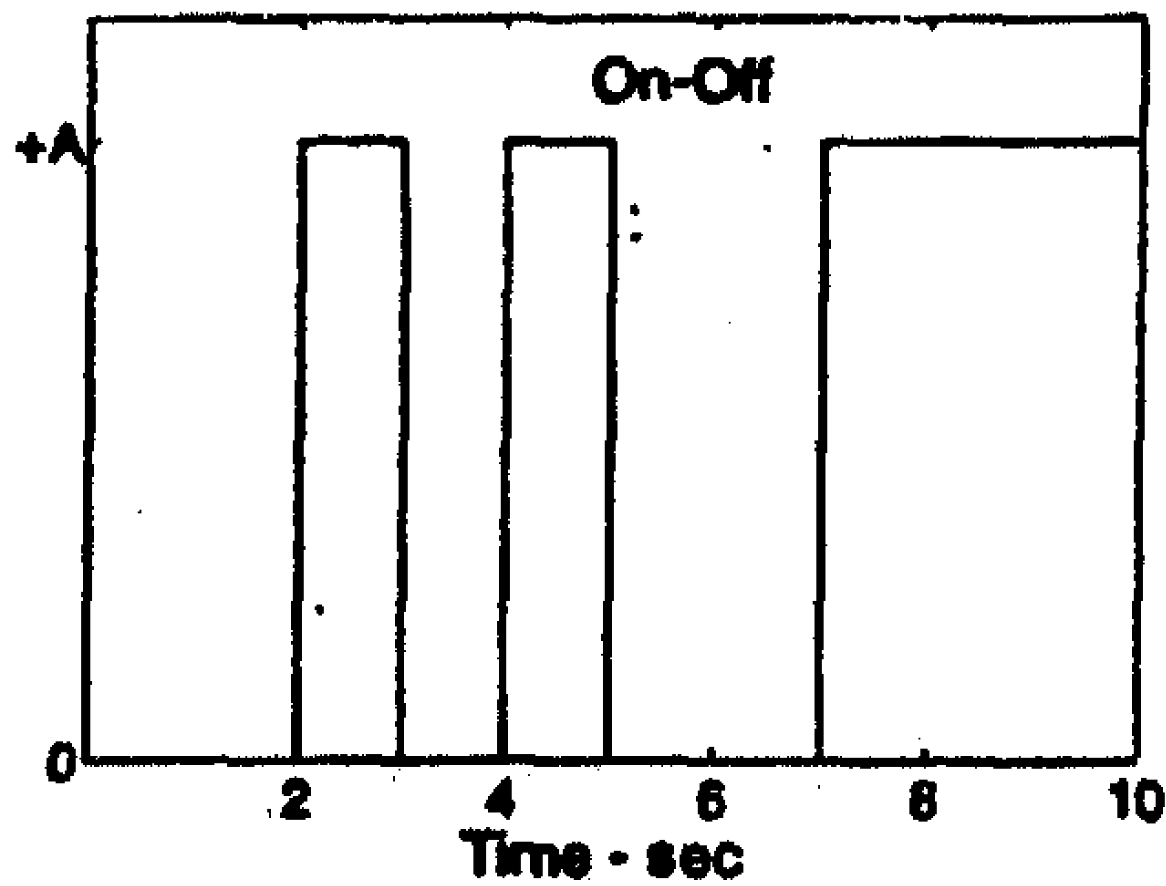
استناداً إلى جدول (2)، واستخدام شكل النبض المستطيل لتمثيل كل «Bit»، توضح الأشكال (9) - (12) إشارات الترميز الخطي المختلفة. لاحظ أن كل معلومة (Bit) تمثل فترة زمنية (T_b sec) قيمتها ثانية واحدة (one second) وتحسب من سرعة المعلومات R_b كالآتي: $T_b = 1/R_b = 1/1 = 1sec$.

جدول(2) قاعدة تحويل الترميز الخطي

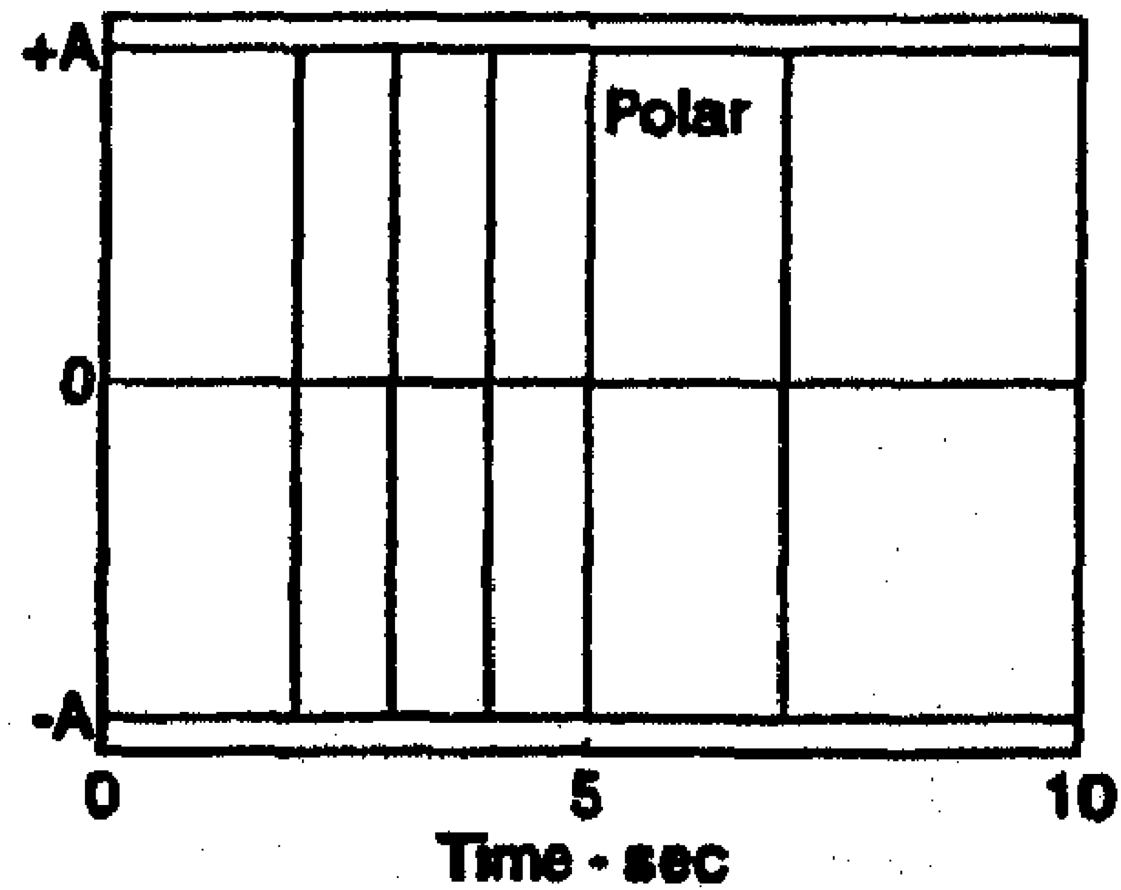
BINARY LEVELS	ON-OFF	POLAR	DUOBINARY
0	0	-A	0
1	+A	+A	±A



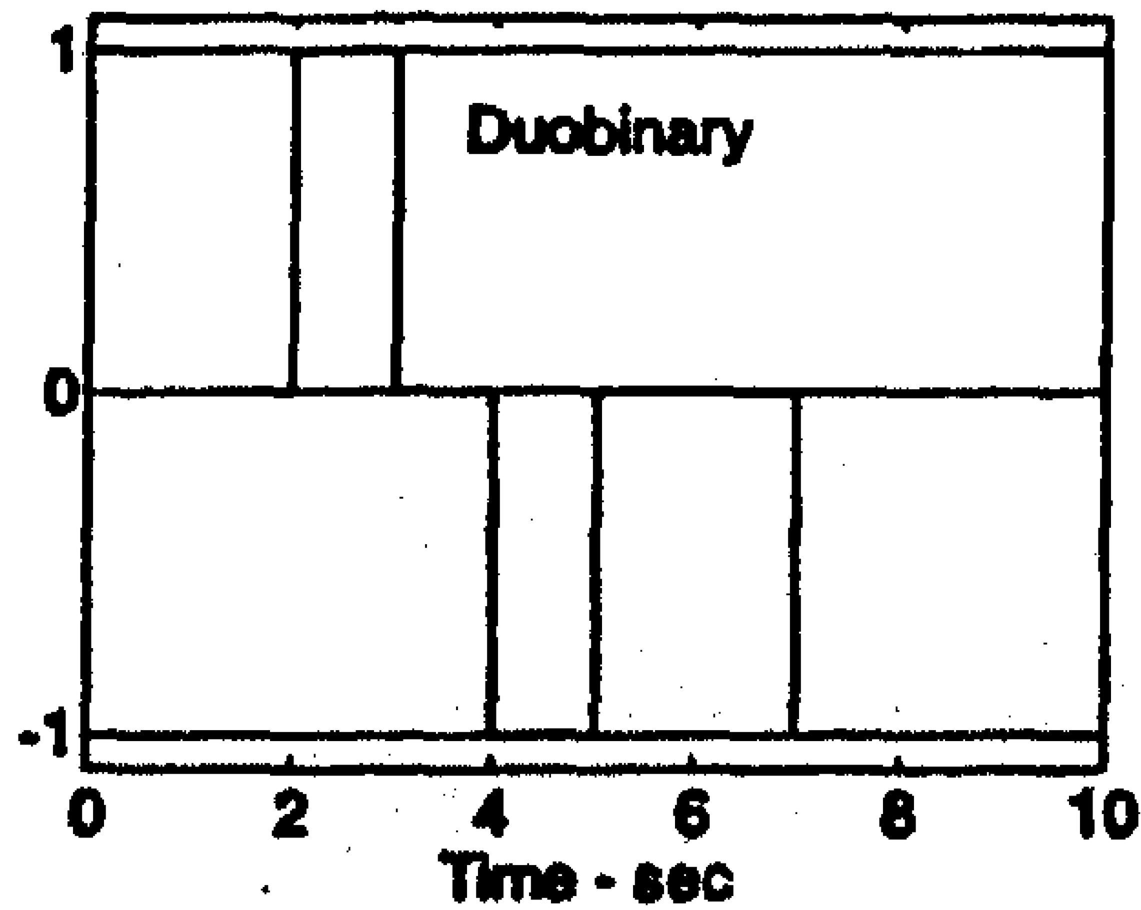
شكل (9)



شكل (10)



شكل (11)



شكل (12)

تدريب (2)

إذا أرسلت سلسلة المعلومات التالية d(t):011011111010 باستخدام ترميز (Duobinary). ما هي إشارة الدوبايناري (Duobinary Signal)، علما بأن عنصر (Delay) في شكل (8) مبدئيا يساوي واحداً (Initial Condition-1).

أسئلة التقويم الذاتي (1)

1. ما الترميز الخطي؟
2. كيف يمكن تحديد قدرة مقاومة الضوضاء الموجودة في وسط الإرسال مع طيف الاشارة؟
3. عدد أنواع الترميز الخطي.

5. نظرية أخذ العينات (Sampling Theory)

يمكن إرسال أي إشارة $g(t)$ محدودة الطيف (Bandlimited Signal) عن طريق أخذ عينات منها واسترجاعها بالكامل بدون حدوث أي تشويه عليها في المستقبل شريطة أن يكون الوقت الزمني لأخذ العينات (T_{sam}) يحقق الدالة:

$$T_{sam} \leq \frac{1}{2B} \quad \text{sec/sample} \qquad (7)$$

حيث إن B تمثل قيمة مدى طيف الإشارة $g(t)$ وتقاس بوحدة الهيرتز (Hz). وإن سرعة أخذ العينات f_{sam} تقاس بوحدة samples/sec تحسب كالآتي:

$$f_{sam} \geq \frac{1}{2B} = \frac{1}{T_{sam}} \qquad (8)$$

تلعب نظرية أخذ العينات دورا كبير في عالم الاتصالات، ومن الجدير بالذكر أن هذه النظرية لا يقتصر استخدامها فقط على هندسة الاتصالات بل تستخدم في معظم التطبيقات الهندسية. على سبيل المثال تطبيقات الحاسوب، الكترونيات القوى،...الخ.

لتوضيح مفهوم نظرية أخذ العينات، إذا كانت الإشارة التناظرية $g(t)$ ممثلة بالتوزيع الطيفي $G(w)$، فإن التوزيع الطيفي $G_s(w)$ للإشارة ذات العينات $g_s(t)$ (Sampled Signal) توجد كالآتي:

$$G_s(w) = \Im[g_s(t)] = \frac{1}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty} G(w \pm nw_s) \qquad (9)$$

حيث يمثل الاقتران $G(w)$ تحويل الفورير للإشارة $g(t)$ بينما يمثل الرمز «w» رمز التردد ووحدته rad/sec ويساوي $w = 2\pi f$.

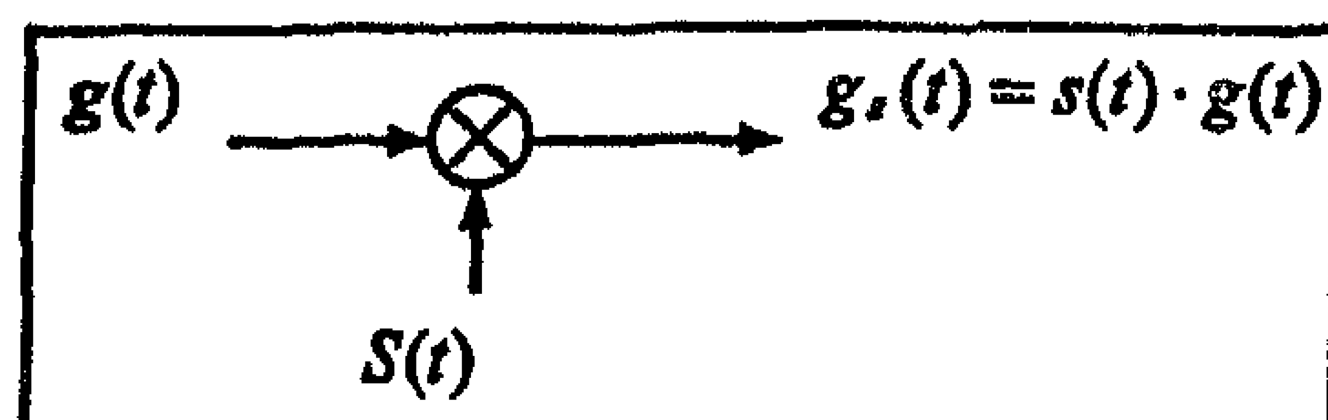
حيث إن الدالة $\Im[g_s(t)]$ تمثل عملية تحويل الفورير (Fourier Transfom) للإشارة $g_s(t)$. والرمز «n» يمثل عددًا صحيحًا موجبًا والتردد $w_s = 2\pi \cdot f_{sam}$ يسمى بتردد أخذ العينات أو سرعة أخذ العينات. لو قمنا بتحليل (9) نلاحظ أن $G_s(w)$ يمثل طيف الإشارة $g_s(t)$ وهو عبارة عن طيف الإشارة $g(t)$ مزاح على محور الطيف

بقيمة .... , $0 , \pm w_s , \pm 2w_s , \pm 3w_s$، ومضروب بقيمة ثابتة $1/T_s$.

يمكن تطبيق عملية أخذ العينات باستخدام مفتاح الكتروني (Electronic Switch) يعمل على معدل زمني مطابق لقيمة الوقت المستخدم لأخذ العينات T_{sam}، حيث يمكن تمثيل هذا المفتاح عن طريق الإشارة.

$$S(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT_{sam}) \qquad (10)$$

ليصبح النظام المستخدم لأخذ العينات كما هو موضح في الشكل (13)



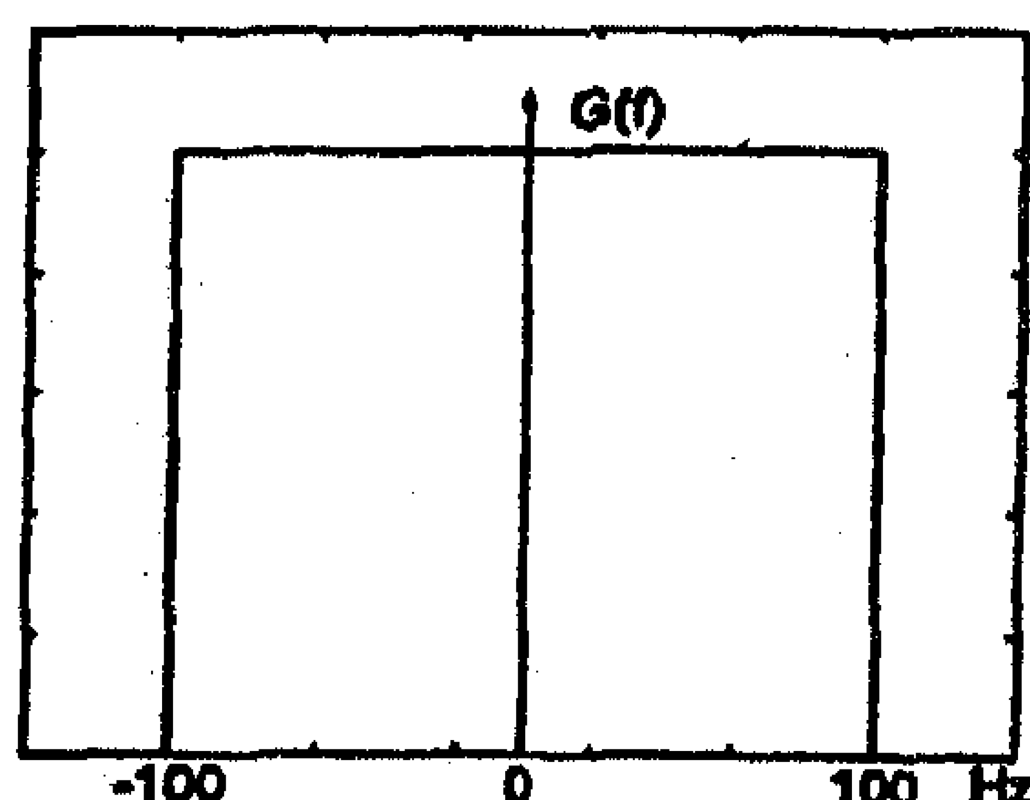
شكل (13) هيكل نظام أخذ العينات

حيث إن الإشارة $g_s(t)$ تمثل حاصل ضرب الاشارة $S(t)$ والإشارة $g(t)$ ممثلة كالتالي:

$$g_s(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}g(t)\cdot\delta(t-nT_{sam}) \qquad (11)$$

مثال (8)

وضح بالرسم الإشارة $G_s(w)$ إذا كانت الإشارة $g(t)$ تحتوي على الطيف $G(w)$ المبين أدناه بشكل (14).



شكل (14) طيف الإشارة g(t)

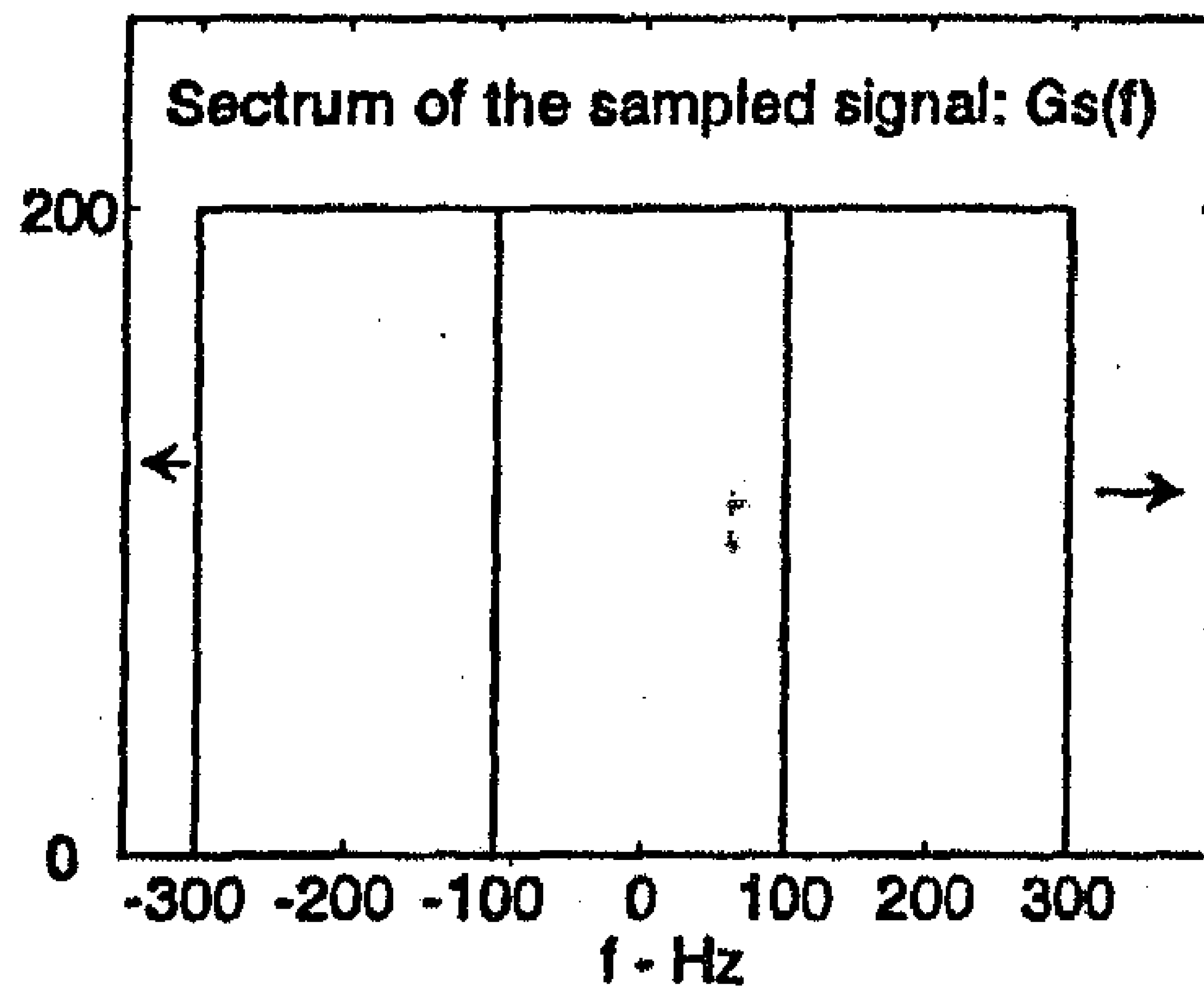
الحل:

استناداً إلى (8) يجب أن تكون قيمة سرعة أخذ العينات تحقق العلاقة $f_{sam} \geq 2B$ حيث إن قيمة مدى الطيف لهذه الإشارة $B = 100\,Hz$. لدراسة تأثير (8) على طيف الإشارة $g_s(t)$ الممثل بالإشارة $G_s(w)$ سيتم اعتبار ثلاث قيم مختلفة حيث ان $w = 2\cdot\pi\cdot B = 200\,\pi$ rad/sec

الحالة الأولى: $f_{sam} = 2B = 2\cdot 100 = 200$ samples/sec

تمثل هذه القيمة الحد الأدنى للتطبيق الصحيح لنظرية أخذ العينات. بالرجوع إلى قاعدة رقم (9)، التوزيع الطيفي للإشارة $g_s(t)$ هو عبارة عن التوزيع الطيفي للإشارة الأصلية $G(w)$ مزاحة إلى اليمين والشمال بقيمة $n\cdot 200$ Hz ومضروبة بالقيمة $200 = \frac{1}{T_s}$، حيث يأخذ العدد n القيم التالية: $n = 0, \pm1, \pm2, \ldots\ldots\ldots$.

لاحظ في هذه الحالة عندما تكون قيمة سرعة أخذ العينات f_{sam} تمثل الحد الادنى $f_{sam} = 200$، فإن الإشارة $G_s(w)$ هي عبارة عن الإشارة $G(w)$ معادة على المحور الطيفي بدون وجود أي فراغات بين هذه الأجزاء المعادة وتسمى هذه الحالة بحالة النايكوست (Nyquist Rate). شكل (15) يوضح شكل التوزيع الطيفي لهذه الحالة.

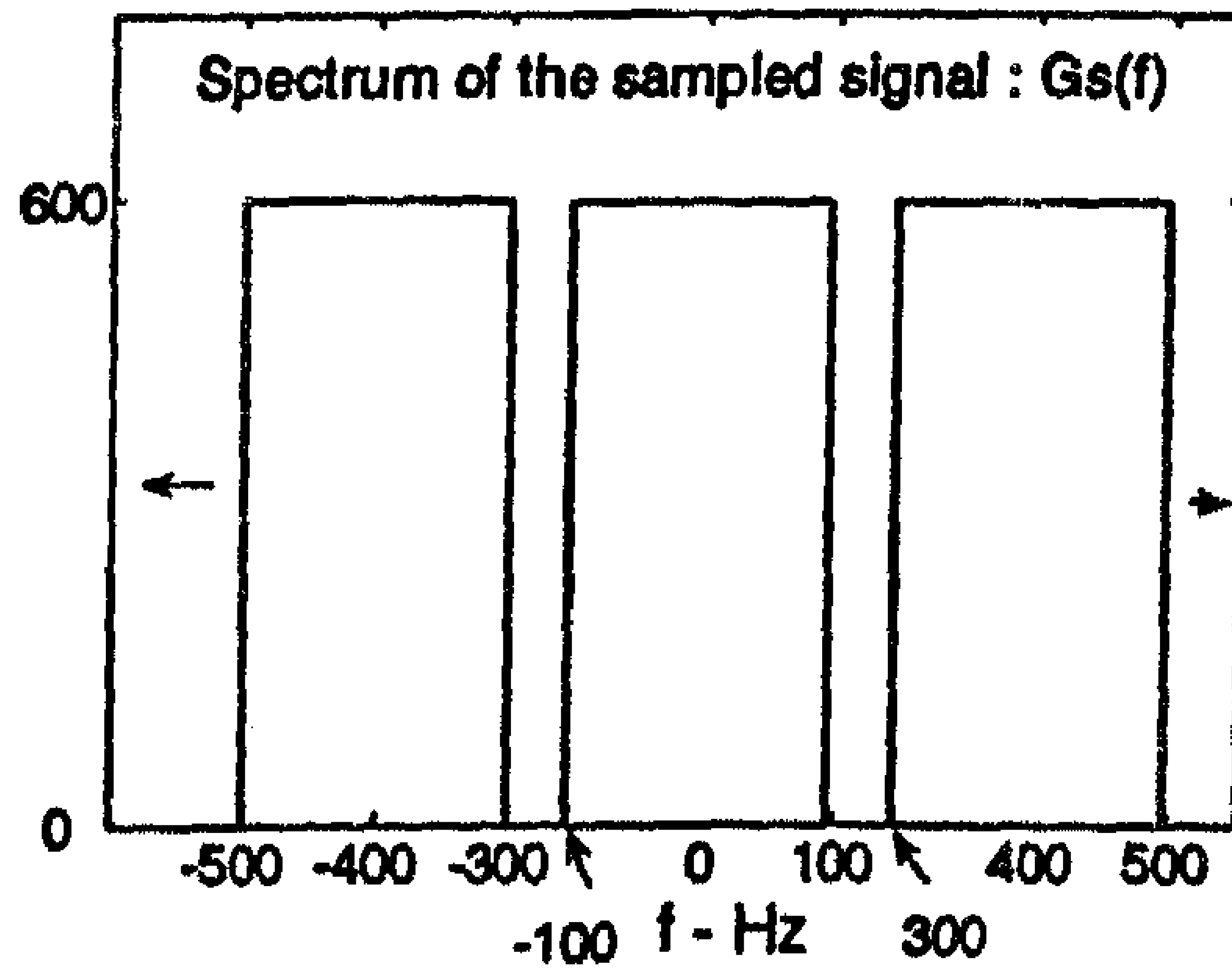


شكل (15) طيف إشارة $g_s(t)$ في حالة $f_{sam} = 2B$

الحالة الثانية: $f_{sam} > 2B = 2[2 \cdot 100] = 400$ samples/sec

في هذه الحالة القيمة المستخدمة لسرعة أخذ العينات f_{sam} تمثل ثلاثة أضعاف الحد الأدنى المطلوب في قاعدة رقم (8). الإشارة $G_s(w)$ هي عبارة عن طيف الاشارة $g(t)$ مزاحة إلى اليمين والشمال بمقدار 400Hz. ويمثل الاقتران $Gs(w)$ طيف الإشارة $g(t)$ بإزاحة مقدارها $(n \cdot 400)H$ إلى اليمين واليسار من نقطة تمركز الإشارة $G(w)$ الممتدة على محور الطيف بقيمة مقدارها 200 Hz. وطيف هذه الإشارة موضح في شكل (16). عند التمعن في الإشارة $G_s(w)$، نلاحظ وجود فراغات على محور الطيف بين كل طيف للإشارة $g(t)$ مما يسهل من عملية فصل الطيف الأصلي $G(w)$ عن بقية مكونات هذا الطيف.

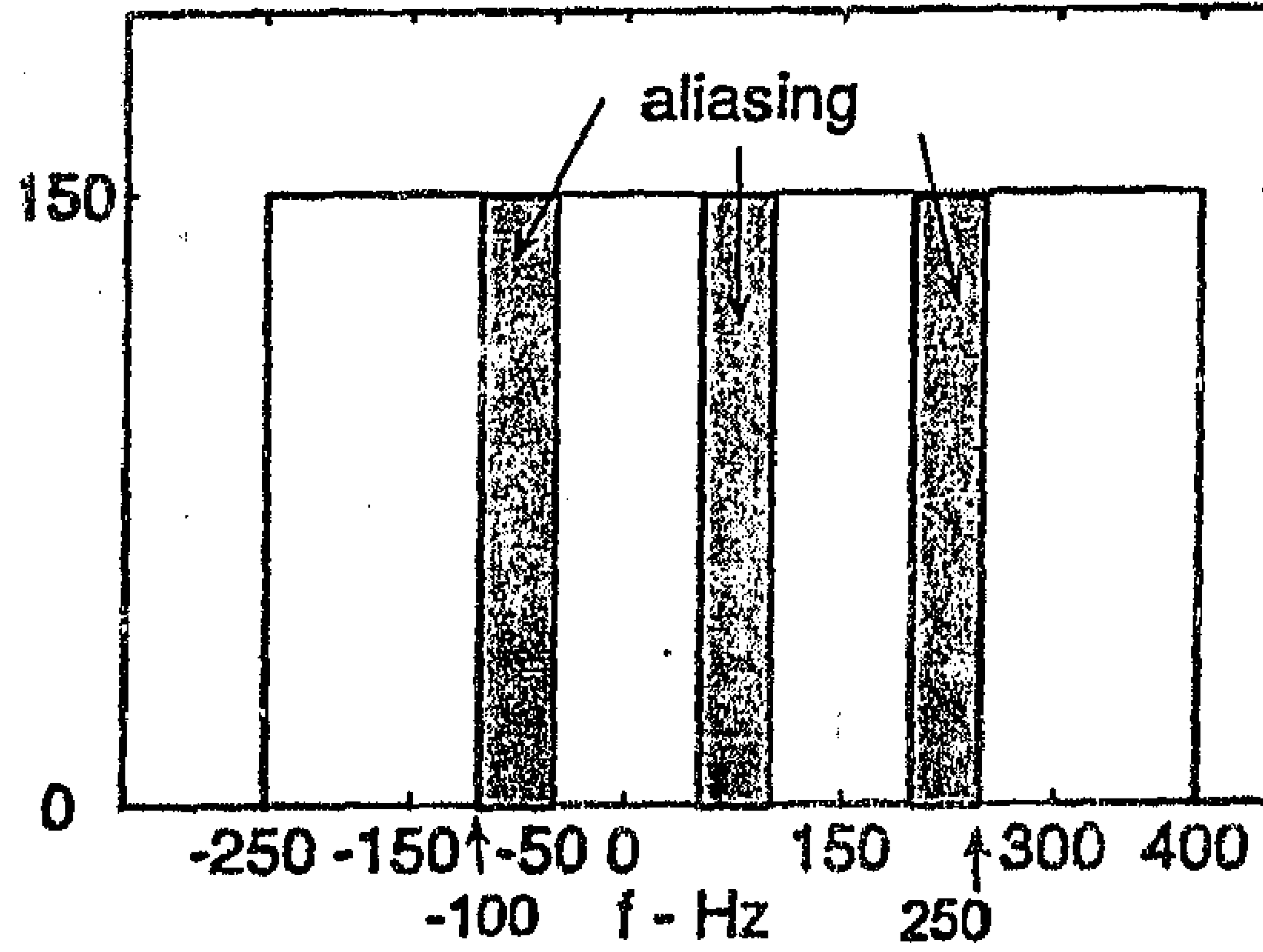
في حالة استخدام قيمة الوقت الزمني لأخذ العينات أكبر من قيمة الحد الأدنى المطلوبة، تسمى هذه الحالة بحالة (Over Sampling).



شكل (16) طيف الإشارة $g_s(t)$ لحالة $f_{sam} > 2B = 600$

الحالة الثالثة: $f_{sam} < 2B = 1.5 \cdot 100 = 150$ samples/sec

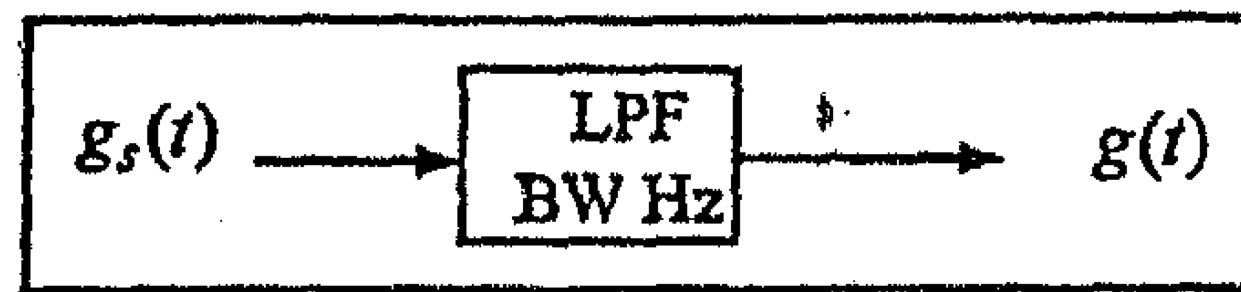
تمثل الإشارة $Gs(w)$ طيف الإشارة الأصلية $G(w)$ مزاحة بمقدار $(n \cdot 150)Hz$ على يمين ويسار $G(w)$ كما هو مبين في الشكل (17).



شكل (17) طيف الإشارة $g_s(t)$ لحالة $f_{sam} < 2B = 600$

نلاحظ هنا أن الاشارة $G_s(w)$ يوجد فيها قيم متداخلة بين الأجزاء التي تمثل مجموع الطيف لهذه الإشارة ويدل هذا التداخل على أنه لا يمكن فصل الإشارة الأصلية G(w) عن بقية أجزاء الطيف بدون حصول أي تغيير عليها. وتسمى هذه الحالة عندما يكون $f_{sam} < 2B$ بحالة (Under Sampling) ويسمى هذا النوع من التداخل (Aliasing). ويسمى الخطأ المسبب لهذه الحالة بـ (Aliasing Error).

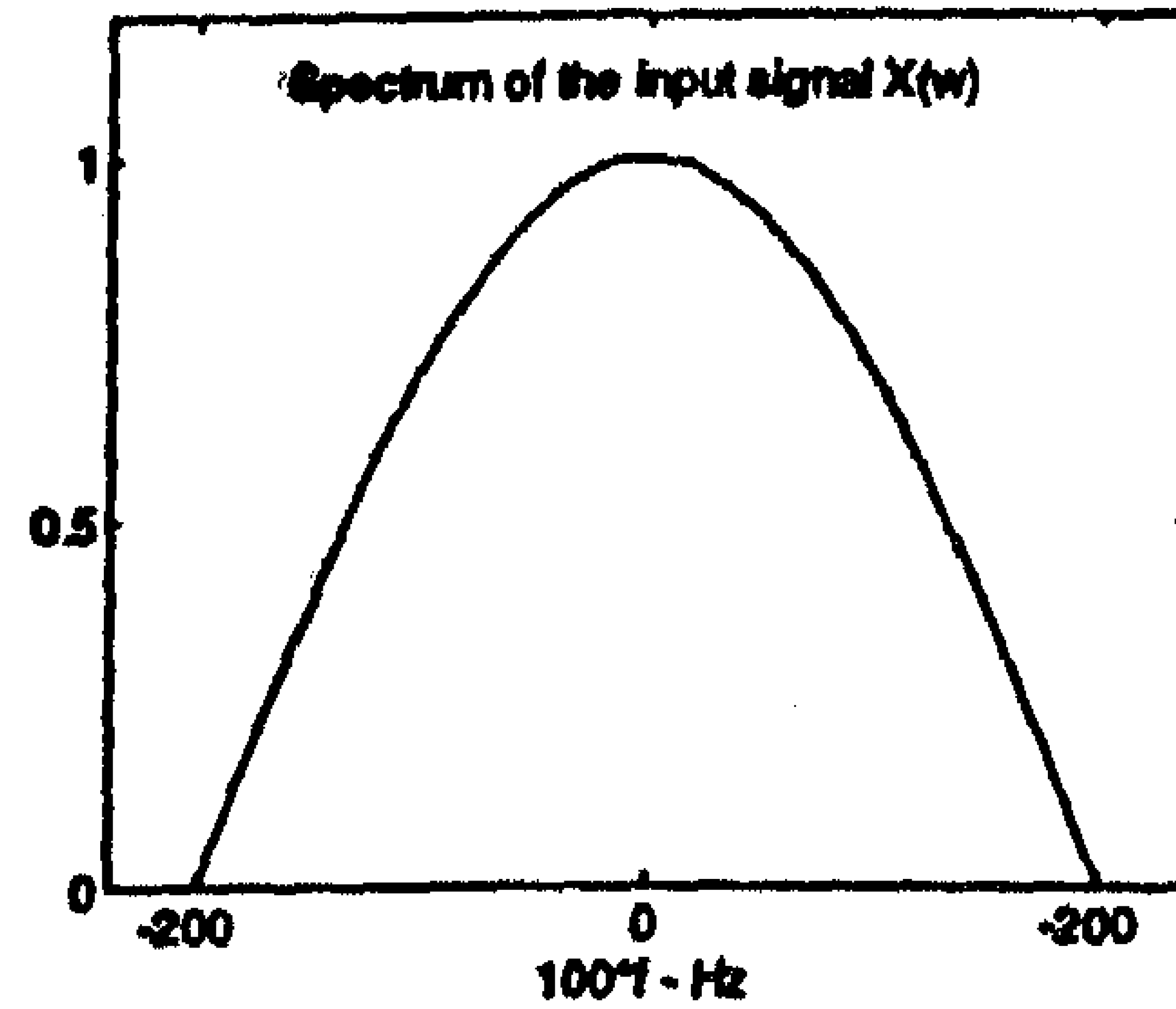
في الحالة الأولى والثانية يمكن استرجاع الإشارة الأصلية $g(t)$ عن طريق طيفها G(w) باستخدام مرشح قليل التذبذب (Low Pass Filter) بقيمة امتداد طيف يساوي قيمة امتداد طيف الإشارة $g(t)$ كما هو موضح في الشكل (18).



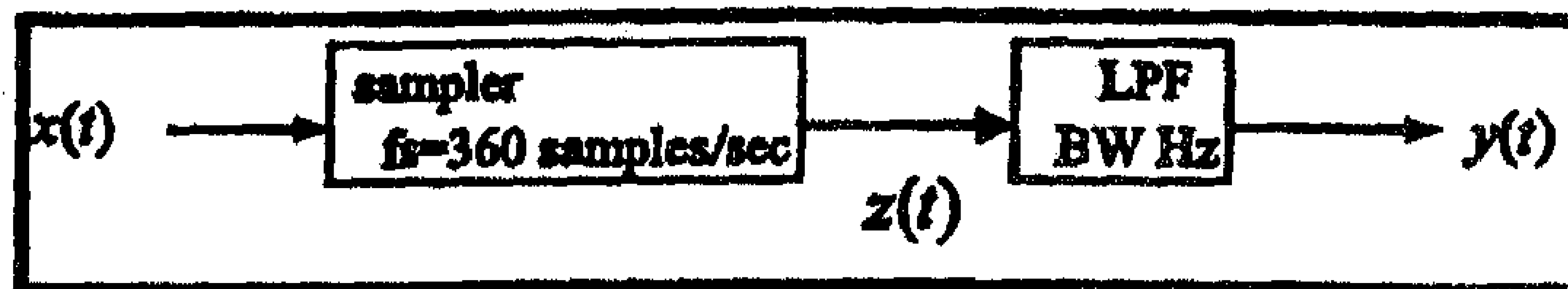
شكل (18)

تدريب (3)

إذا كانت الإشارة الممثلة في شكل (19) هي (Input) للنظام المبين في شكل (20). ارسم طيف الإشارة z(t)، وهل يمكن استرجاع الإشارة x(t) من الإشارة z(t) باستخدام النظام الموجود بشكل (18)، حيث إن قيمة امتداد الطيف (BW) للمرشح $BW = 200\,Hz$.



شكل (19) طيف إشارة x(t)



شكل (20)

6. التحويل من النظام التناظري إلى النظام الرقمي

(Analog to Digital Conversion: A/D)

عملية أخذ العينات وحدها لا تكفي بتحديد مدى الإشارة المبعوثة مع العلم أن هذه الإشارة أصبحت ممثلة بعدد معين من العينات (Samples) ولكن يمكن تحديد مدى هذه العينات باستخدام عملية التقريب (Quantization)، حيث تستبدل قيمة كل عينة من العينات التي تحتوي عليها الإشارة بقيمة جديدة تسمى حد التقريب أو بالقيمة التقريبية (Quantized Level). ويمكن وصف هذه العملية كالآتي:

بعد أخذ العينات من الإشارة الأصلية، يقسم مدى هذه الإشارة إلى عدد معين من القيم التقريبية تسمى بقيمة مدى التقريب (Quantization Level:L). ومن ثم يقسم مدى التقريب إلى عدد من الفترات التقريبية تسمى كل واحدة منها بالقيمة التقريبية (Quantized Level:l)، حيث إن قيمة كل من الفترات التقريبية(Quantized Interval: Δl)، تساوي قيمة مدى الإشارة المطلق (k) مقسوما على مدى التقريب:

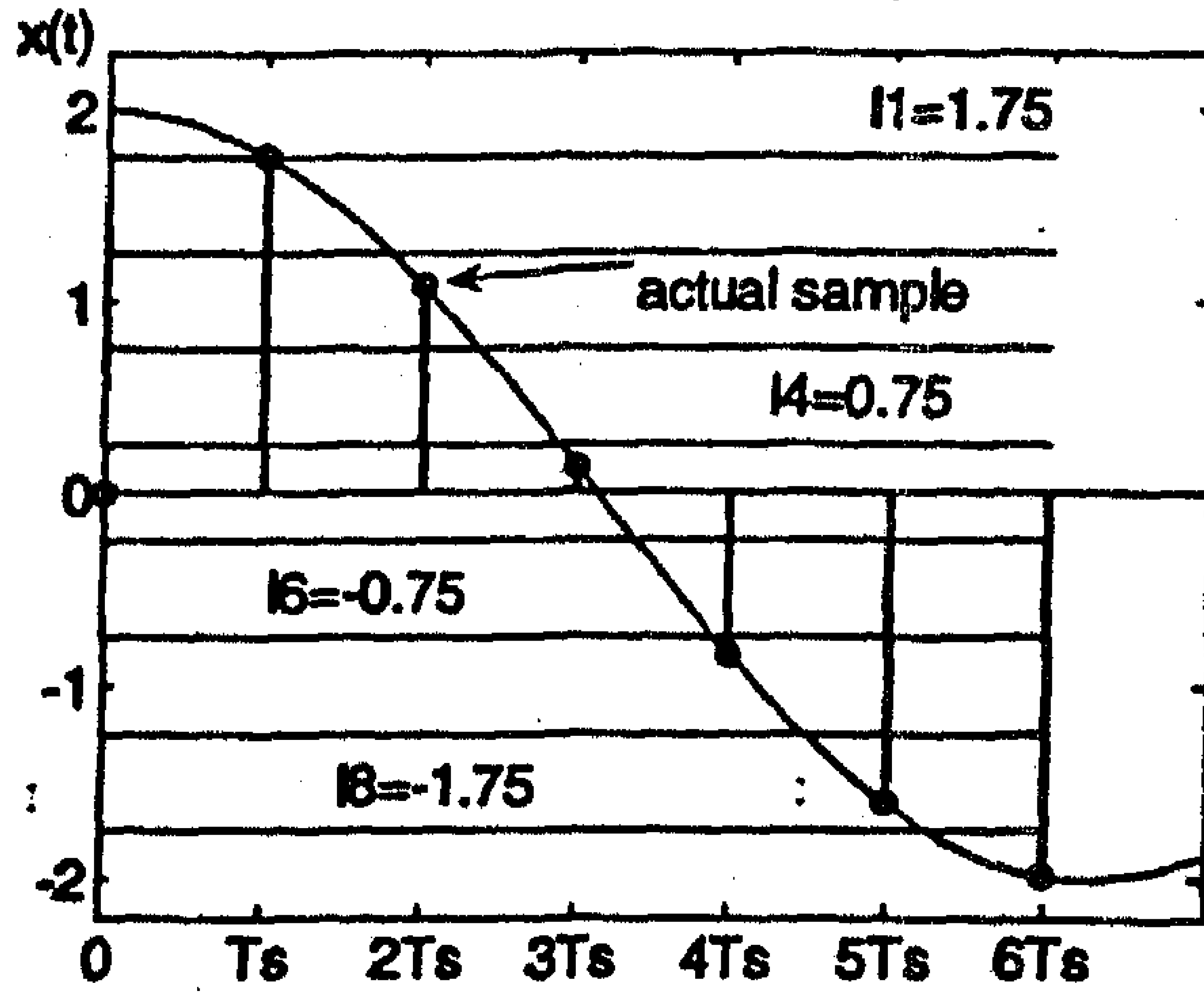
$$\Delta l = \frac{K}{L} \qquad (12)$$

وبعد ذلك تستبدل قيمة مدى العينة في القيمة الوسطية لأقرب فترة تقريبية. ومن ثم تؤخذ هذه القيم وتحول إلى عدد من النبضات الثنائية المدى (Binary Levels) ويحسب مدى التقريب دائماً بالنسبة للقاعدة «2» كالآتي:

$$L = 2^n \qquad (13)$$

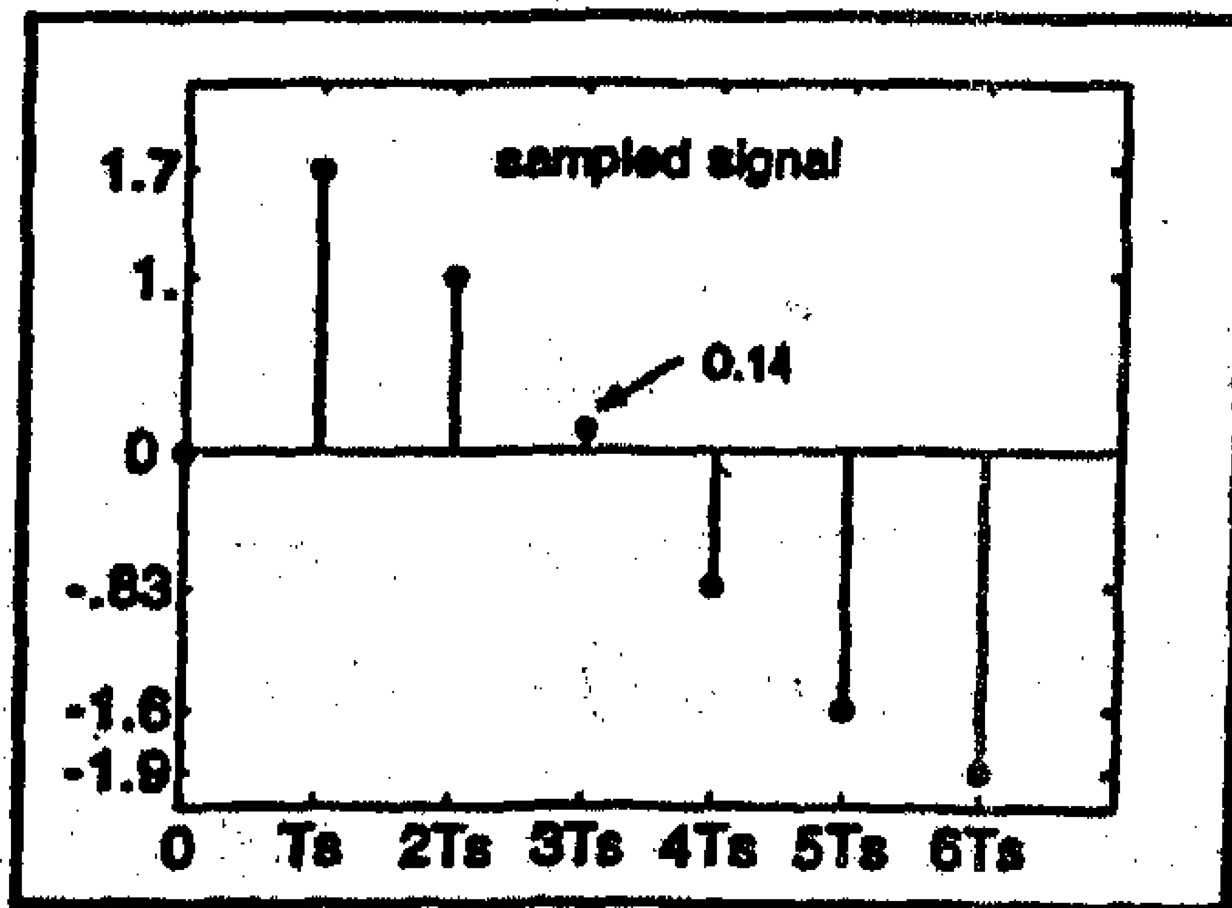
إن الرمز "n" يرمز إلى عدد النبضات ثنائية المدى (Binary Pules) لكل قيمة تقريبية إذ يسمى كل رمز منها بكلمة الرمز.(Code Word) وتعطى كل واحدة من رموز الكلمة رقما يسمى برقم الرمز (Code Number) والإشارة الناتجة عن مجموعة (Code Word) تسمى بإشارة رمز التعديل النبضي (Pulse Coded Modulation: PCM). عندما تكون فترات التقريب متساوية المدى تسمى عملية

التقريب بالتقريب المتماثل (Uniform Quantization)، أما عندما تكون فترات التقريب غير متساوية فتسمى عملية التقريب بالتقريب غير المتماثل(Nonunifrom Quantization). شكل (21) يوضح عملية التقريب المتماثل (Quantization) لإشارة تشابهية يمتد مداها من 2- ولغاية 2+، وقيمة مدى التقريب (L=8)، والفترة التقريبية l=0.5، والرمز T_s يمثل القيمة الزمنية لأخذ العينات.

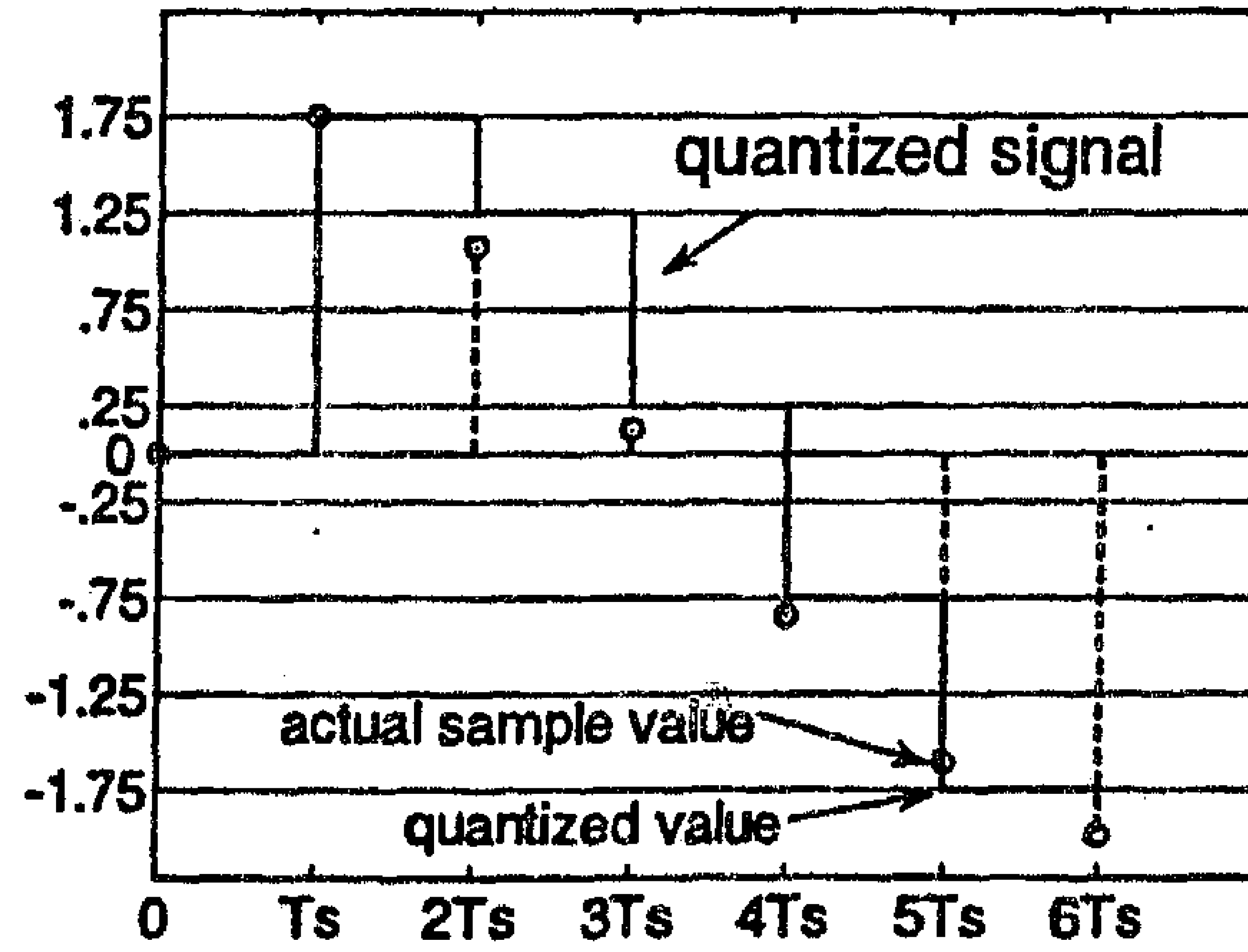


شكل (21) توضيح عملية التقريب (Quantization).

شكل (22) يوضح الإشارة بعد عملية أخذ العينات (Sampled Signal). شكل (23) يوضح طبيعة إشارة التقريب (Quantized Signal) وجدول (3) يعطي مُلخّصا عن ترميز الـQuantized PAM Signal.



شكل (22) الاشارات بعد عملية أخذ العينات Sampled Signal



شكل (23) الإشارة الناتجة بعد عملية التقريب

جدول (3) ملخص عملية التقريب

Quantization Level L=8		
Quantized level	Code number	Code word
1.75	0	000
1.25	1	001
0.75	2	010
0.25	3	011
−0.25	4	100
−0.75	5	101
−1.25	6	110
−1.75	7	111

من شكل (20)، الإشارة الأصلية $x(t)$ يمتد مداها $(-2v \text{ to } +2v)$، ومدى التقريب قسم إلى 8 فترات أي أن (13)

$$L=8=2^n \Rightarrow n=3 \text{ bits/qunatized sample}$$

مما يعني أن كل (Code Number) يحتوي على $n = 3$ bits. وبناء على ذلك وباستخدام جدول (3)، تصبح إشارة الـ PCM في هذه الحالة عبارة عن سلسلة من ارقام البيناري (Base-2 System) واحد وصفر(Binary Sequance of 0's and 1's):

$$S_{PCM} = 000010011101111$$

في عملية التقريب يحدث خطأ يسمى بالخطأ التقريبي (Quantized Error: q_e) كما هو مبين في شكل (23)، ولا يتجاوز قيمة هذا الخطأ $q_e = \frac{\Delta\ell}{2}$. ويمكن تقليل حجم هذا الخطأ عن طريق زيادة مدى التقريب (Increase Quantization Level). تعتمد قيمة مدى التقريب المستخدم في عملية التقريب على طبيعة الإشارة المراد تقريبها ومدى الدقة المطلوبة في هذه العملية. لاحظ في حالة الإشارات سريعة تغير المدى تحتاج إلى مدى تقريبي أكبر من المدى التقريبي المطلوب للإشارات بطيئة تغير المدى، ويعود ذلك إلى أنه في حالة الإشارات سريعة تغير المدى، يكون تنوع عدد القيم لهذه الإشارة في كل فترة تقريبية أكثر مقارنة بالإشارة بطيئة تغير المدى مما يسبب زيادة خطأ عملية التقريب للإشارة سريعة التغير مقارنة بالإشارة بطيئة التغير. لذلك من الواضح في هذه الحالة أن زيادة مدى التقريب سيقلص من قيمة الخطأ الناتج من عملية التقريب بالنسبة للإشارة سريعة تغير المدى. وأيضا طبيعة الإشارة نفسها تلعب دورا كبيرا في تحديد اختيار قيمة المدى.

على سبيل المثال المدى التقريبي لإشارة الصوت يمكن اختياره $L=8$، ولكن في حالة إشارة التلفاز يمكن أن يختار مدى التقريب $L=256$ كحد أدنى. في حالة التطبيقات الطبية، من الواضح جدا أن الإشارات الطبية تحتاج إلى مدى تقريبي عالٍ لحساسية هذه الإشارات ودقة المعلومات التي تحتويها ولا تحتمل مثل هذه التطبيقات خطأ عاليا نسبيا مقارنة بالتطبيقات الأخرى.

عند استخدام عملية (A /D)، تزداد قيمة مدى الطيف المطلوب لإرسال هذه الإشارة بالنسبة لمدى الطيف المطلوب لإرسال نفس الإشارة بدون عملية (A /D). ويمكن حساب قيمة مدى الطيف المطلوب لإرسال إشارة (A /D) in Hz $(BW)_{A/D}$ كالآتي:

$$(BW)_{A/D} = n \cdot f_{sam} \qquad (14)$$

حيث إن f_{sam} تمثل سرعة أخذ العينات المستخدمة بوحدة (Samples /Sec)، والعدد "n" يمثل عدد البت الموجودة في كل كلمة رمز (Number of Bits / Quantized Sample).

مثال (9)

احسب قيمة الطيف اللازم لإرسال الإشارة $S(t)$ للنظام الموضح في شكل (24) حيث إن الإشارة $X(t)$ تمثل إشارة تناظرية بقيمة مدى طيف $B = 1000\,\text{Hz}$، وسرعة العينات مأخوذة باستخدام (Nyquist Rate)، ومدى التقريب $L = 16$.



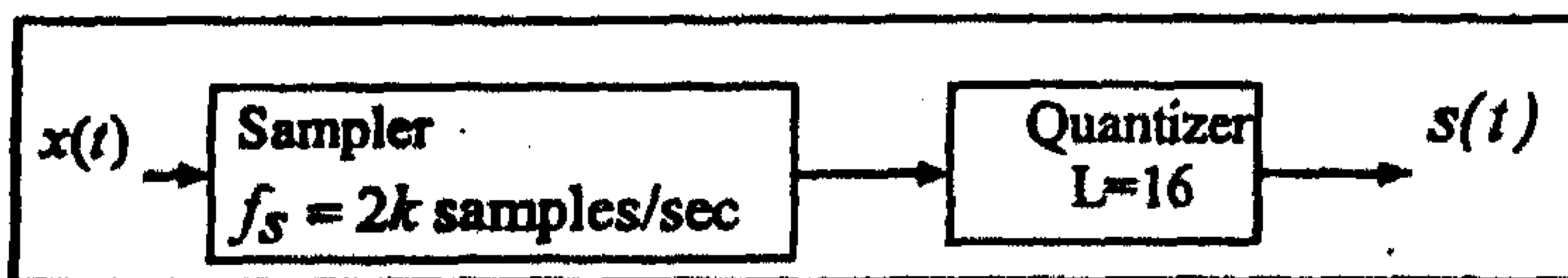
شكل (24)

الحل:

نظام (A /D) هو عبارة عن:

1. أخذ العينات الذي يتم باستخدام نظرية أخذ العينات باستخدام جهاز يسمى (Sampler).
2. عملية التقريب: ويتم تنفيذها باستخدام جهاز التقريب (Qunatizer).

ويمكن إعادة رسم شكل (24) كما هو موضح في الشكل (25)



شكل (25) الهيكل العام لنظام (A /D)

عملية أخذ العينات تستخدم (Nyquist Rate) مما يعني أن سرعة أخذ العينات

$f_s = 2 \cdot B$، أي أن

$$f_S = 2 \cdot B = 2k \text{ samples/sec}$$

وعملية التقريب تستخدم $L = 16$،

$$L = 16 = 2^n \Rightarrow 4 \text{ bits/sample}$$

مما يعني أن كل عينة ممثلة بـ 4 بتات (4 Bits) وسرعة أخذ العينات هي عبارة عن $f_{sam} = 2000$. معدل سرعة أخذ العينات مضروباً بعدد الـ Bits لكل عينة يعطي معدل إرسال المعلومات R_b

$$R_b = [n \text{ bits/semple}] \cdot [f_{sam} \text{ samples/sec}] = n \cdot f_{sam} \quad bits/sec$$
$$= n \cdot f_{sam} = 4 \cdot 2000 = 8000 \text{ bits/sec}$$

أي أن سرعة (A /D) هي عبارة عن 8000 bits/sec ، والمعلومات الناتجة ترسل على مبدأ (Baseband) فإن مدى قيمة الطيف في هذه الحالة لإرسال إشارة $S(t)$ يساوي معدل إرسال المعلومات مقاساً بسرعة (A /D)، أي أن الطيف اللازم لإشارة $s(t)$، يساوي

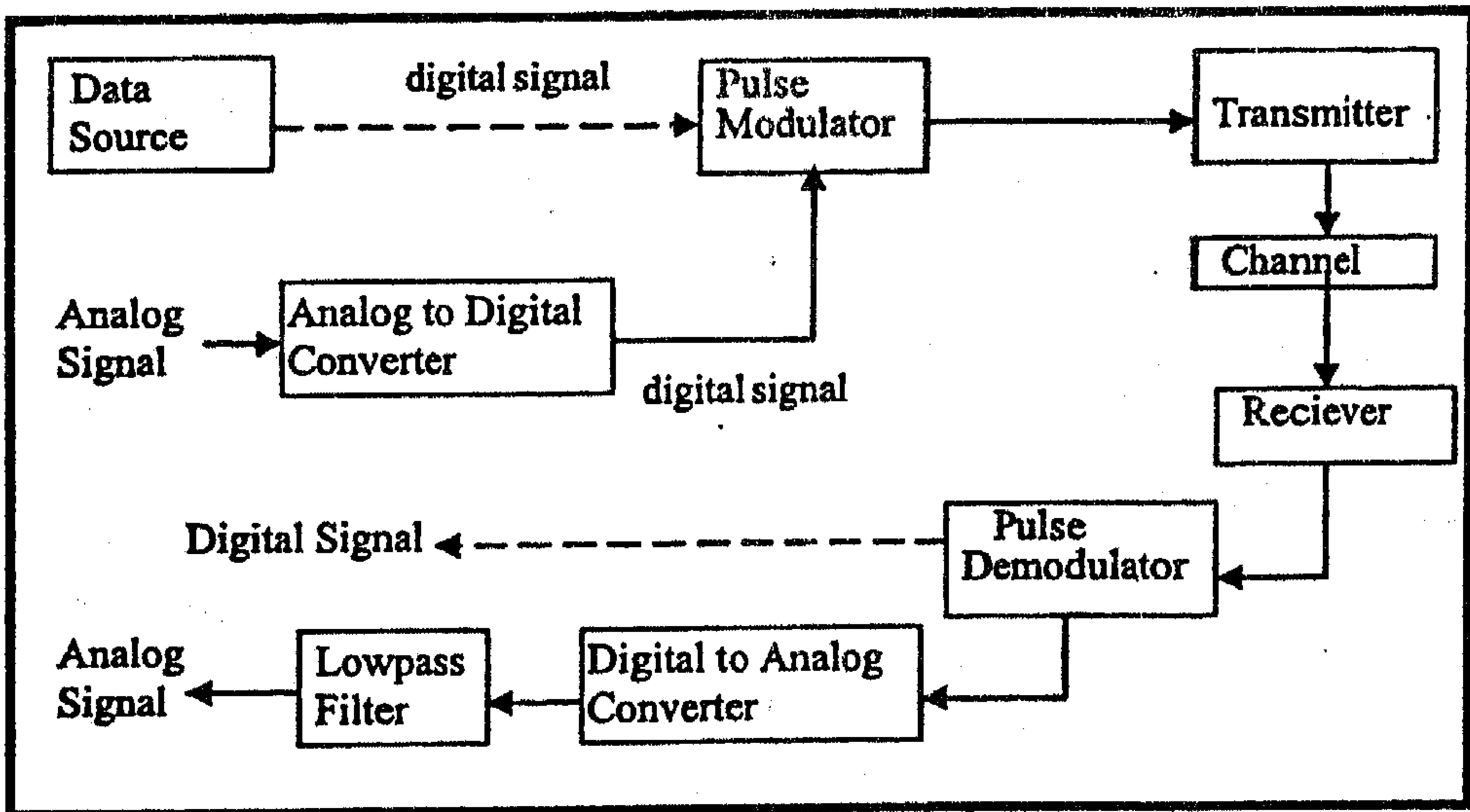
$$BW = R_b = 8000 \text{ Hz}$$

أسئلة التقويم الذاتي (3)

كيف يمكن تقليل قيمة الخطأ التقريبي الذي يحدث في عملية التقريب؟

7 . التعديل قليل التردد (Baseband Modulation)

شكل (26) يوضح المظهر العام لنظام اتصالات رقمي يستخدم فيه التعديل قليل التردد. يمكن تطبيق عملية (Baseband Modulation) باستخدام تعديل النبض (Pulse Modulation) وعملية تعديل النبض الرمزي (Pulse Coded Modualtion) وعملية الإرسال متعدد الإشارات (Multiplexing).



شكل (26) الشكل العام لنظام التعديل الرمزي قليل التردد

1.7 التعديل النبضي (Pulse Modulation)

يعتمد مبدأ عمل هذا النوع على إحداث نوع من التغير على النبضات المرسلة عن طريق المدى أو الامتداد الزمني أو الموقع الزمني لهذه النبضات (Pulses).

أ - تغيير مدى النبض أو التعديل باستخدام مدى النبض (Pulse Amplitude Modulation PAM)

ب - يتم في هذه العملية إرسال المعلومات عن طريق تغيير مدى النبضات المرسلة

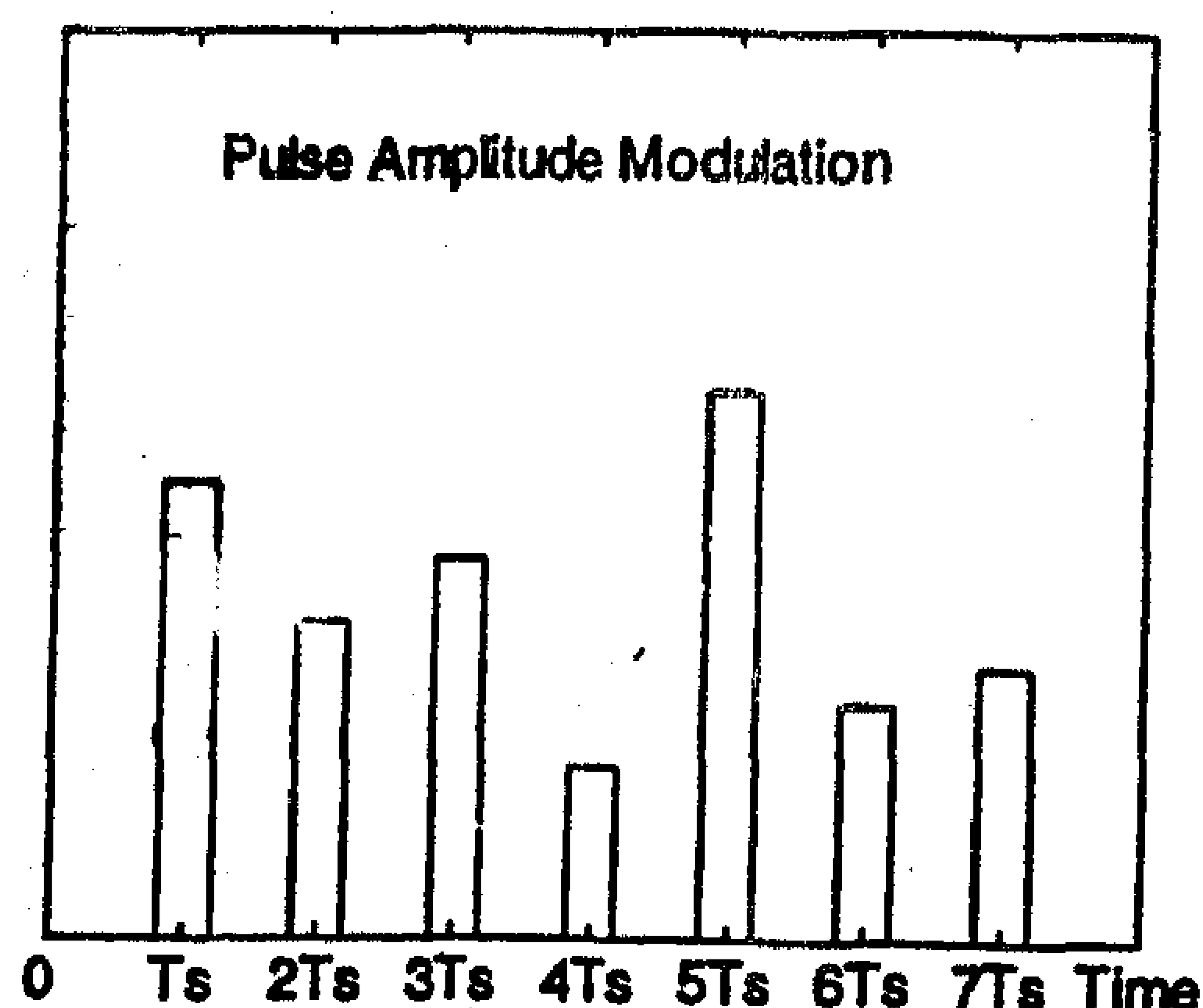
(Amplitude Variations) حيث ترسل هذه النبضات بمعدل زمني منتظم (Symbol Rate) وبامتداد زمني متساو (Symbol Time) لكل نبض كما هو موضح في شكل (27).

ج - تغيير المدى الزمني للنبض (Pulse Width Modulation: PWM)

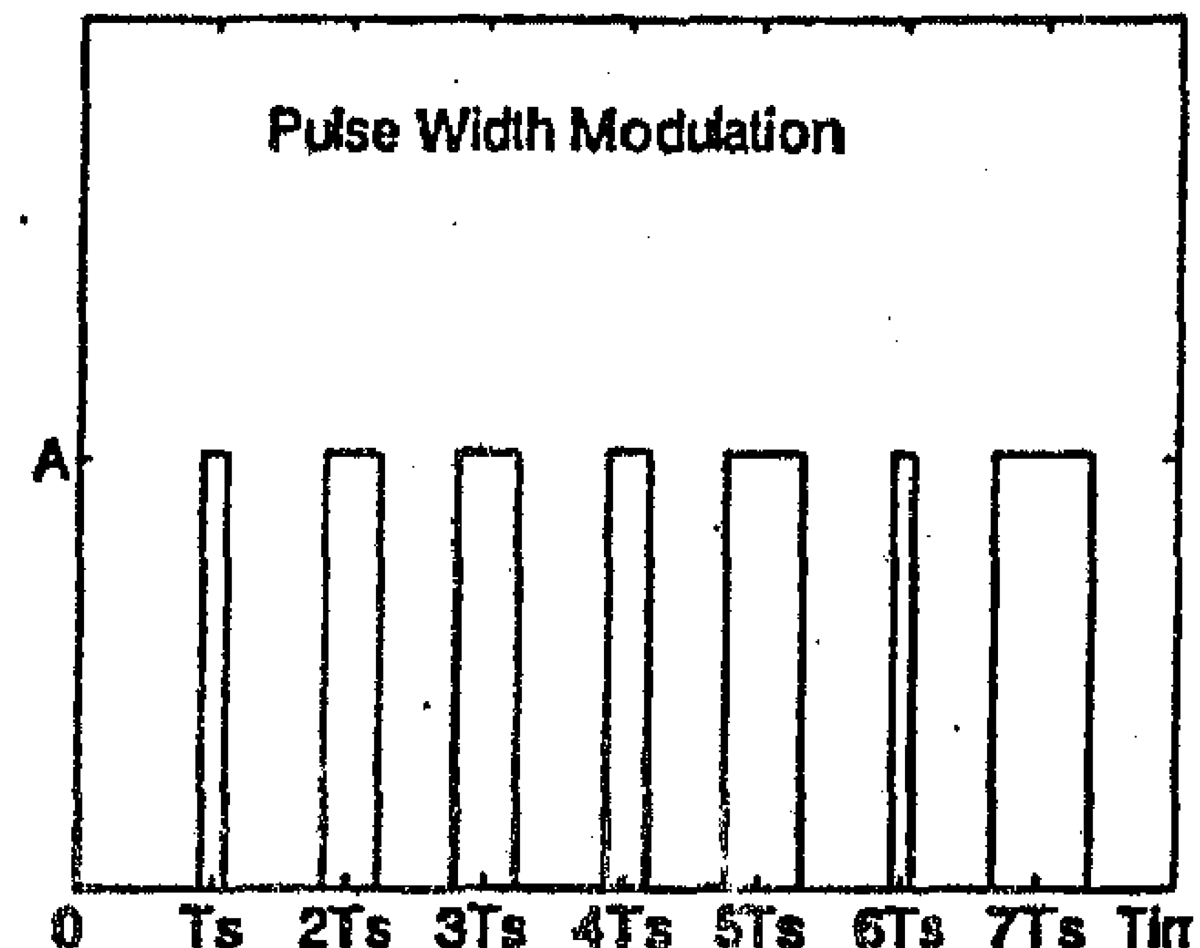
د - في هذه العملية (PWM) يتم تغيير المدى الزمني لكل نبض من الإشارة التي يمثل كل نبض منها معلومات واحدة (One Bit). حيث يبقى مدى النبضات (pulse value) ومعدل إرسالها (Symbol Rate) ثابتين كما هو موضح في شكل (28).

ه - تغيير موقع النبض (Pulse Position Modulation: PPM) في هذه العملية يتم تغيير مواقع النبضات (Position Change) بالنسبة لمواقعها الأصلية الناتجة من المصدر، في هذه الحالة تبقى قيمة مدى النبض وقيمة امتداده الزمني ثابتتين كما هو موضح في شكل (29).

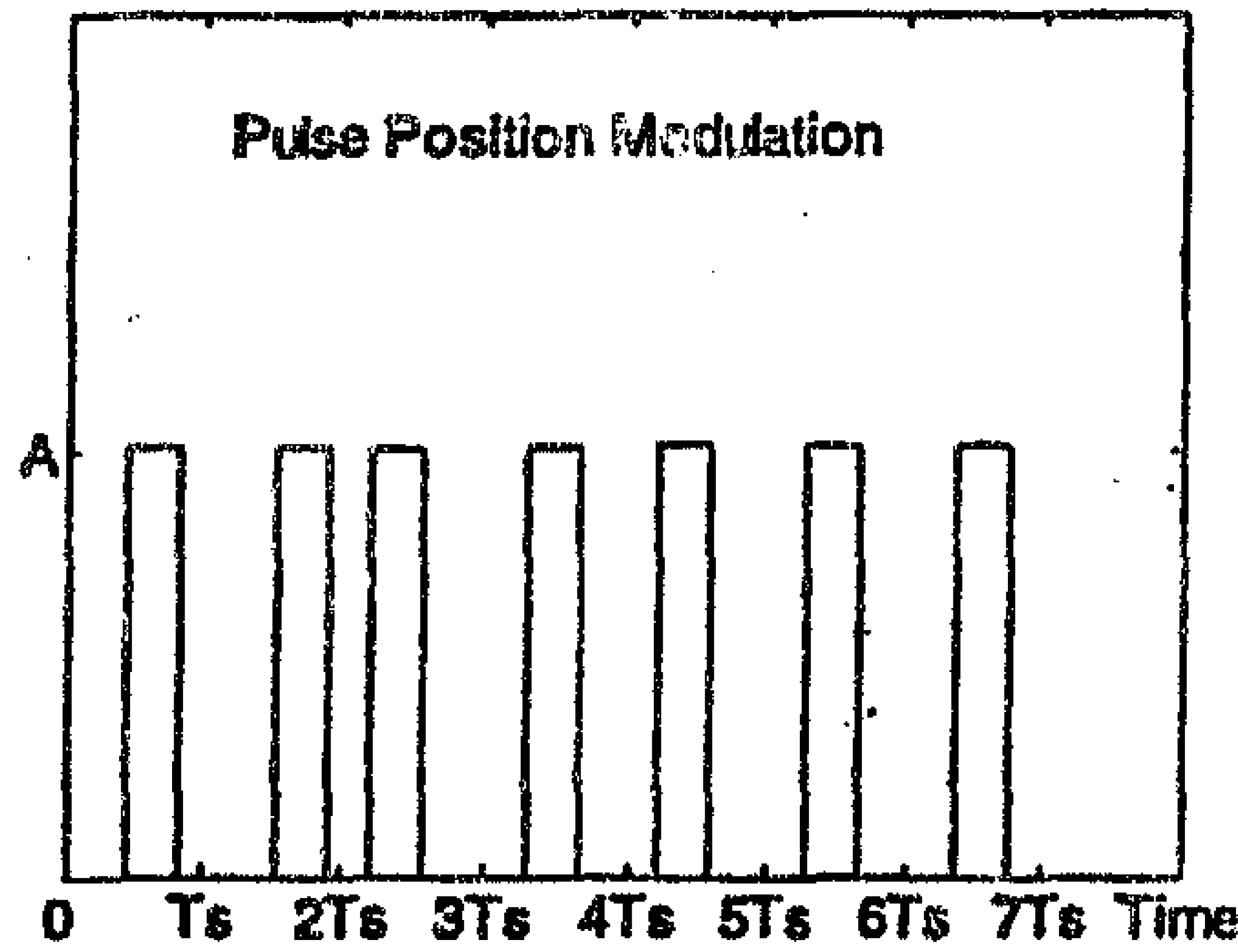
في جميع هذه الحالات T_s تمثل المعدل الزمني لإرسال المعلومات (Data Rate).



شكل (27) التعديل بتغير المدى (PAM)



شكل (28) التعديل بتغير المدى الزمني



شكل (29) التعديل بتغير الموقع

2.7 تعديل النبض الرمزي (Pulse Coded Modulation: PCM)

بعد الحصول على إشارة المعلومات التي تمثل إشارة التعديل متغير المدى (PAM Signal)، يتم استبدال كل مدى من هذه الإشارة بقيمه تقريبية (Quantized Level) وتسمى هذه القيمه بالقيمة التقريبية لإشارة تعديل مدى النبض (Quantized PAM Signal). وتعرف هذه العملية بعملية التقريب(Quantization). ومن ثم يتم ترميز كل قيمة تقريبية من هذه الإشارة برمز يسمى برمز الكلمة (Code Word) حيث يحتوي كل رمز من الكلمات على عدد معين من الـ Bits كما هو موضح في قاعدة رقم (6). جدول (4) يوضح عملية تعديل النبض الرمزي لمدى تقريبي يساوي 8 (Quatization Level L=8). حيث يُمثل البيناري صفراً بقيمة نبض تساوي A- والبيناري واحداً بقيمة نبض يساوي A+.

جدول (4) عملية تعديل النبض الرمزي

Quantized level	Code number	Code word	PULSE CODE
q1	0	000	-A-A-A
q2	1	001	-A-A+A
q3	2	010	-A+A-A

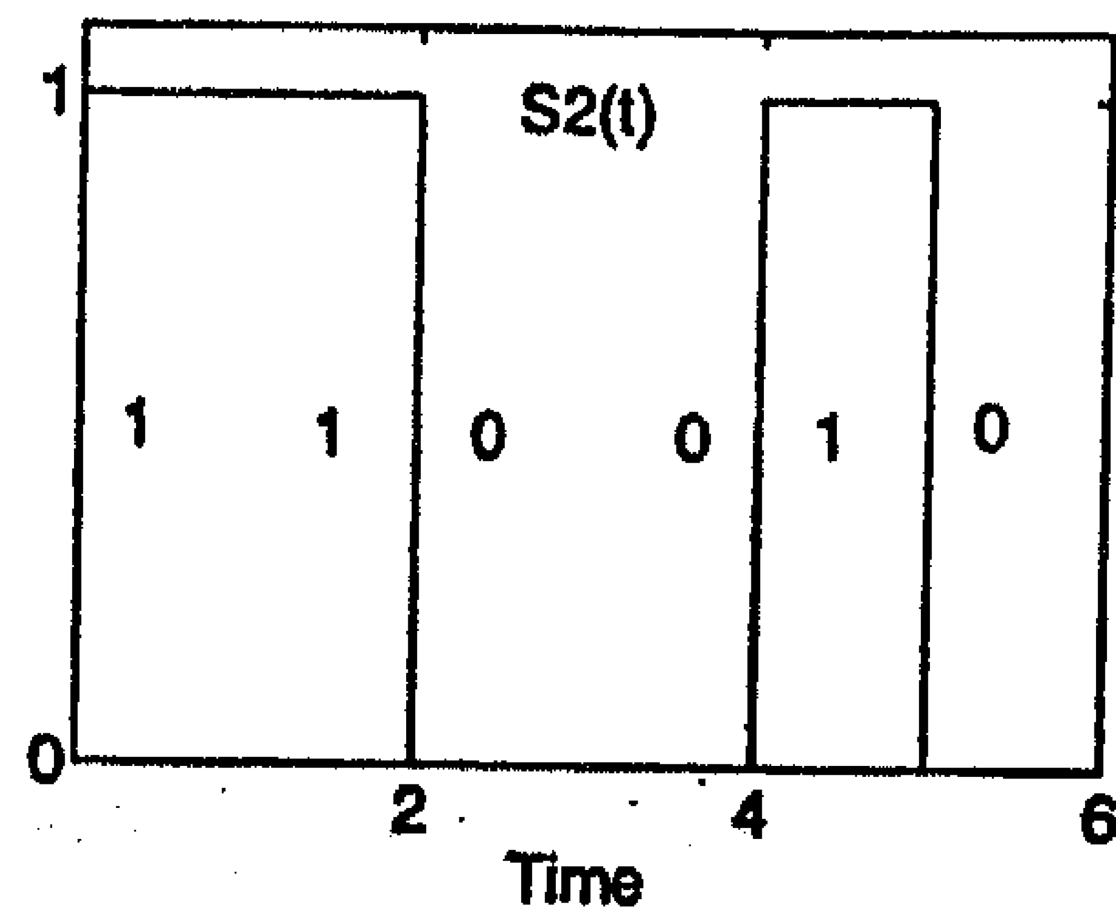
q4	3	011	-A+A+A
q5	4	100	+A-A-A
q6	5	101	+A-A+A
q7	6	110	+A+A-A
q8	7	111	+A+A+A

3.7 الإرسال متعدد الإشارات (Multiplexing)

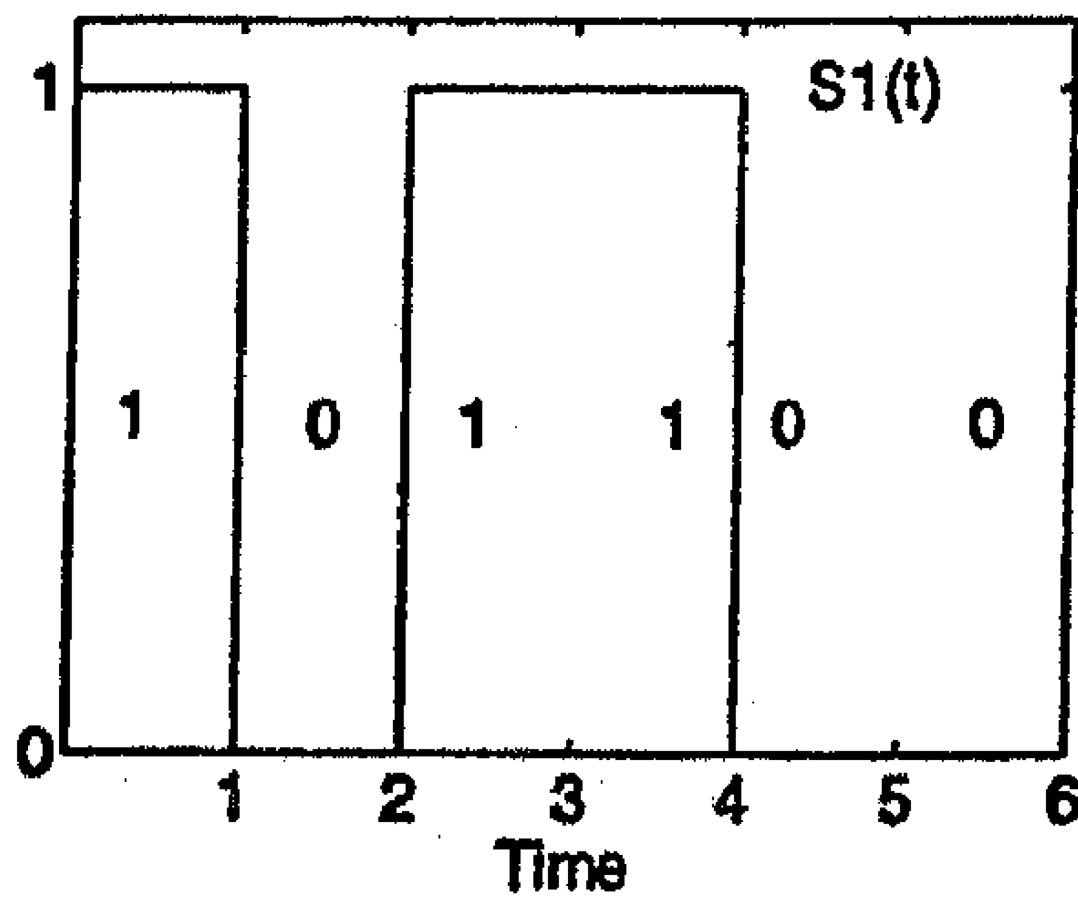
يعتمد هذا النظام على إرسال عدة رسائل أو عدة إشارات في آن واحد على نفس الموجة أو نفس القناة. وهذا ما يعرف بإسم طريقة الإرسال المضاعف أو الإرسال متعدد الإشارات.

1.3.7 الإرسال المضاعف الزمني (Time Division Multiplexing: TDM)

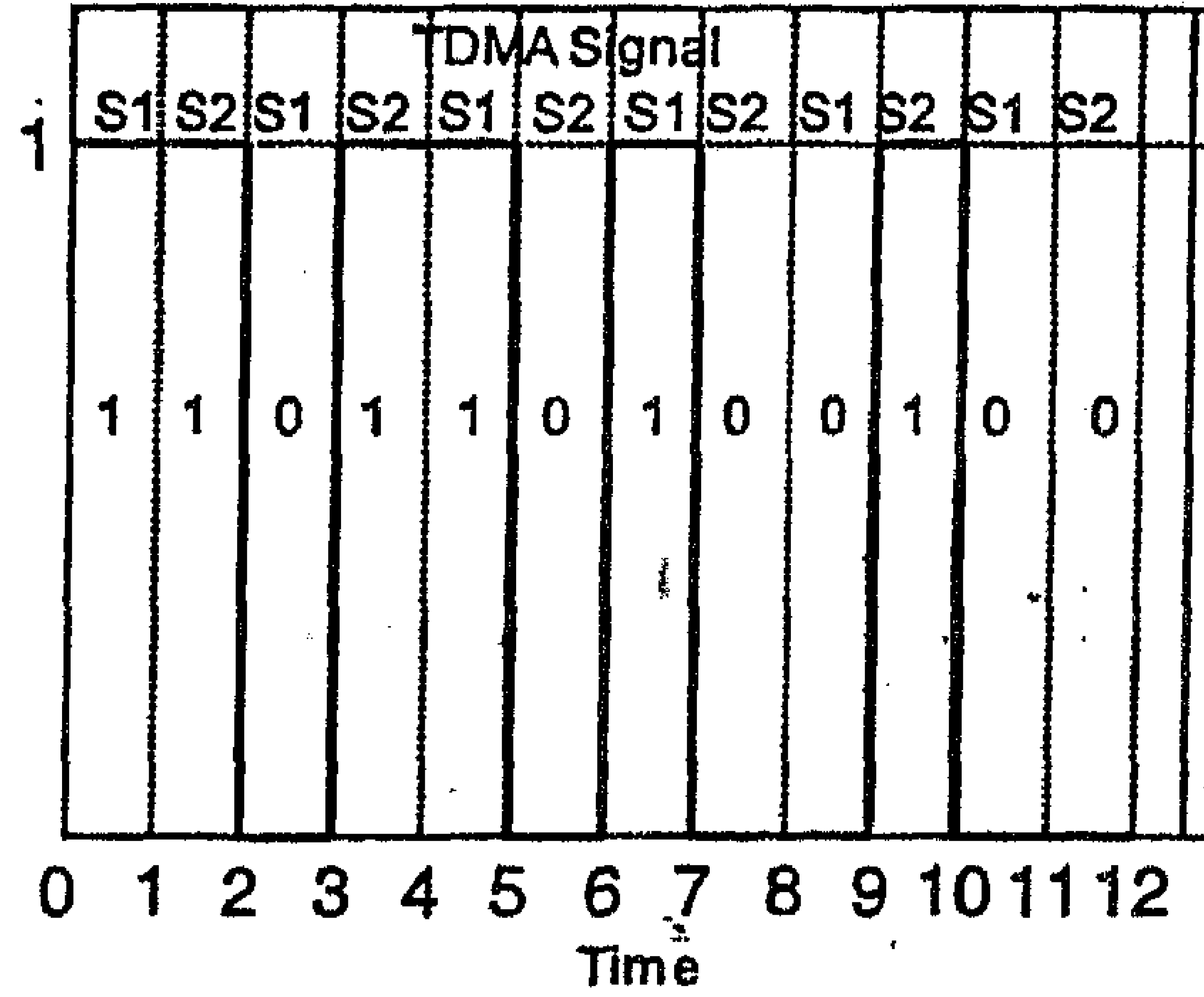
يعتمد هذا النوع على تقسيم طول زمن القناة (Channel Time) بين عدة رسائل أو إشارات قليلة الطيف (Baseband)، حيث تحتل كل واحدة من هذه الإشارات مكاناً مخصصاً على زمن القناة بحيث لا تتداخل مع أي من الإشارات الأخرى الموجودة على القناة. أي يتم ترتيب الوقت الزمني للقناة حيث يسمح لكل إشارة بإرسال معلوماتها في الوقت المحدد لها على القناة. شكل (30) لغاية شكل (32) يوضح عملية الإرسال المضاعف الزمني لإشارتين رقميتين $S_1(t)$ و $S_2(t)$.



شكل (30) الإشارة $S_2(t)$.

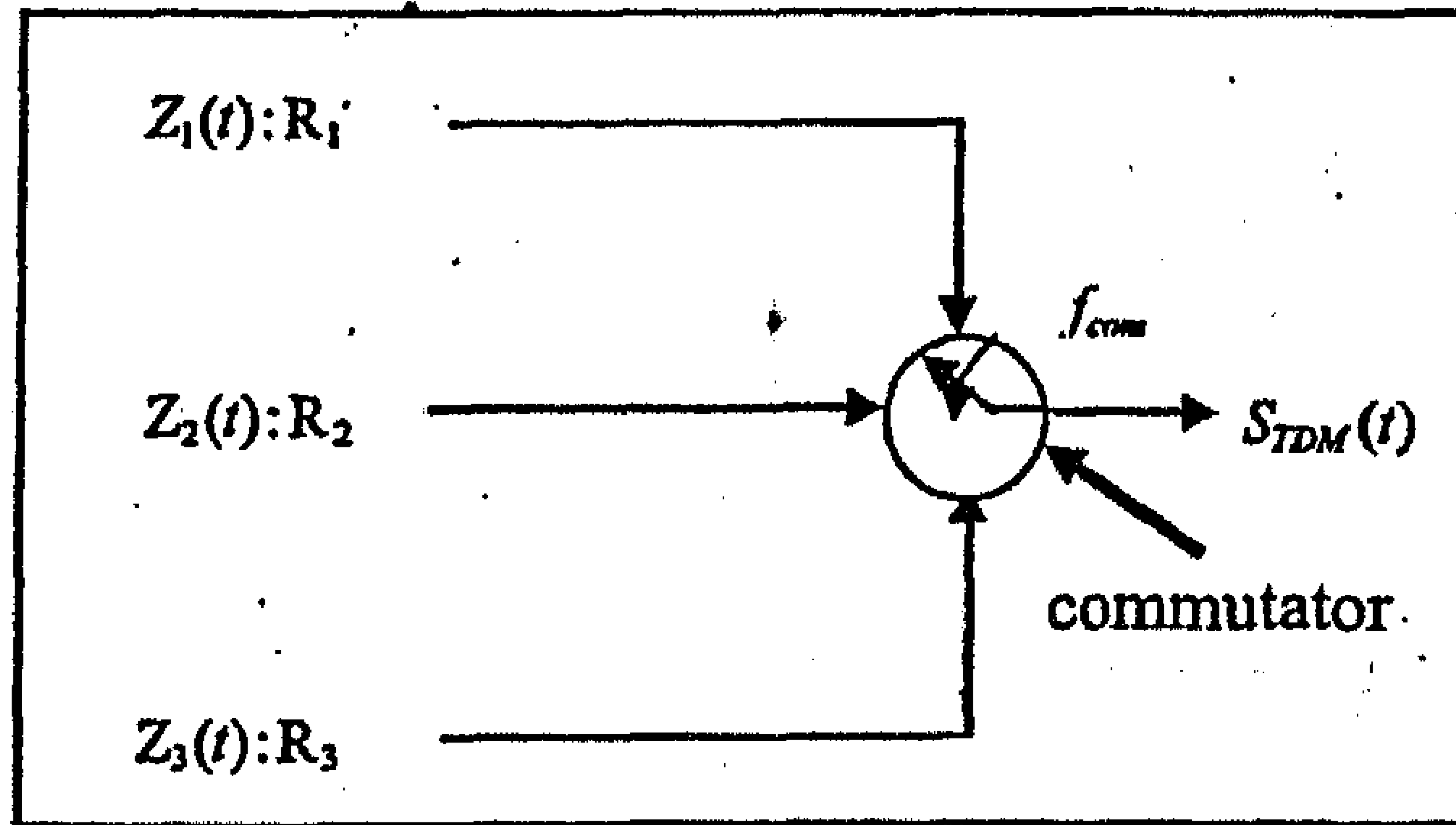


شكل (31) الإشارة $S_1(t)$



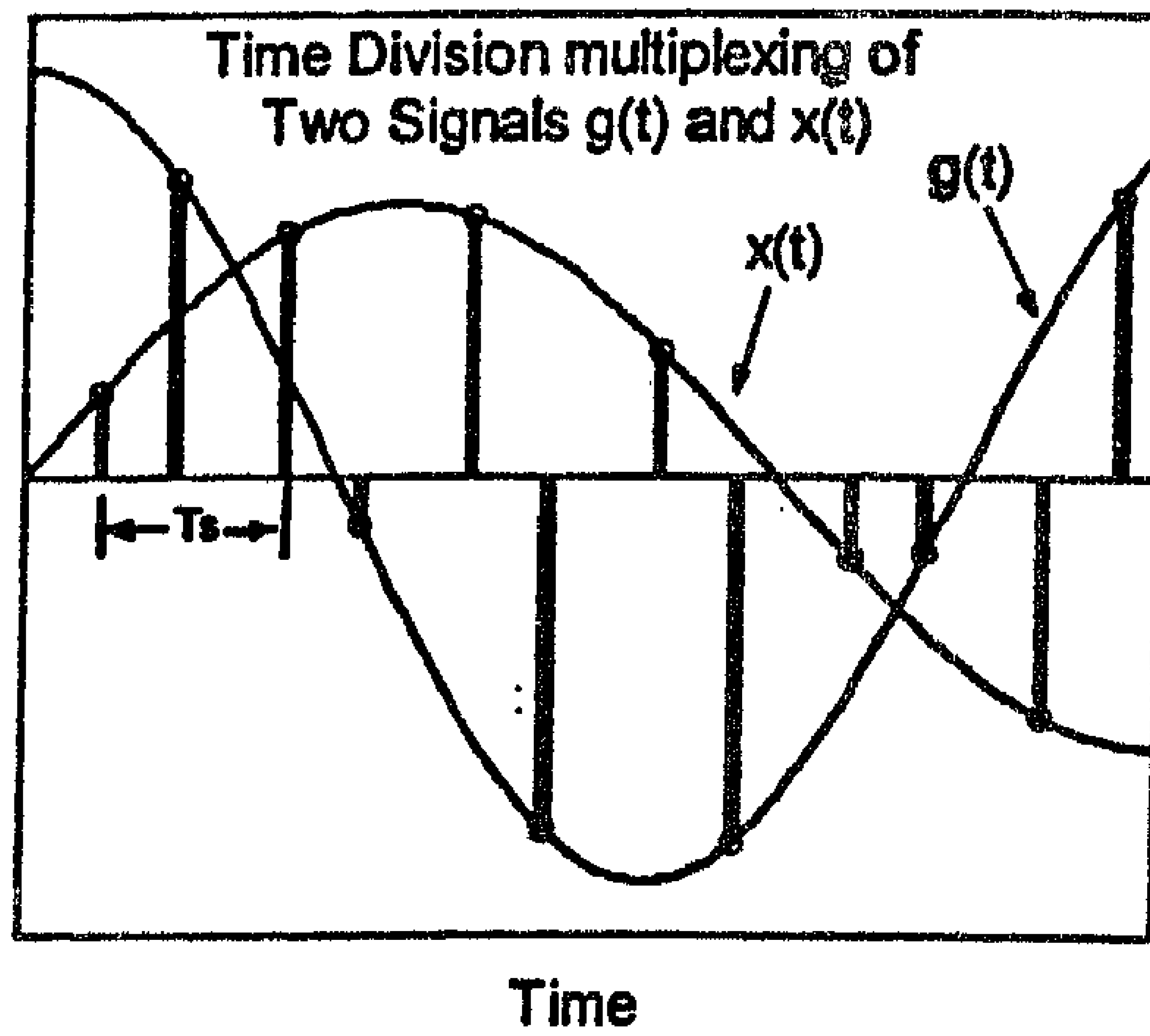
شكل (32) إشارة TDM

شكل (33) يبين الهيكل العام لنظام TDM لثلاث إشارات $Z_1(t)$ و $Z_2(t)$ و $Z_3(t)$ حيث ترسل كل منهما المعلومات الخاصة بها بمعدّل R_1 و R_2 و R_3 بت بالثانية. آخذ العينات (Commutator) هو عبارة عن مفتاح كهربائي يدور بسرعة f_{com} rotations/sec. تؤخذ سرعة المفتاح الكهربائي بالنسبة للإشارة الأقل سرعة لضمان عينة واحدة على الأقل من كل إشارة. مقلوب سرعة الدوران $T_{com} = \frac{1}{f_{com}}$، يسمى بالإطار الزمني لنظام الـ TDM (TDM Fram).

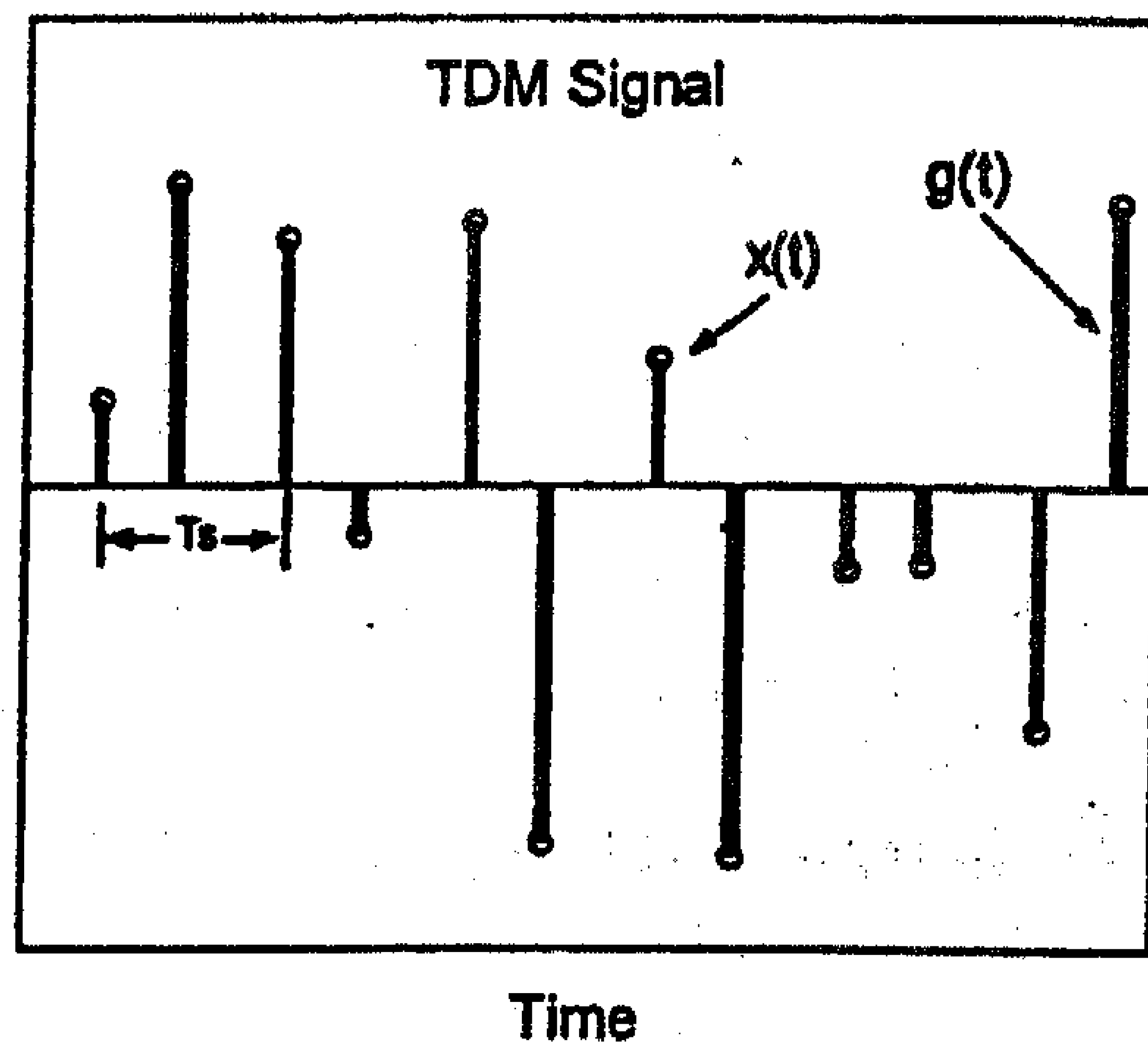


شكل (33) نظام بناء إشارة الـ TDM

يمكن تطبيق عملية الإرسال المضاعف الزمني على الإشارات التناظرية (Analog Signals)، بأخذ عينات من كل إشارة ومن ثم توزيع هذه العينات على المحور الزمني لإشارة الـTDM بمعدل زمني مختلف لكل من الإشارتين لتفادي أي نوع من الاختلاط بينهما كما هو موضح في شكل (34) وشكل (35) للإشارتين x(t) وg(t). تعرف عملية توزيع العينات بهذه الطريقه بعملية (Time Interleaving). مثال 10() سيوضح مبدأ عمل تقنية الـTDM.



شكل (34) عملية TDM



شكل (35) هيكل الـ(TDM frame)

مثال (10)

صمم نظام TDM لإرسال ثلاث إشارات $S_1(t)$; $S_2(t)$ $S_3(t)$ حيث تبعث كل منهما h لمعلومات بالسرعة التالية:

$$S_1(t): \text{data rate } R_1 = 1000 \text{ bits/sec}$$
$$S_2(t): \text{data rate } R_2 = 2000 \text{ bits/sec}$$
$$S_3(t): \text{data rate } R_1 = 1000 \text{ bits/sec}$$

الحل:

الإشارة الأولى والإشارة الثالثة تعمل بمعدل 1000 bits/sec وهو يمثل السرعة الأقل في هذا النظام لذلك يجب اختيار سرعة الدوران لتكون 1000 rotations/sec عند دوران المفتاح بهذه السرعة سيحتوي الـ (TDM frame) على (2bits) من الإشارة الثانية وعلى (One bit) من الإشارة الأولى والإشارة الثالثة، لذلك سيكون مجموع الـ (Bits) على (TDM Frame) يساوي $N = 2+1+1 = 4\,bits$. وبناء على ذلك تكون السرعة الكلية التي يجب أن يبث بها النظام المعلومات (Overall Data Rate or the TDMA Speed) تحقق

$$R_{TDM} = (\text{number of bits/rotation}) \cdot (f_{com} \text{ rotations/sec})$$
$$= 4 \cdot 1000 = 4000 \text{ bits/sec}$$

مما يعني أن مجموعة من الإشارات تشترك في نظام تكون سرعته لإرسال المعلومات أكبر من سرعة أي من الإشارات التي تشترك في هذه العملية.

نستخدم هذه الطريقة فقط في حالة أن تكون المعلومات رقمية (Digital Data) ومرة أخرى تطبق هذه العملية على المعلومات الأصلية (Baseband) ويترك فراغ زمني يسمى بالوقت الوقائي (Time Guard) بين كل إشارة وأخرى لتفادي أي اختلاط (Interference) بين هذه الإشارات. يمكن تطبيق هذه العملية على أي نوع من أنواع الترميز الخطي. على سبيل المثال يستخدم نظام بيل (Bell System) الإرسال المضاعف لأربع وعشرين إشارة من نوع (PCM) في نظام التلفون (T-1).

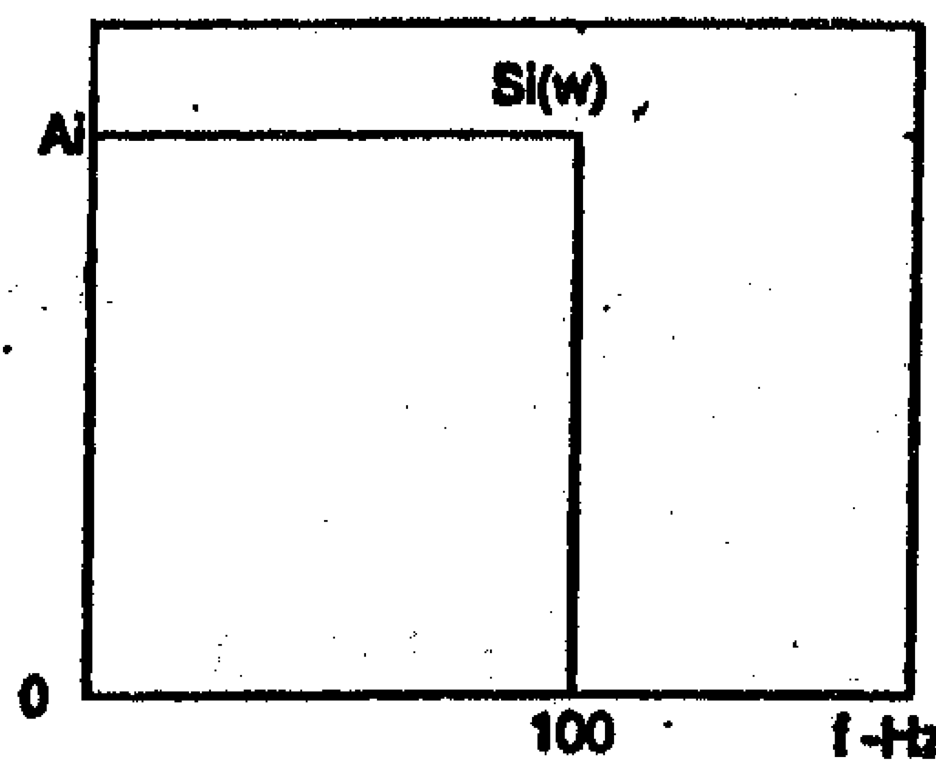
2.3.7 الإرسال المضاعف الترددي

(Frequency Division Multiplexing: FDM)

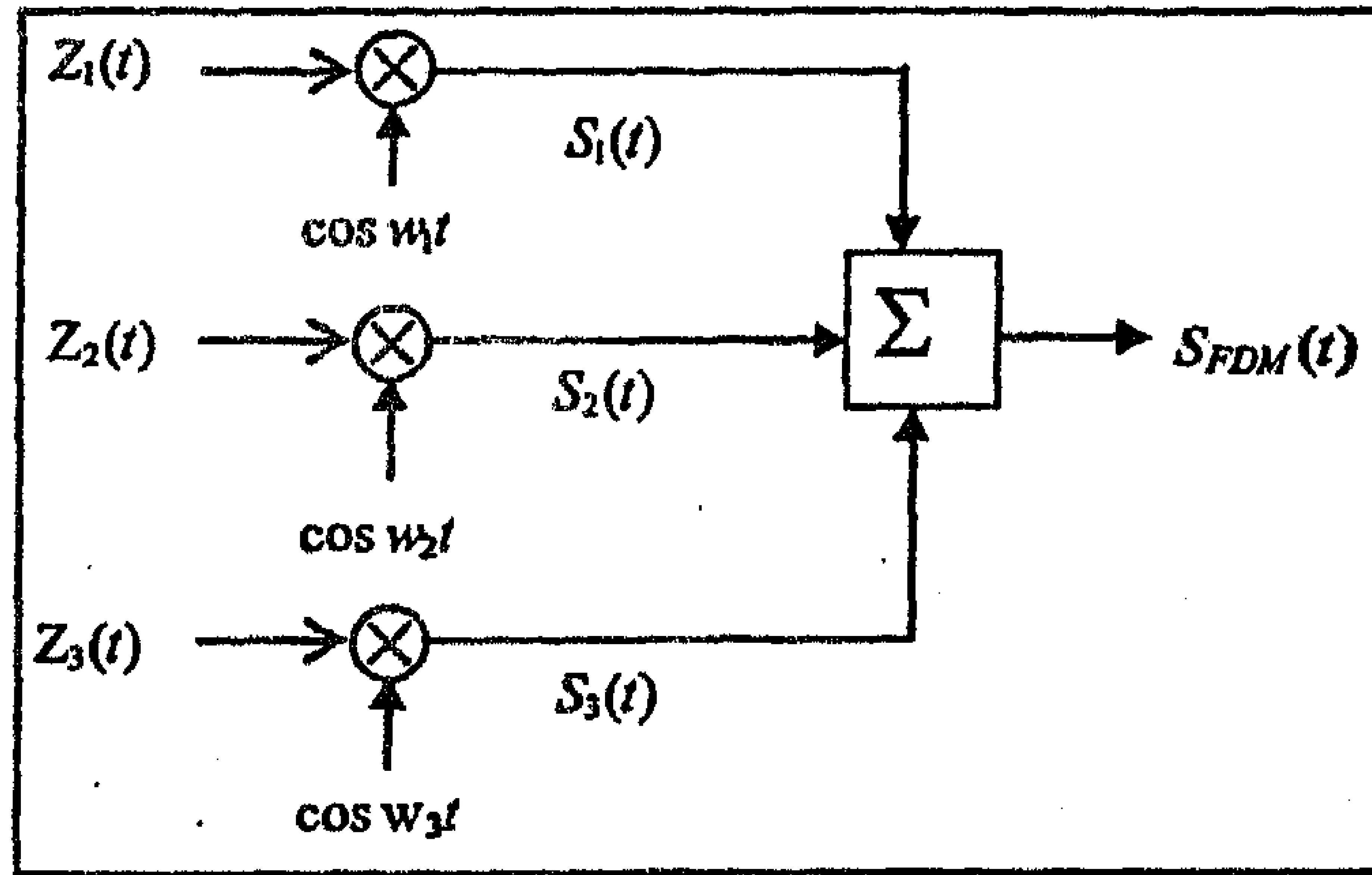
في هذا النوع تقسم قيمة الطيف الموجود في القناة (Channel Bandwidth) بين عدة إشارات حيث تحتل كل إشارة جزءاً من هذا الطيف بدون أن تتداخل مع أي أجزاء من الإشارات الأخرى الموجودة على نفس طيف القناة (Channel Bandwidth). وتتم هذه العملية عن طريق إزاحة طيف كل إشارة بتردد (Frequency Shift) مختلف عن تردد أي من الإشارات الأخرى لمنع التداخل بينها (Avoid Interference). في عملية التصميم الحقيقية، يترك فراغ طيفي بين الإشارات يسمى بحامي الطيف (Frequency Guard)، لمنع حدوث أي نوع من التداخل الذي ربما يسببه التصرف غير الخطي للدوائر المستخدمة (Nonlinear Behaviors) لهذا النظام. من الواضح أن عملية إزاحة التردد يمكن تطبيقها باستخدام عملية تعديل المدى. لو فرضنا أن الإشارة $S_i(t)$ تحتل قيمة طيف تساوي ، فإن قيمة التردد الذي يجب استخدامه للإشارة التي تليها يساوي W_{i+1} يجب أن يحقق العلاقة

$$W_{i+1} = W_i + BW_i + BW_{i+1} + \Delta W \qquad (15)$$

حيث إن W_{i+1} يمثل قيمة تردد الإشارة $S_{i+1}(t)$ الذي يجب استخدامه، و BW_{i+1} يساوي قيمة طيف الإشارة $S_{i+1}(t)$، و ΔW يمثل قيمة حامي الطيف (Frequancy Gaurd). شكل (36) يوضح عملية FDM لثلاث إشارات $S_1(t)\, S_2(t)\, S_3(t)$، بأطياف مبينه في شكل (35)، وقيمة حامي الطيف $\Delta W = 10\pi$ حيث إن مدى أطياف هذه الإشارة $A_1 = 2, A_2 = 1, A_3 = 1.5$.



شكل (35) طيف الإشارة $S_i(t)$



شكل (36) الهيكل العام لبناء إشارة الـ (FDM)

كل واحدة من الإشارات تحتوي على طيف قيمته $BW = 200\pi$. في عملية إزاحة التردد (AM) يجب أن تكون قيمة تردد الإشارة الحاملة تحقق ما يلي:

$$W \geq 10 \cdot W_{max} \qquad (16)$$

حيث إن W_{max} هي عبارة عن أكبر قيمة تردد لطيف الإشارة (Signal Maximum Frequancy). باستخدام (15) و (16)، تصبح قيمة التردد للإشارات الثلاث كما يلي:

$$(W_1)_{min} = 10 \cdot 200\pi = 2000\pi$$

$$W_2 = W_1 + 200\pi + 200\pi + 10\pi = 2410\pi \text{ rad}$$

$$W_3 = W_2 + 200\pi + 200\pi + 10\pi = 2820\pi \text{ rad}$$

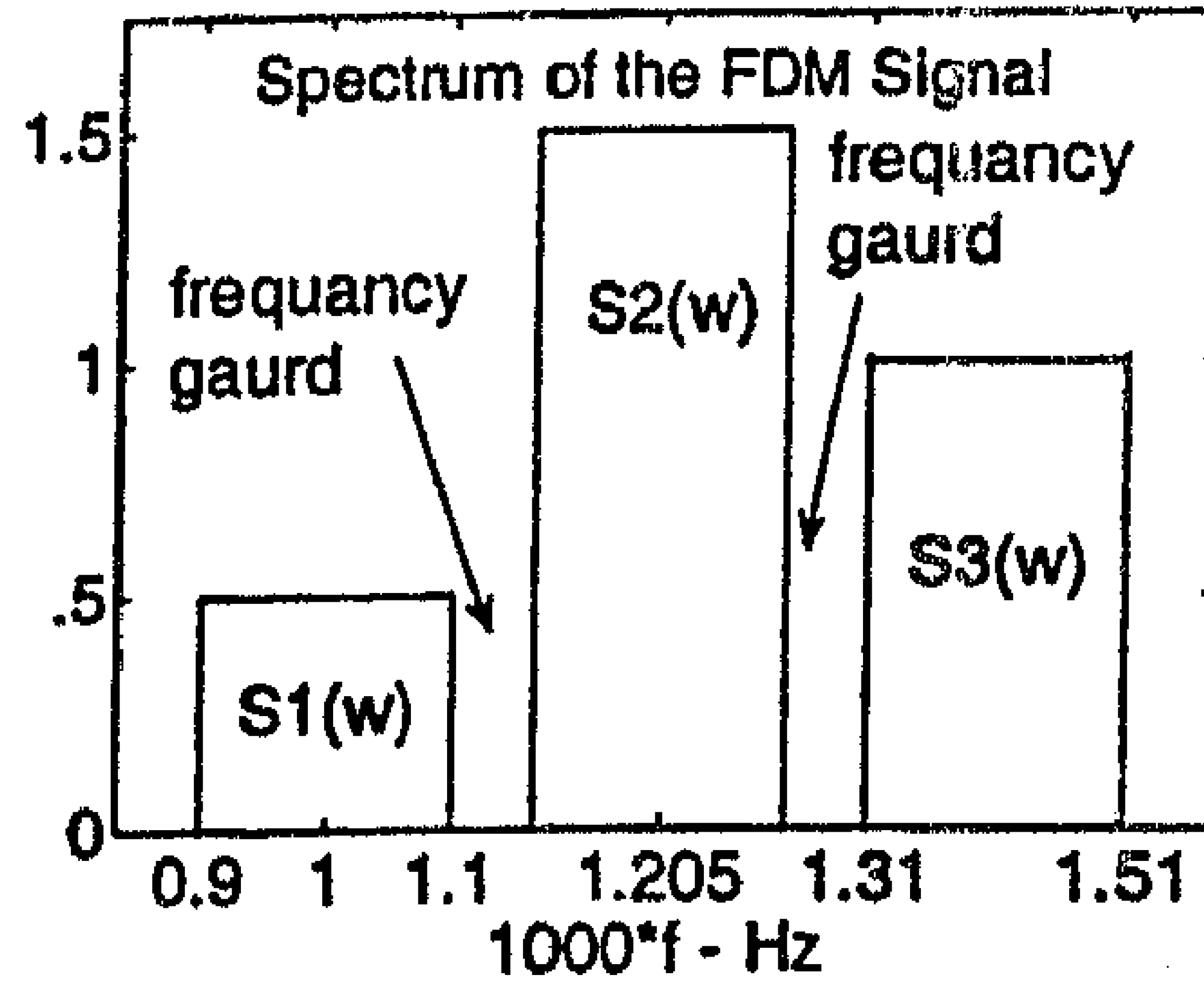
بناء على ذلك يصبح طيف إشارة الـFDM هو عبارة عن $S_{FDM}(w)$

$$S_{FDM}(w) = \Im\{S_{FDM}(t)\} = \Im[S_1(t) + S_2(t) + S_3(t)] \qquad (17)$$
$$= [S_1(w) + S_2(w) + S_3(w)]$$

حيث إن الدالة "$\Im$" Week تعني عملية تحويل الفورير (Fourier transform)، والفورير لكل واحدة من الإشارات يمكن تحديده من

$$[S_i(w)=\frac{1}{2}[Z_i(w-w_i)+Z_i(w+w_i)]$$

ليصبح طيف الإشارة (FDM Signal) كما هو موضح في شكل (37)



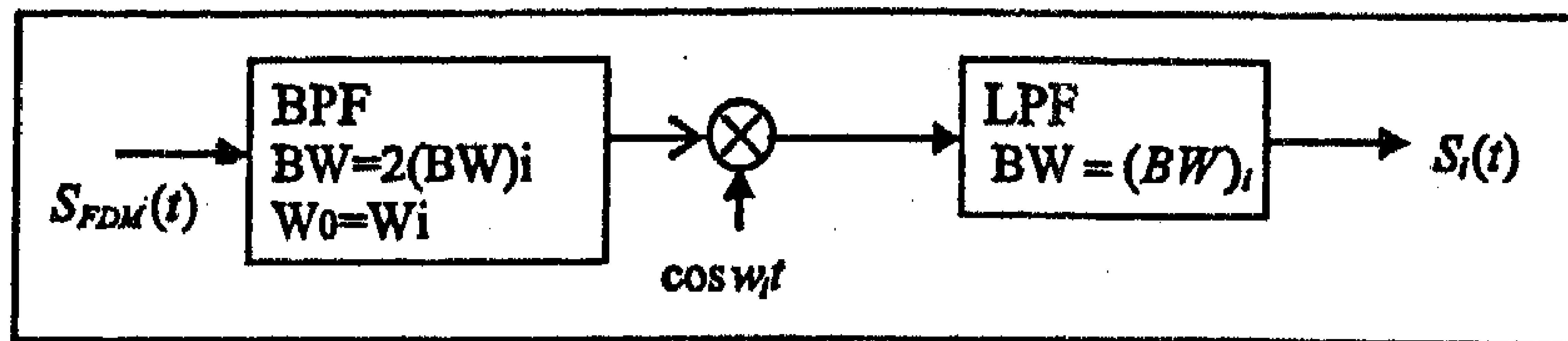
شكل (37) طيف إشارة الـ (FDM)

يمكن حساب قيمة الطيف لهذه الإشارة $(BW)_{FDM}$ باستخدام

$$(BW)_{FDM}=\sum_{i=1}^{N}(BW)_i+N\cdot\Delta W$$
$$=3(200\pi)+3(10\pi)=630\pi \text{ rad} \qquad (18)$$

حيث يمثل العدد N عدد الاشارات المشتركة في طيف الإشارة $S_{FDM}(w)$، والرمز BW_i قيمة الطيف للاشارة $S(t)_i$.

لاستقبال كل من هذه الإشارات التي تمثل كل واحدة منها إشارة تعديل متغيرة المدى (AM Signal)، شكل (38) يبين النظام الذي يمكن استخدامه لاسترجاع (Demodulate) الإشارة $S(t)_i$.



شكل (38) تصميم مستقبل إشارة الـ FDM

على سبيل المثال لاسترجاع إشارة $S(t)_2$ تصبح قيمة كل من الرموز التالية كالآتي

$$W_0 = W_2 = 2410\pi \text{ rad}$$
$$BW_1 = BW_2 = 200\pi \text{ rad}$$

في نظام إرسال المضاعف الترددي يمكن تطبيقه على الإشارات التناظرية والإشارات الرقمية بما يختلف عن نظام الإرسال المضاعف الزمني الذي يستخدم فقط في حالة الإشارات الرقمية.

تدريب (4)

ما قيمة الطيف اللازم لإرسال أربع إشارات باستخدام نظام إرسال المضاعف الترددي، حيث يبلغ قيمة امتداد الطيف لكل إشارة $BW = 750\pi$ وقيمة حامي الطيف تساوي $\Delta W = 15\pi$.

8. نظام التعديل عالي التردد (Bandpass Modulation)

إشارة المعلومات (Baseband) الناتجة من المصادر المختلفة لا تكون مناسبة في بعض الأحيان لإرسالها من نقطه إلى أخرى لهذا السبب يحصل عليها نوع من التكييف بأشكال مختلفة لتصبح مناسبة لعملية الإرسال، وتسمى هذه العملية بنظام عملية التعديل (Modulation).

تعريف: عملية التعديل (Modulation) هي عبارة عن عملية تسبب فيها إشارة المعلومات (Base Band) نوعاً من التغير في إشارة أخرى عالية التردد في أحد مكوناتها وتسمى هذه الإشارة ذات التردد العالي بالإشارة الحاملة (Carrier Signal) وتكون هذه الإشارة الحاملة عبارة عن إشارة الجيب (Sinusoidal Signal) ويحدث التغير في إحدى مكوناتها الثلاثة كالآتي:

1. **المدى: في هذه الحالة يسمى التعديل بتعديل المدى (Amplitude Modulation).**
2. **التردد: في هذه الحالة يسمى نظام التعديل بتعديل التردد(Frequency Modulation).**
3. **الزاوية: ويسمى نظام التعديل بتعديل الزاوية (Phase Modulation).**

نظام التعديل الرقمي: عندما تكون اشارة «Baseband» إشارة رقمية فإن طرق التعديل المستخدمة يصبح اسمها كالتالي:

1 - تعديل المدى الرقمي (Amplitude Shift Keying: ASK).

2 - تعديل التردد الرقمي (Frequency Shift keying: FSK).

3 - تعديل الزاوية الرقمي (Phase Shift Modulation: PSK).

يعتبر التعديل الثنائي التغير من أسهل أنواع التعديل مقارنة بأنواع التعديل متعددة التغير (M-ary Modulation) التي سيتم استعراضها لاحقاً. كل نوع من أنواع

التعديل سيتم تحليله عن طريق فعالية الطيف (Bandwidth Efficiency) وعن طريق فعالية الطاقة الكهربائية (Power Efficiency) حيث إن فعالية الطاقة الكهربائية لتعديل معين تحدد مدى دقة استقبال المعلومات التي يمكن قياسها باستخدام طريقة قياس احتمالية الخطأ (Probability of Error).

1.8 التعديل الرقمي الثنائي المدى

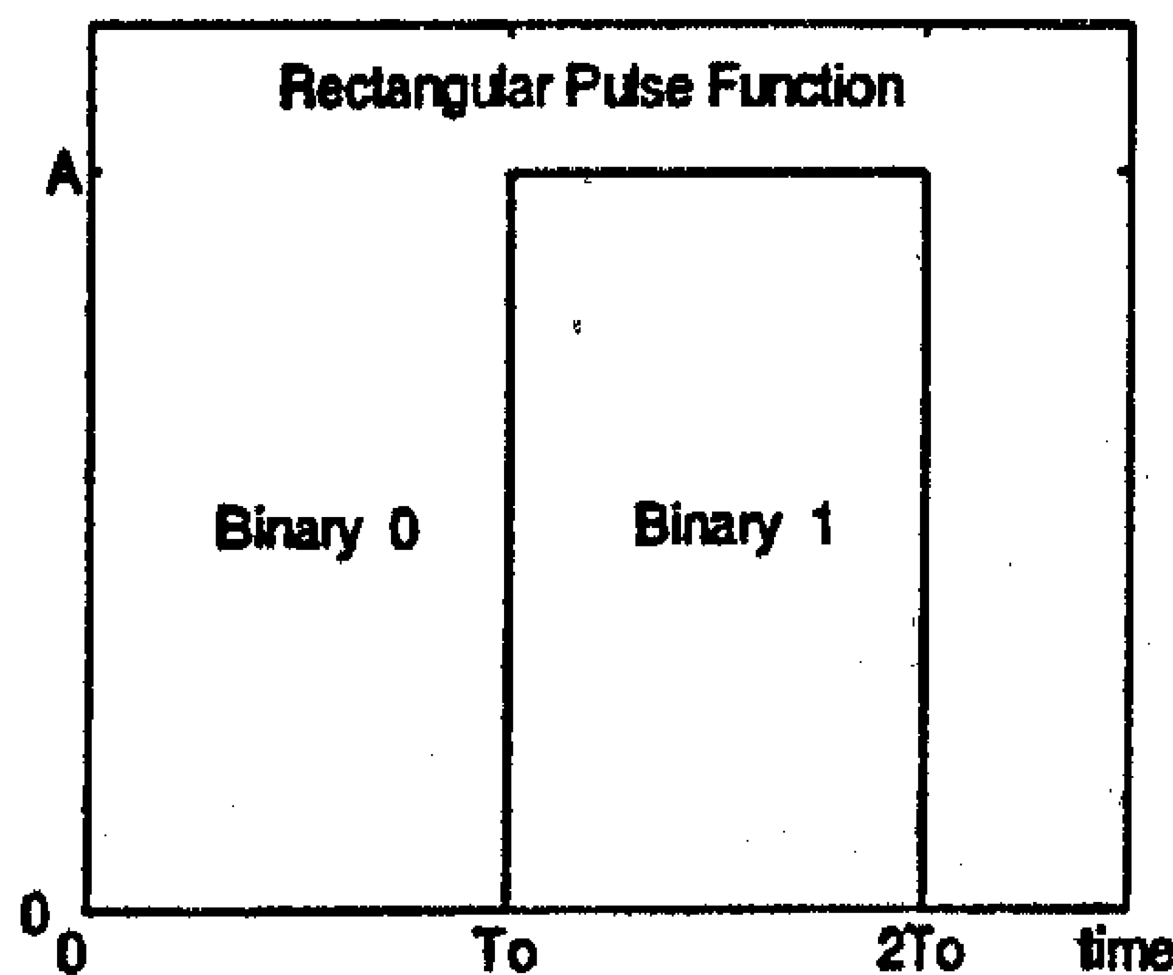
(Binary Amplitude Shift keying BASK)

عندما تكون المعلومات ثنائية المدى (Binary) فإن إشارة الـ ASK تسمى (Binary ASK:BASK). في إشارة ASK يتغير مدى هذه الإشارة تناسبيا مع إشارة المعلومات.

في نظام الـ «BASK»، تكون المعلومات ثنائية المدى (Binary Levels)، الصفر والواحد تمثل بنبضات (Pulses) حيث ان مدى كل نبض يختلف عن الأخر. على سبيل المثال لو استخدمنا طريقة (On–Off Signaling) لتمثيل الصفر والواحد

$$d(t) = \begin{cases} A \cdot \Pi[t/T_0] & \text{for a digital 1} \\ 0 & \text{for a digital 0} \end{cases} \qquad (19)$$

حيث إن T_0 تمثل مدى الاتساع الزمني للنبض والدالة $\Pi(x)$، عبارة عن اقتران المستطيل (Rectangular Pulse Function)، كما هو موضح في شكل (39).

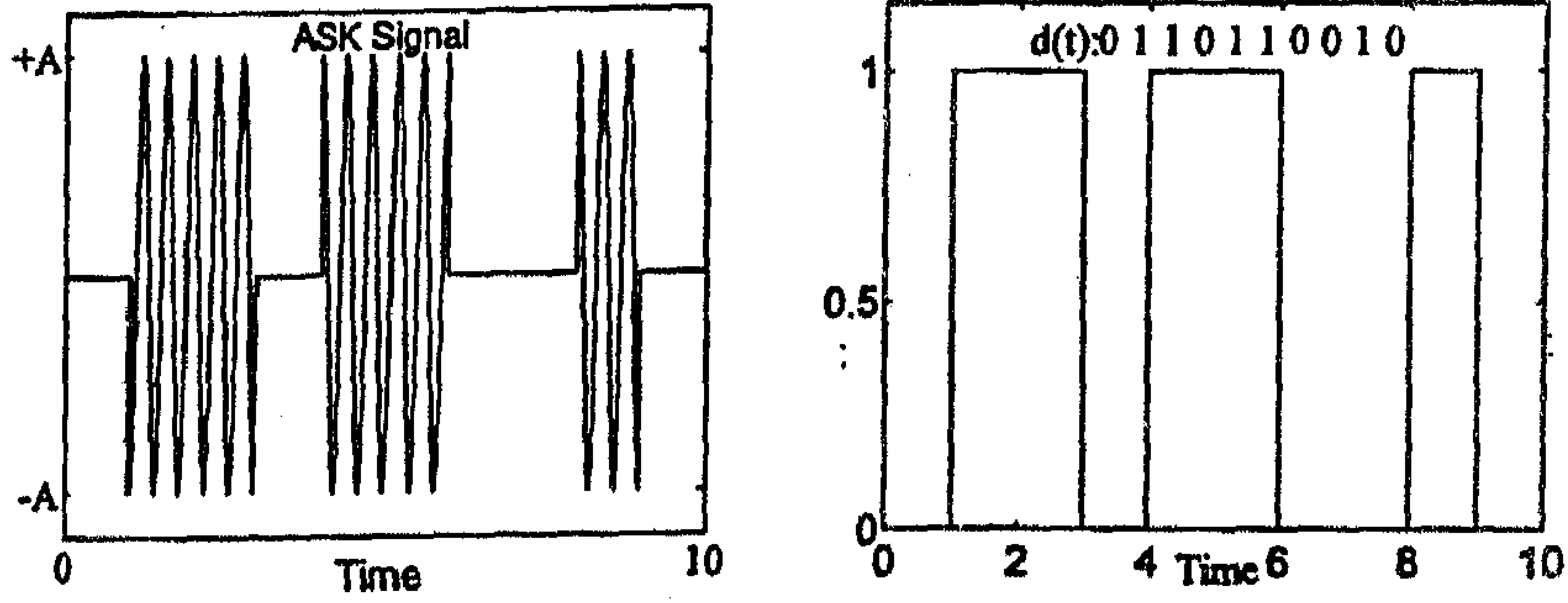


شكل (39) اقتران النبض المستطيل

باستخدام قاعدة رقم (19) يمكن كتابة المصطلح العام لإشارة BASK كالتالي:

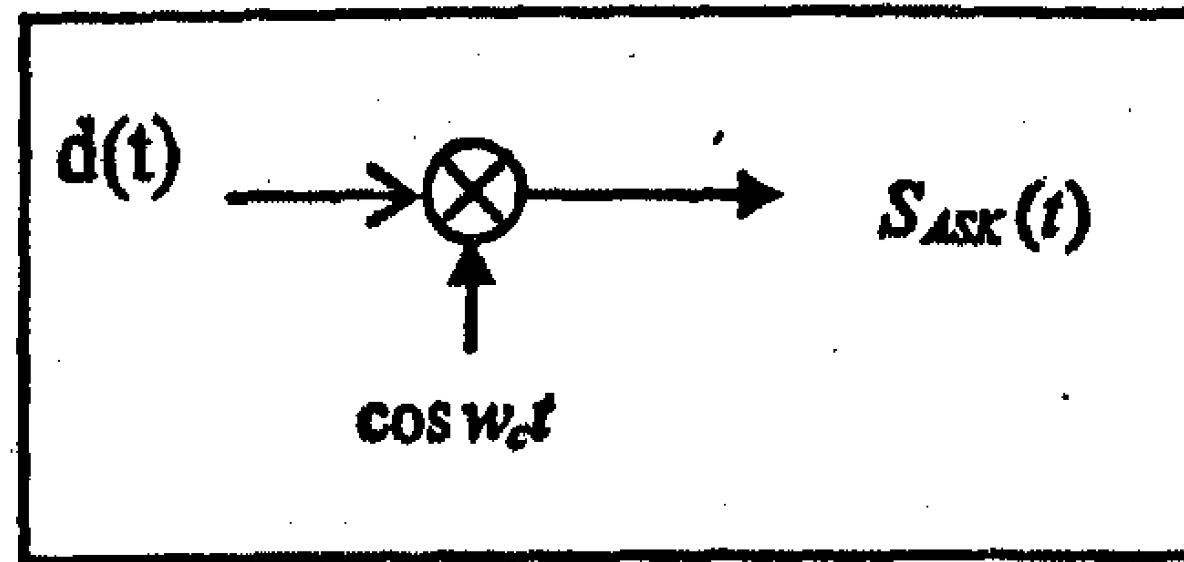
$$S_{ASK}(t)=\begin{cases} A\cdot\Pi[t/T_0]\cdot\cos w_c t & \text{for a digital 1} \\ 0 & \text{for a digital 0} \end{cases} \qquad (20)$$

حيث تسمى الإشارة $\cos w_c t$ بالإشارة الحاملة و w_c rad/sec تمثل مقدار تردد الإشارة الحاملة. شكل (41) يوضح طبيعة الإشارة $S_{BASK}(t)$ لإشارة المعلومات في شكل (40) حيث اختير معدل المعلومات R_b =1 bit/sec.



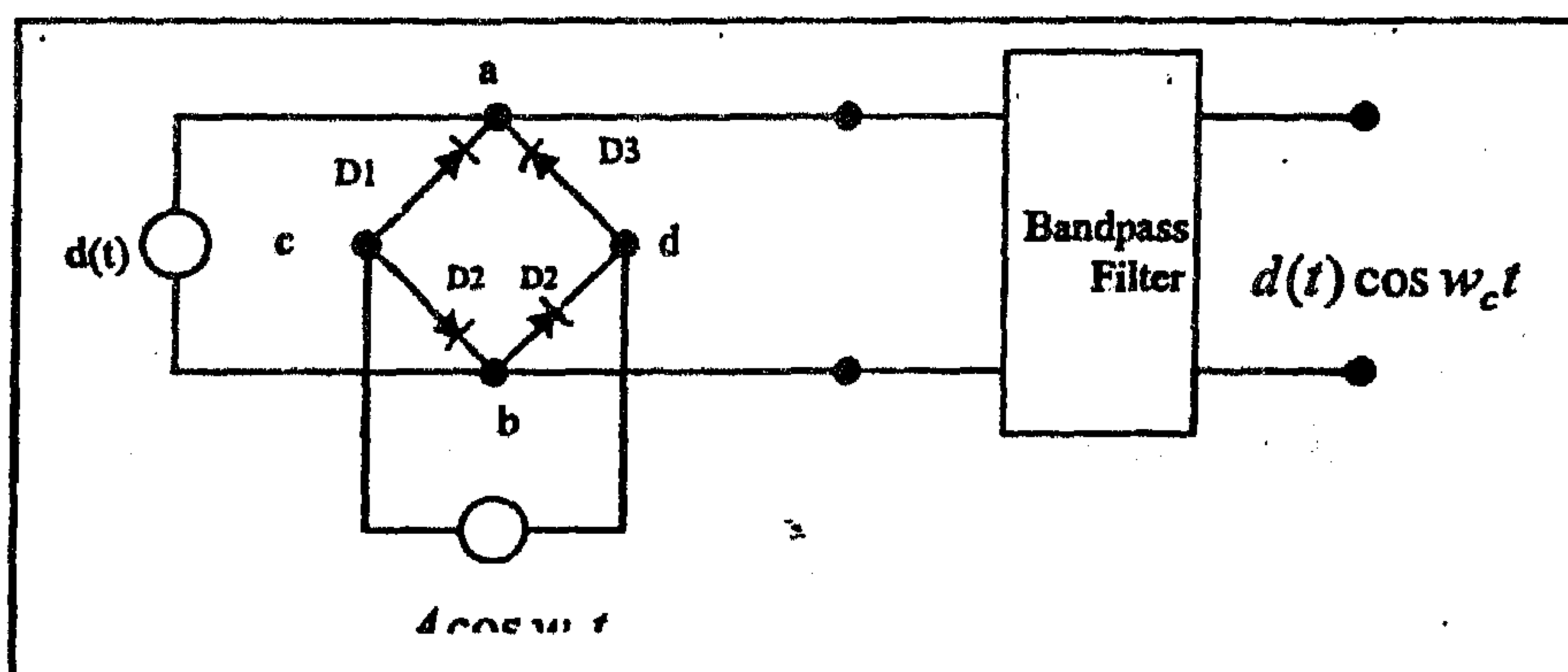
شكل (40) إشارة المعلومات — شكل (41) طبيعة الإشارة $S_{BASK}(t)$

تتم عملية التعديل عن طريق استخدام جهاز يسمى بالمعدل (Modulator)، وفي حالة ASK يقوم «المعدل» بعملية ضرب بين المعلومات d(t) والإشارة الحاملة كما هو مبين في شكل (42)، وتتم عملية الضرب عملياً باستخدام جهاز يسمى المازج (Mixer).



شكل (42) معدل إشارة الـASK

يوجد طرق أخرى يمكن أن تستخدم لعملية التعديل ASK مثل دائرة (Ring Modulator) ودائرة (Short Bridge Diode Modulator). شكل (43) يوضح دائرة (Short Bridge Diode Modulator).



شكل (43) دائرة (Short Bridge Diode Modulator)

تحتوي هذه الدائرة على أربعة صمامات ثنائية (4 Diods) موصلة بالتوازي (D1 , D2 , D3 , D4). عندما تكون الإشارة الحاملة أكثر موجبا (More Positive) في نقطة «b» بالنسبة لنقطة «d»، في هذه الحالة تكون جميع الصمامات الثنائية الأربعة موصلة (Conduct) وتحجب إشارة المعلومات «$d_x(t)$» عن حاصل المرشح (Filter). خلال نصف دورة الإشارة الحاملة الأخرى تكون نقطة «d» أكثر موجبا من نقطة «b» فتصبح جميع الصمامات الثنائية الأربعة غير موصلة (Open) وتقوم الدائرة بنقل إشارة المعلومات مباشرة إلى المرشح والذي يقوم بدوره بإنتاج إشارة $S_{ASK}(t)$ علما بأن الإشارة $V(t)$ في هذه الحالة هي عبارة $V(t)=k\cdot d(t)$، حيث إن الرمز «K» عدد ثابت.

بعد النظر في عملية التعديل وطريقة تطبيقها عملياً، فإنه من الضروري النظر في التوزيع الطيفي لهذه الإشارة الذي يمكن تحليله ودراسته باستخدام نظرية تحويل الفورير (Fourier Transform) فإن التوزيع الطيفي لهذه الإشارة هو عبارة عن $S_{ASK}(w)$

$$S_{ASK}(w) = \Im\{d(t)\cdot\cos w_c t\} = \frac{1}{2}[d(w+w_c) + d(w-w_c)] \qquad (21)$$

حيث إن الرمز « $\Im$ » يمثل عملية تحويل الفورير والإشارة «d(w)» هي عبارة عن طيف الإشارة d(t) ممثلة بـ $d(w) = \Im\{d(t)\}$

عند تحليل إشارة الطيف $S_{ASK}(w)$ نلاحظ ما يلي:

1. الإشارة $S_{ASK}(w)$ هي عبارة عن طيف إشارة «d(t)» مزاح في التردد إلى اليمين واليسار بقيمة تساوي مقدار تردد الإشارة الحاملة w_c rad/sec.
2. الإشارة $S_{ASK}(w)$ مضروبة بقيمة نصف بالمقارنة مع طيف إشارة «d(t)».
3. إذا كان امتداد طيف الإشارة «d(t)» محدداً بالقيمة العليا W_{max} والقيمة السفلى W_{min} فإن مقدار امتداد طيف الإشارة $S_{ASK}(w)$ هو عبارة عن ضعف امتداد الإشارة «d(w)».

$$BW_{ASK} = 2\cdot BW_{d(t)} = 2\cdot R_b \qquad (22)$$

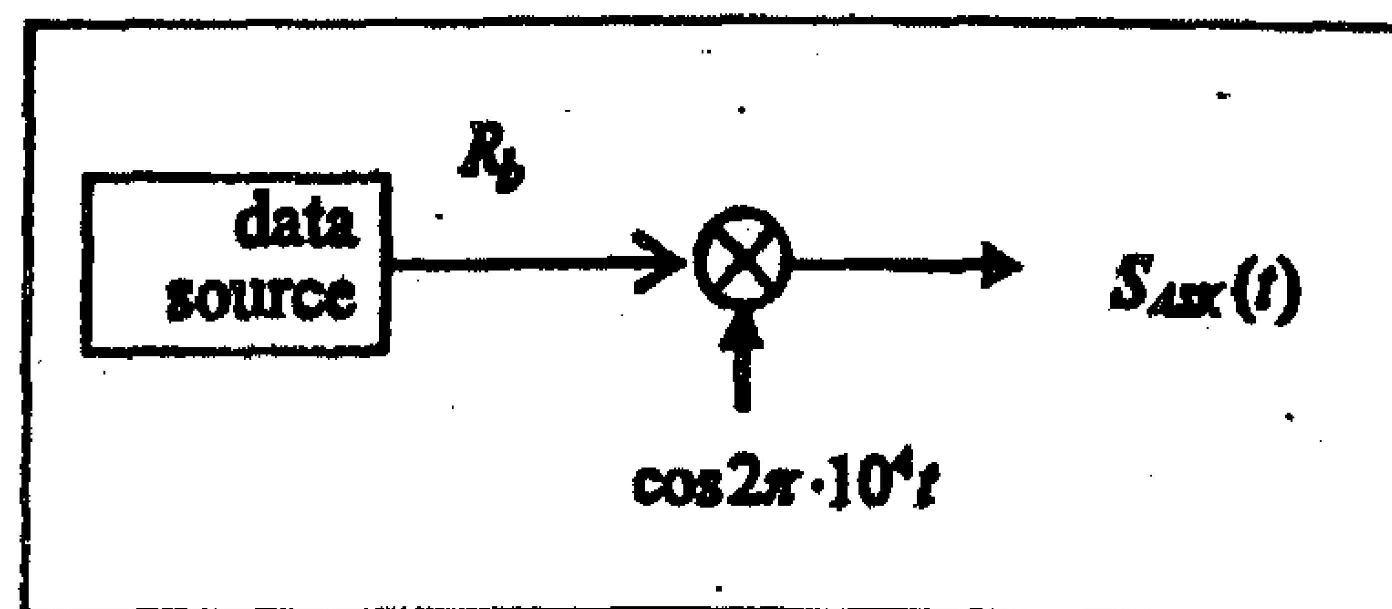
حيث إن الدالة $BW_{d(t)}$ تمثل مقدار امتداد طيف الإشارة «d(w)».

مثال (11):

شكل (44) يوضح نظاما لإرسال المعلومات «d(t)» باستخدام نظام التعديل «ASK» بمعدل $R_b = 500$ bits/sec. أوجد ما يلي:

أ. الامتداد الزمني لكل معلومة T_b.

ب. امتداد الطيف لكل من الإشارة «d(t)» والإشارة $S_{ASK}(t)$.



شكل (44)

الحل:

أ. من الواضح أن المعلومات ترسل بمعدل 500 bits/sec، أي أن الوقت الزمني لكل bits هو $T_b = \frac{1}{R_b} = \frac{1}{500} = 0.002\,sec$.

ب. في نظام الاتصالات الرقمية يعتبر امتداد طيف المعلومات $(BW)_{baseband}$ عبارة عن معدل إرسال المعلومات لذلك

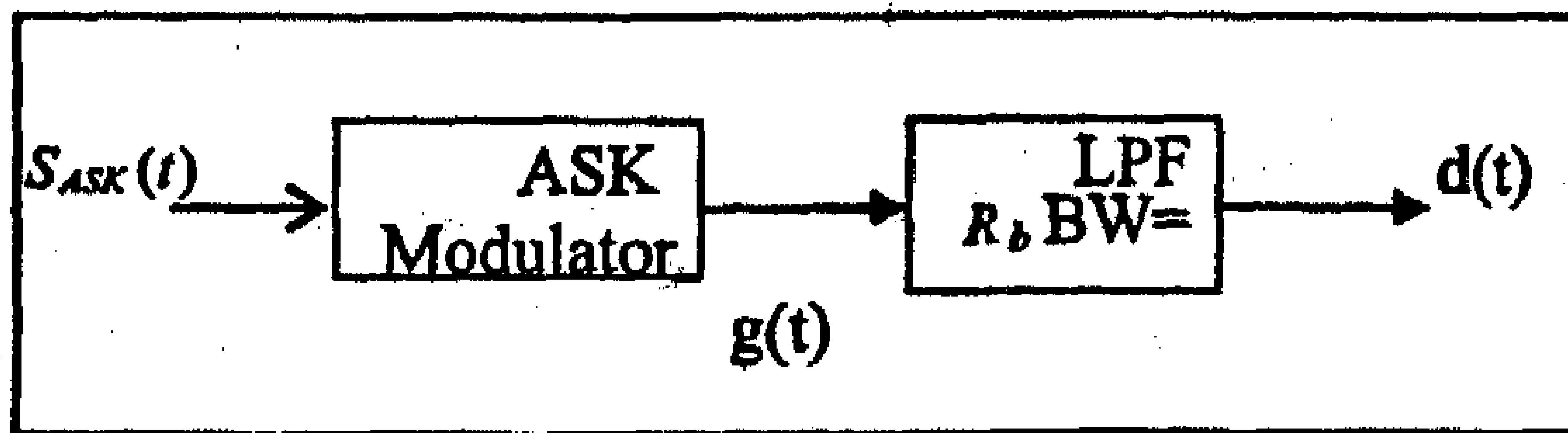
$$(BW)_{baseband} = 500Hz$$

وامتداد الطيف للإشارة $S_{ASK}(t)$ يحسب باستخدام (22)

$$(BW)_{ASK} = 2 \cdot BW_{s(t)} = 2 \cdot 500 = 1000\,Hz$$

*** استقبال إشارة ASK (Demodulation)**

تعمل هذه العملية على عكس عملية التعديل وتسمى بعملية عكس التعديل (Demodulation). يمكن بناء نظام «Demodulator» ليقوم بعملية الـ«Demodulation» كما هو مبين في الشكل (45).



شكل (45) نظام استقبال ASK

يمكن تحليل عمل هذا النظام عن طريق متابعة الإشارات المختلفة في النظام.

الإشارة $g(t)$

$$g(t) = S(t) \cdot \cos w_c t = S(t) \cdot \cos^2 w_c t = 0.5[\underbrace{d(t)}_{B} + \underbrace{d(t)\cos 2w_c t}_{H}] \qquad (23)$$

الإشارة $g(t)$ تحتوي على نوعين من الإشارات، الأولى: d(t) وهي عبارة عن إشارة ذات طيف منخفض (Lowpass) والإشارة الثانية $\cos 2w_c t$ إشارة ذات طيف

عال (High Pass). للحصول على الإشارة الأصلية «d(t)» ويمكن رفض الإشارة $\cos 2w_c t$ عن طريق مرشح ذي طيف منخفض بامتداد يساوي امتداد الإشارة «d(t)».

لاحظ هنا أنه يمكن استخدام دائرة (Short Bridge Diode Modulator) كدائرة لتقوم بعمل (Demodulator) بشرط استبدال المرشح متوسط المدى (Bandpass Filter) بمرشح قليل التردد (Lowpass Filter) بقيمة طيف تساوي R_b Hz.

2.8 تعديل التردد الرقمي الثنائي

(Binary Frequency Shift Keying: BFSK)

في حالة التعديل الترددي يتغير تردد إشارة FSK تناسبياً مع تغير مدى إشارة المعلومات «d(t)». وتسمى إشارة FSK بإشارة BFSK عندما تكون إشارة المعلومات ثنائية المدى.

المصطلح العام لإشارة FSK كالتالي:

$$S_{FSK}(t) = A\cos[w_c t + \theta(t)] \quad (24)$$

حيث إن الزاوية «$\theta(t)$» تمثل زاوية المعلومات بعد عملية تعديل الـFSK ممثلة بـ:

$$\theta(t) = [\pi \cdot h \cdot R_b \int_{-\infty}^{t} d(\lambda) d\lambda] \quad (25)$$

حيث يمثل الرمز h نسبة مدى الانحراف الترددي للإشارة ويساوي:

$$h = 2 f_d T_b \quad (26)$$

في حين يمثل الرمز «f_d» الحد الأعلى لانحراف تردد الإشارة ويأخذ وحدة Hz / volts، والرمز $T_b = 1/R_b$ يمثل المدى الزمني لامتداد البت الواحدة (One Bit). عند التمعن في إشارة «FSK»، نلاحظ أن التردد اللحظي لهذه الإشارة يمثل كالتالي:

$$w_i = w_c + k_f m(t) \quad (27)$$

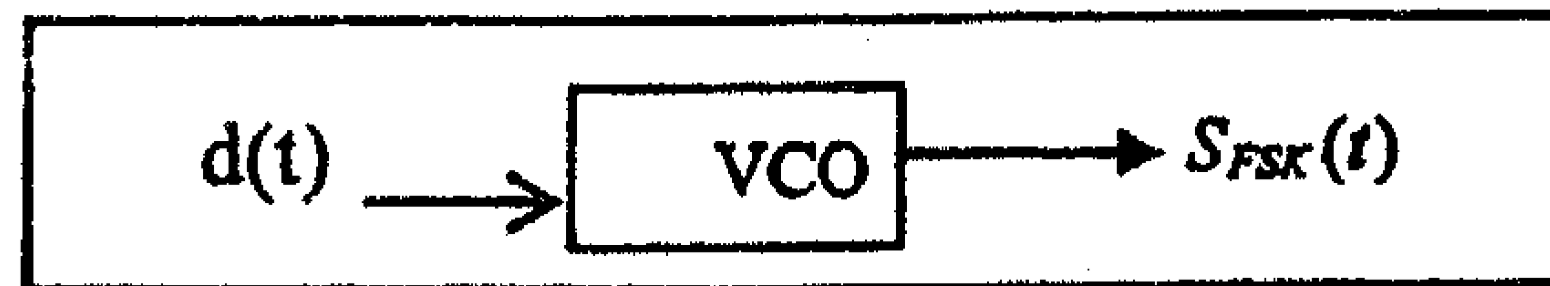
باستخدام (27)، فإن قيمة الحد الأعلى w_{max} وقيمة الحد الأدنى w_{min} لتردد هذه الإشارة تحسب على النحو التالي:

$$w_{max} = w_c + k_f.[m(t)]_{max} \quad (28)$$

$$w_{min} = w_c + k_f \cdot[m(t)]_{min} \quad (29)$$

الرمز «A» في (24) يمثل مدى الاشارة الحاملة والرمز « w_c » يمثل قيمة تردد الإشارة الحاملة.

تتم عملية التعديل باستخدام جهاز يسمى (Voltage Controlled Oscillator:VCO) كما هو مبين في شكل (46).



شكل (46) نظام بناء إشارة FSK

جهاز (VCO) هو عبارة عن جهاز تتغير فيه قيمة تردد الإشارة الناتجة تناسبيا مع مدى تغير الإشارة الداخلة على الجهاز. ويمكن وصف عمل هذا الجهاز كالتالي:

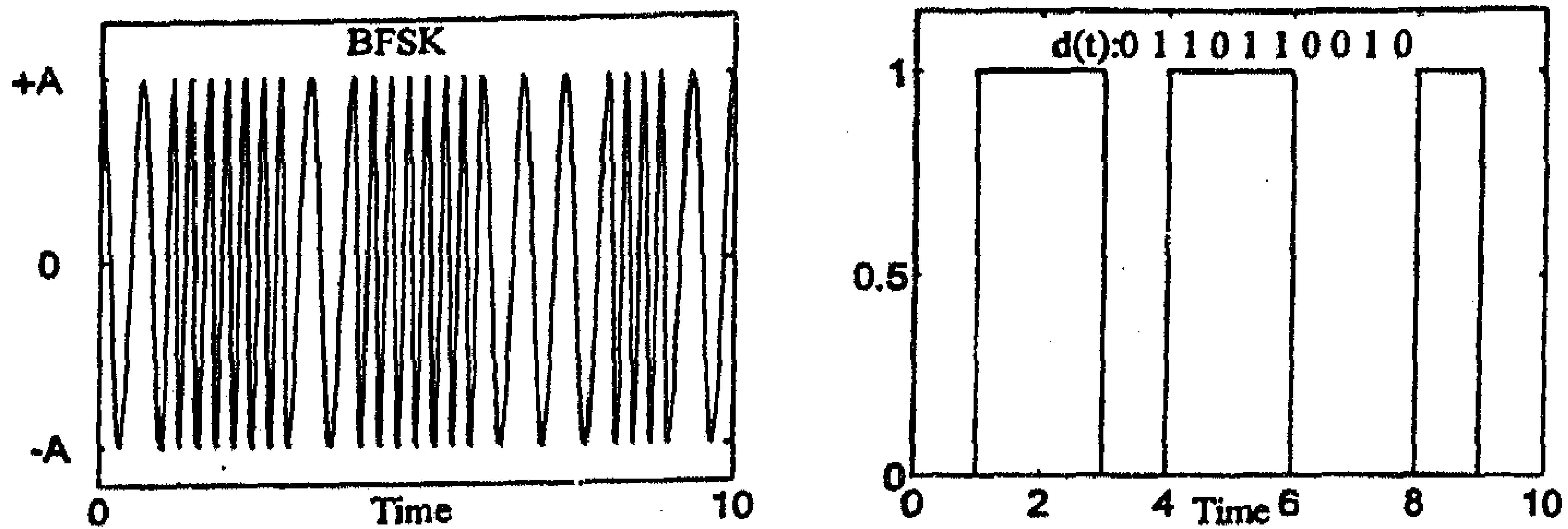
عندما تكون قيمة الإشارة الداخلة «d(t)» على الجهاز تساوي صفراً $d(t)=0$، فالإشارة التي ينتجها الـ VCO هي عبارة عن إشارة ثابتة التردد « $y(t)$ » بتردد قيمته « w_0 » وثابتة المدى A :

$$y_{vco}(t) = A\cos w_0 t \quad (30)$$

ولكن في حالة حدوث تغير على مدى الإشارة الداخلة فإن الـ VCO ينتج إشارة متغيرة التردد حسب تكامل الإشارة الداخلة:

$$y_{vco}(t) = A\cos[w_0 t + k\int_{-\infty}^{t} x(\lambda)d\lambda] \quad (31)$$

شكل (47) يوضح إشارة المعلومات «d(t)» وإشارة «FSK» حيث اختير معدل المعلومات $R_b = 1$ bit/sec.



شكل (47- أ): إشارة المعلومات   شكل (47- ب): إشارة ألـ FSK

من شكل (47) نلاحظ أن كل تردد يتغير لمدة زمنية T_b تساوي مقدار الامتداد الزمني لكل معلومة. لا يوجد طريقة مباشرة لتوقع طيف إشارة «FSK» كما هو الحال في حالة إشارة الـ«ASK» لكون إشارة «FSK» تمثل نظام تعديل غير خطي (Nonlinear Modulation)، ويعتمد في هذه الحالة على طبيعة تمثيل المعلومات d(t).

يحسب قيمة طيف إشارة الـ FSK: $(BW)_{FSK}$، باستخدام ما يعرف بقاعدة كارسون (Corson's Rule) كالآتي:

$$(BW)_{FSK} = 2 \cdot R_b(1+h) \quad \text{Hz} \qquad (31)$$

حيث إن الرمز R_b يمثل قيمة طيف المعلومات الأصلية بينما يمثل «h» نسبة مدى الانحراف الترددي لإشارة FSK: $S(t)_{FSK}$.

مثال (12)

إذا استخدم نظام التعديل «FSK» بعث معلومات «d(t)» التي ترسل بمعدل $R_b = 10^4$ bits/sec وقيمة نسبة مدى الانحراف الترددي $h = 1.5$ علماً بأن الإشارة الحاملة هي $c(t) = 3\cos[2\pi 10^6]t$. احسب ما يلي:

أ. الحد الأدنى والحد الاعلى لتردد إشارة FSK.

ب. ما قيمة طيف إشارة الـ FSK : $(BW)_{FSK}$.

ت. القوة الكهربائية (POWER) لإشارة FSK.

الحل:

المدى الزمني لكل معلومة (One Bit) هو عبارة عن $T_b = 1/R_b = 10^{-4}$ sec، وقيمة مدى طيف إشارة المعلومات d(t) هو عبارة عن «R_b Hz». المعلومات تأخذ قيمتين: القيمة العليا $d(t)_{max} = +1$، والقيمة السفلى $d(t)_{max} = 0$.

أ. إذا استخدم الرمز «k_f» ليساوي $k_f = \pi \cdot h \cdot R_b$، باستخدام قاعدة رقم (27) يحسب التردد اللحظي لإشارة الـFSK كما يلي:

$$w_i = w_c + k_f.m(t) = \pi \cdot [2 \cdot 10^6 + 1.5 \cdot 10^4 m(t)] \text{ rad}$$

$$w_{max} = w_c + k_f.[m(t)]_{max} = \pi(2 \cdot 10^6 + 1.5 \cdot 10^4) = 2.015\pi \cdot 10^6 \text{ rad}$$

$$w_{min} = w_c + k_f \cdot [m(t)]_{min} = 2\pi \cdot 10^6 \text{ rad}$$

ب. باستخدام (31) قيمة طيف إشارة الـ $S_{FSK}(t)$: $(BW)_{FSK}$، يحسب كالآتي:

$$(BW)_{FSK} = 2 \cdot R_b(1+h) = 2 \cdot 10^4(1+1.5)$$
$$= 5 \cdot 10^4 \text{ Hz} = \pi \cdot 10^5 \text{ rad}$$

ج. القوة الكهربائية (Power :P) للإشارة هي عبارة عن:

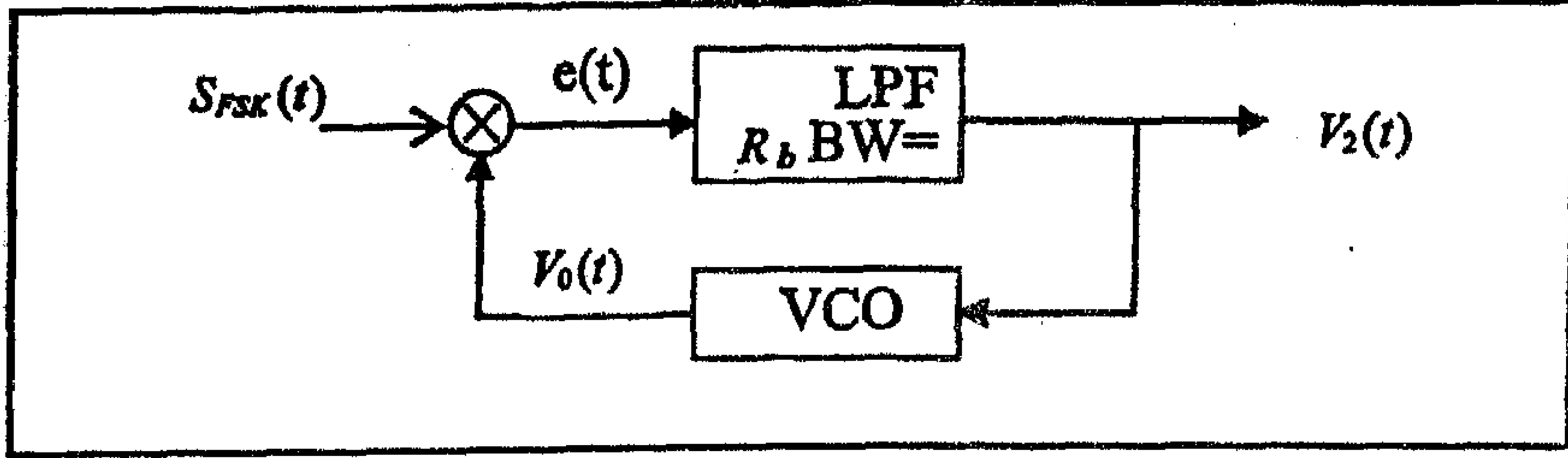
$$P = (rms)^2 = (3/\sqrt{2})^2 = 4.5 \text{ watts}$$

استقبال إشارة FSK (FSK Demodulation)

يمكن استخدام نوعين من DEMODULATORS لاستقبال إشارة FSK

النوع الأول: الاستقبال المتناسق (Coherent Detection)

ومثال على هذا النظام دائرة (Phase –Locked loop: PLL) كما هو موضح في شكل (48).



شكل (48) نظام PLL

لفهم عمل نظام هذه الدائرة ؛ إذا كانت كل من الإشارات ممثلة كالآتي:

$$S_{FSK}(t) = A\cos[w_c t + \theta(t) \quad (32)$$

$$V_0(t) = A_0 \sin[w_c t + \varphi(t) \quad (33)$$

حيث إن كل من الزوايا « $\theta(t)$ » و "$\varphi(t)$" ممثلة بـ:

$$\theta(t) = k_f \int_{-\infty}^{t} m(\lambda)\, d\lambda \quad (34)$$

$$\varphi(t) = k \int_{-\infty}^{t} V_2(\lambda)\, d\lambda \quad (35)$$

في حين الإشارة "$e(t)$" تسمى بإشارة الخطأ (Error Signal)، أو مقياس الفرق ما بين الإشارة $S_{FSK}(t)$ والإشارة $V_0(t)$ وتساوي

$$e(t) = S_{FSK}(t)\cdot V_0(t) = A\cos[w_c t + \theta(t)]\cdot A_0 \sin[w_c t + \varphi(t)]$$
$$= \frac{A\cdot A_0}{2}\{\sin[2w_c t + \theta(t) + \varphi(t)] + \sin[\theta(t) - \varphi(t)]\} \quad (36)$$

الإشارة "$e(t)$" تحتوي على جزأين:

الجزء الأول $\sin[\theta(t) - \varphi(t)]$، وهو عبارة عن إشارة ذات تردد منخفض (Low Frequancy Component).

والجزء الثاني $\sin[2w_c t + \theta(t) + \varphi(t)]$، هو عبارة عن إشارة ذات تردد عال (High Frequency Component). المرشح «H(w)» هو عبارة عن مرشح منخفض الطيف (Lowpass Filter). وسيقوم بتمرير الجزء الأول من الإشارة (Low

(Frequancy component ورفض الجزء الثاني الذي يمثل جزءا عالي التردد (High Frequency Component)، لذلك يمكن كتابة الإشارة $V_2(t)$ كالتالي:

$$V_2(t) = \frac{A \cdot A_0}{2} \sin[\theta(t) - \varphi(t)] * h(t) \qquad (37)$$

حيث إن الرمز "*" يدل على عملية الالتفاف (Convolution) والاقتران $h(t)$ هو عبارة عن اقتران المرشح H(w) ويسمى بالناتج الفجائي (Impulse Response). عندما يكون الفرق بين الزاويتين "$\theta(t)$" و "$\varphi(t)$" قريباً من الصفر $\theta_e(t) = \sin[\theta(t) - \varphi(t)] \approx 0$ يمكن كتابة العلاقة للإشارة $V_2(t)$ كالتالي:

$$V_2(t) = \frac{A \cdot A_0}{2} \sin[\theta(t) - \varphi(t)] \qquad (38)$$

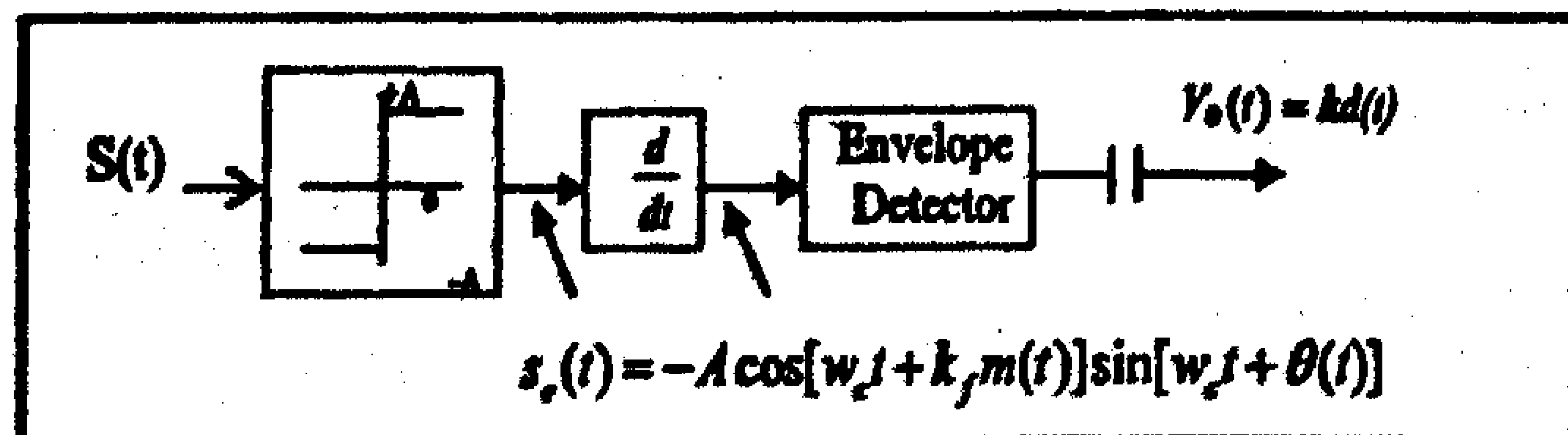
تحت ظروف طبيعية وقيمة القوة الكهربائية للإشارة (Signal Power) بالنسبة لقوة القيمة الكهربائية للضوضاء أكبر من ١٠، فإن الاشارة $V_2(t)$ يمكن أن تكتب كالتالي:

$$V_2(t) = K_f \cdot d(t) \qquad (39)$$

حيث إن d(t) هي عبارة عن المعلومات التي تم بعثها باستخدام إشارة FSK أي المحمولة في الإشارة $S_{FSK}(t)$. حيث إن الرمز K_f في قاعدة رقم (39) هو عبارة عن رقم ثابت يمكن التعويض عنه باستخدام (Gain Amplifier).

2- النوع الثاني: الاستقبال غير المتناسق (Non-Coherent Dtection).

شكل (49) يوضح واحداً من الأنظمة المستخدمة في عملية الاستقبال غير المتناسق ويسمى بنظام (Bandpass Limiter Discriminator) ويستخدم هذا النظام في كثير من التطبيقات مثل المذياع، والأجيال القديمة من الأجهزة الخلوية والتلفاز.



شكل (49) نظام Bandpass Limiter Discriminator

ويتكون هذا النظام ممّا يلي:

أ - محدد المدى (Limiter): هو عبارة عن جهاز لمنع تذبذب مدى الإشارة لإبقائه ثابتا عند دخول الإشارة لهذا النظام. على سبيل المثال لو كانت الإشارة $S_{FSK}(t)$ قد تعرضت لنوع من التشويه خلال عملية الإرسال ليصبح مداها يعتمد على الوقت

$$S(t) = z(t)\cos[w_c t + \theta(t)] \qquad (40)$$

فإن جهاز «Limiter» يلغي هذا التذبذب لتصبح الاشارة على مصدر محدد المدى

$$\hat{S}(t) = A\cos[w_c t + \theta(t)] \qquad (41)$$

ب - مرشح متوسط المدى (Bandpass Filter: BPF) يستخدم BPF لتصفية مدى إشارة (FSK Smoothing).

ج - صانع التفاضل (Differentiator) يعمل هذا الجزء لإظهار زاوية الإشارة على مدى الإشارة.

د - متابع المدى (Envelope Detector) يتكون هذا الجهاز من جزأين: الجزء الأول هو عبارة عن صمام ثنائي (Diode) ليتبع مدى الإشارة في أحد جزأيها إما الأعلى (اذا كان الصمام الثنائي يعمل على الاتجاه الموجب)، أو جزئها الأسفل (اذا كان يعمل الصمام الثنائي على الاتجاه السلبي). الجزء الثنائي من الجهاز هو عبارة عن مرشح قليل التردد (LPF) ليقوم بإلغاء الجزء عالي التردد من الإشارة (HF) ويسمح بتمرير الجزء قليل التردد من الإشارة (LF)، والذي هو عبارة عن إشارة المعلومات.

ه - المكثف (Capacitor): الهدف من المكثف هو إزالة قيمة الإزاحة الموجودة في هذا الجزء من الإشارة (DC Component) والناتج عن قيمة تردد الإشارة الحاملة.

لتحليل عمل هذا النظام، لو كانت إشارة FSK على مدخل محدد المدى هي عبارة عن

$$S_{FSK}(t) = z(t)\cos[w_c t + \theta(t)] \qquad (42)$$

فإن الإشارة على مخرج محدد المدى $\hat{S}(t)$ تساوي:

$$\hat{S}(t) = A\cos[w_c t + \theta(t)] \qquad (43)$$

بعد ذلك تنتقل الإشارة $\hat{S}(t)$ إلى المرشح متوسط المدى وينتج عنه نفس الإشارة $\hat{S}(t)$ حيث إن هذا المرشح قيمة تردّده الوسطية تساوي قيمة تردد الإشارة الحاملة. وقيمة مدى الطيف لهذا المرشح تساوي قيمة مدى الطيف لإشارة FSK الممثلة بالإشارة $S_{FSK}(t)$. بعد ذلك تنتقل هذه الإشارة إلى صانع التفاضل (Differentiator) لينتج الإشارة $S_e(t)$ حيث تمثل كالآتي:

$$\begin{aligned} S_e(t) &= \frac{d}{dt}\{A\cos[w_c t + \theta(t)]\} \\ &= A[w_c + \theta'(t)]\cos[w_c t + \theta(t)] \end{aligned} \qquad (44)$$

حيث إن $\theta'(t)$ تمثل القيمة التفاضلية لزاوية المعلومات $\theta(t)$ وتساوي

$$\theta'(t) = k_f d(t) \qquad (45)$$

بعد ذلك يقوم متتبع المدى بتتبع مدى الإشارة $S_e(t)$ وينتج الإشارة $V_e(t)$ التي تمثل مدى الإشارة $S_e(t)$ كما هو مبين في قاعدة رقم (44).

$$V_e(t) = A[w_c + \theta'(t)] \qquad (46)$$

لاحظ أن هذه الإشارة $V_e(t)$ تحتوي على قيمة ثابتة (DC Value) التي تمثل قيمة تردد الإشارة الحاملة (w_c)، وجزء آخر $\theta'(t) = k_f d(t)$ يحتوي على المعلومات الأصلية d(t). المكثف بدوره سيقوم بإلغاء الجزء الثابت من الإشارة وينتج الإشارة $V_0(t)$

$$V_e(t) = A\theta'(t) = A \cdot k_f \cdot d(t) \qquad (47)$$

يمكن استخدام مضخم (Amplifier) بقيمة كسب (Gain:g) تساوي ($A \cdot k_f$)1، لتصبح الإشارة $V_0(t)$ هي عبارة عن الإشارة d(t).

3.8 تعديل الزاوية الثنائي (Binary Phase Shift Keying: BPSK)

تتغير زاوية إشارة PSK تناسبياً مع تغيير مدى إشارة المعلومات. حيث إن لحظة تغير المعلومات تسبب نقطة عـدم اتصال أو ما يعرف بتغيير الزاوية (Phase Shift). في هذه الإشارة المدى والتردد يبقيان ثابتين مع تغيير المعلومات.

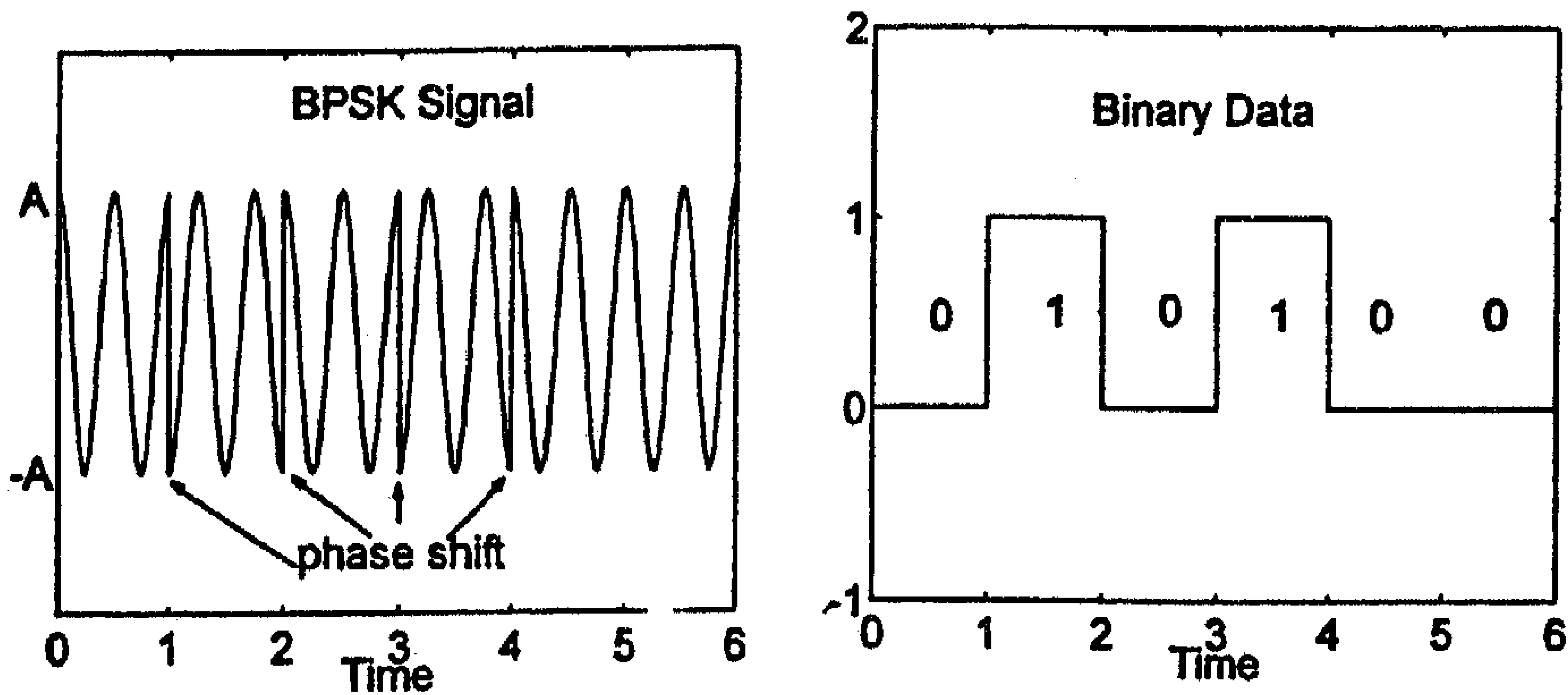
المصطلح العام لتمثيل هذه الإشارة ($S_{PSK}(t)$) كالآتي

$$S_{PSK}(t) = A\cos[w_c t + \theta_i(t)] \qquad \theta_i = \pi \cdot i \,, i = 0,1 \qquad (48)$$

حيث إن زاوية المعلومات بالنسبة للمعلومات يمكن أن تمثل كالتالي:

$$\theta(t) = k_p d(t) \qquad (49)$$

والرمز k_p هو عبارة عن رقم ثابت بوحدة (rad /volts)، ويمثل مدى حساسية الجهاز الذي ينتج إشارة PSK (PSK Modulator Sensitivity). شكل (50) يوضح إشارة المعلومات d(t) وإشارة PSK حيث اختير معدل المعلومات $R_b = 1$ bit/sec.

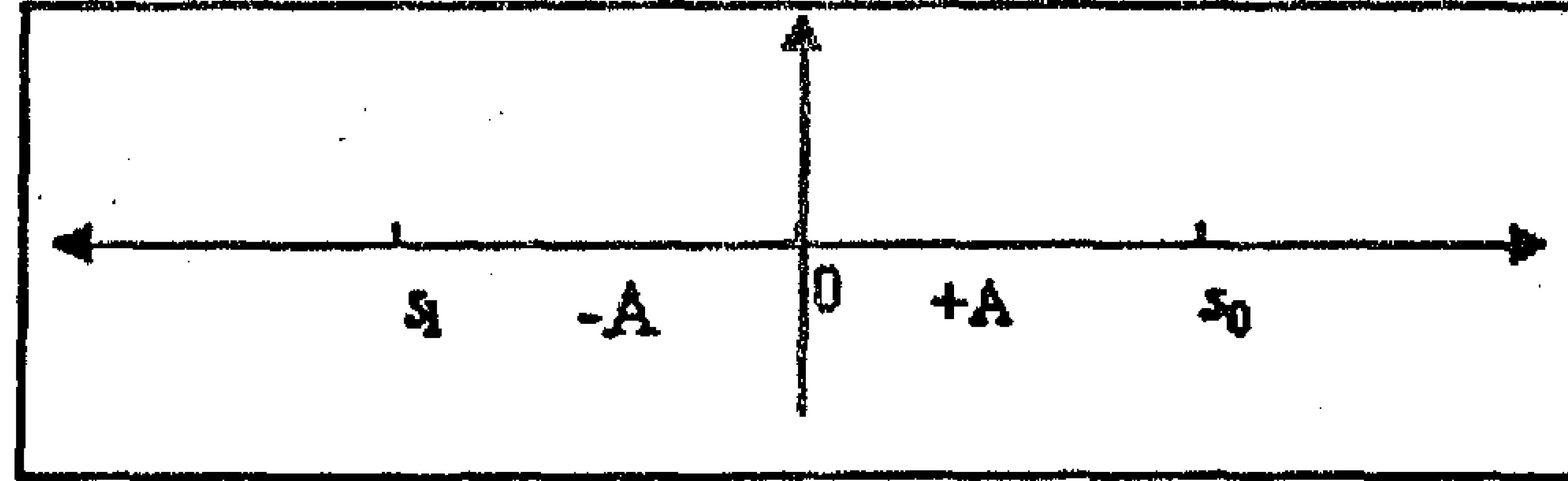


شكل (50-أ): إشارة المعلومات　　شكل (50-ب): إشارة الـBPSK

يمكن تمثيل إشارة $S_{PSK}(t)$ كقيمة مدى مطلقة (Amplitude) وزاوية. بمعنى آخر يمكن تمثيل إشارة الـ PSK كمطاور (Phasor)، حيث تصبح الإشارة في قاعدة رقم (48).

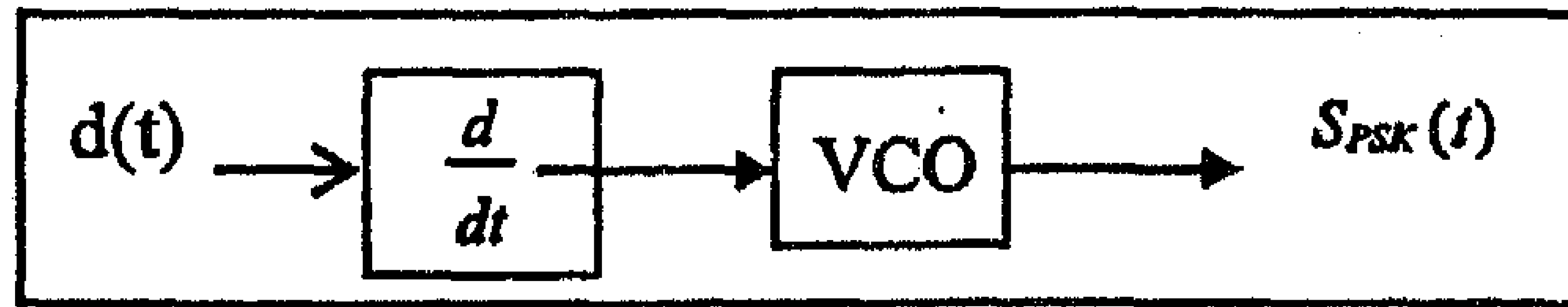
$$S_0(t) = A\angle 0^o$$
$$S_0(t) = A\angle \pi^o \qquad (50)$$

كما هو موضح في شكل (51) وهذا ما يعرف بإسم فضاء الإشارة (Signal Constellation or Signal Space).



شكل (51) التمثيل الفضائي لإشارة BPSK

يمكن الحصول على إشارة BPSK باستخدام طريقة التعديل لإشارة FSK كما هو مبين في شكل (52).



شكل (52) نظام صانع إشارة الـPSK

لاحظ السبب في استخدام صانع التفاضل (Differentiator)، يعود إلى أن التردد اللحظي لإشارة FSK يتغير تناسبيًا حسب قيمة المعلومات، في حين التردد اللحظي للإشارة $S_{PSK}(t)$ يتغير تناسبياً مع القيمة التفاضلية لإشارة المعلومات، وهذا ما يعلل استخدام صانع التفاضل.

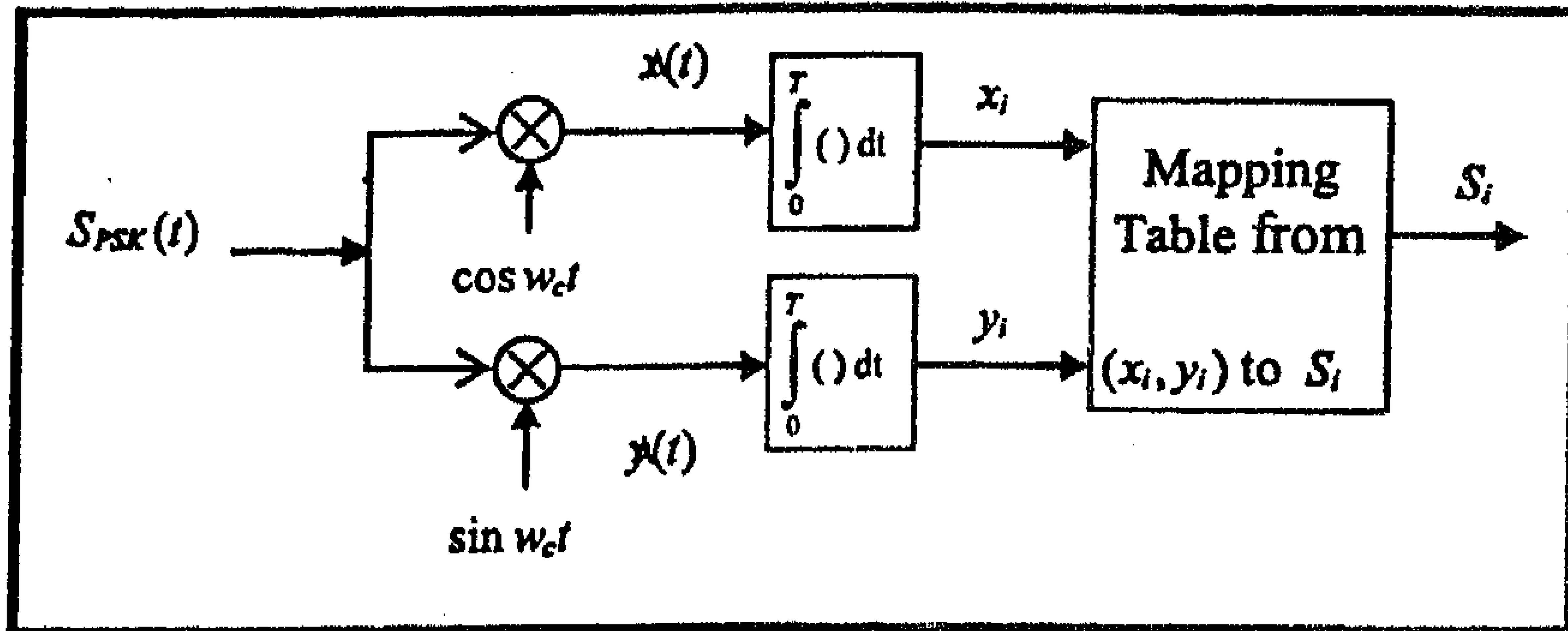
* استقبال إشارة PSK (PSK Demodulation)

عملية عكس التعديل (Demodulation) لإشارة PSK يستخدم فيها الاستقبال المتناسق فقط سنقوم بتحليل نظامين في هذا السياق.

1. النظام الأول يستخدم نظام الـ(PLL): يمكن استخدام نظام PLL لاستقبال إشارة

PSK كما هو موضح في شكل (48) ولكن باضافة مرشح قليل المدى (Lowpass Filter) بعد الإشارة $V_2(t)$ في شكل (48) ويعمل كما شرح في حالة تتبع إشارة FSK.

2. النظام الثاني: شكل (53) يوضح النظام الثاني ويسمى بنظام المقارنة بحيث يعمل هذا النظام على مقارنة إحداثيات الإشارة القادمة مع الاحداثيّات الممثلة في فرعي الجهاز.



شكل (53) نظام المقارنة لاستقبال إشارة الـBPSK

بعد المقارنة يعمل الجهاز المكامِل (Integrator) على إزالة الجزء الذي يحتوي على التردد العالي ويبقي على الجزء الذي يحتوي على التردد القليل الموجود به المعلومات المرسلة. لمعرفة كيفية عمل هذا النظام، نبدأ بكتابة إشارة $S_{PSK}(t)$

$$S_{PSK}(t) = A\cos[w_c t + \theta_i(t)] \qquad \theta_i = \pi \cdot i \,, i = 0,1 \qquad (51)$$

عند دخول هذه الإشارة إلى المتتبع، تضرب أولا في إشارتين. الأولى تمثل الإشارة الحاملة $(2/A)\cos w_c t$، بينما تمثل الإشارة الثانية الإشارة الحاملة مزاحة بمقدار 90 درجة $(2/A)\cos[w_c t + 90^0] = (2/A)\sin w_c t$. ناتج عملية الضرب هو

$$\begin{aligned} x(t) &= A\cos[w_c t + \theta_i(t)] \cdot (2/A)\cos w_c t \\ &= \cos[2w_c t + \theta_i] + \cos\theta_i \end{aligned} \qquad (52)$$

و

$$\hat{y}(t) = A\cos[w_c t + \theta_i(t)]\cdot(2/A)\sin w_c t$$
$$= \sin[2w_c t + \theta_i] + \sin\theta_i \qquad (53)$$

حيث يمثل الجزء الذي يحتوي على $\cos[2w_c t + \theta_i]$ و $\sin[2w_c t + \theta_i]$ في كل من $\hat{x}(t)$ و $\hat{y}(t)$ الجزء العالي التردد (High Frequency) من الإشارة، بينما الجزء الذي يحتوي على $\cos\theta_i$ و $\sin\theta_i$ يمثل الجزء ذا التردد القليل (Low Frequency). بعد مرور كل من $\hat{x}(t)$ و $\hat{y}(t)$ على المكامل (Integrator) والذي يمثل مرشّحا قليل الطيف (LPF)، يقوم المكامل بتمرير الجزء القليل التردد ويمنع مرور الجزء الذي يحتوي على الترددات العالية كما هو مبين في شكل (53). بعدها يتم تحويل الإحداثيات (x_i, y_i) إلى المعلومة المناسبة حسب الجدول الموجود في جدول عملية التحويل (Mapping Table). على سبيل المثال، لو كانت الإحداثيات الناتجة هي $(x_i = A,\ y_i = 0)$، حسب فضاء الإشارة التي تكون متوفرة في (Mapping Table) كمرجع، فإن هذه الإحداثيات تحول إلى الإشارة S_0، والتي تعني أن المعلومة التي بعثت هي البيناري صفر، أي أن المعلومة التي بعثت هي $d(t) = 0$.

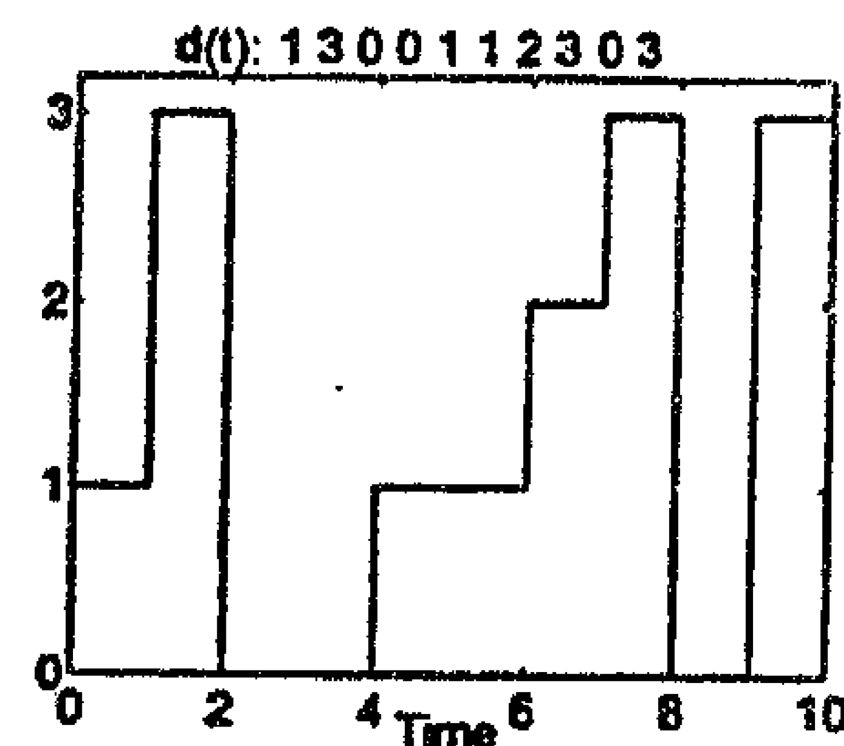
4.8 التعديل متعدد التغير (M-ary Modulation)

في نظام الاتصالات ثنائي التغير كل رمز (Symbol) يحتوي على (One bit) ولكن في حالة نظام التعديل متعدد التغير، كل رمز يحتوي على (n–Bits) أي أن حجم المعلومات في كل رمز (Symbol) في نظام التعديل متعدد التغير يزداد حسب قاعدة رقم (3). أي يعني ذلك أن نظام التعديل يستخدم (M–levels) وأن كل رمز من الرموز «M» يحتوي على (n–Bits). على سبيل المثال إذا كان نظام التعديل المستخدم (M–PSK)، وكانت قيمة M=4. فإن إشارة (PSK) تحتوي على أربعة تغيرات في الزاوية.

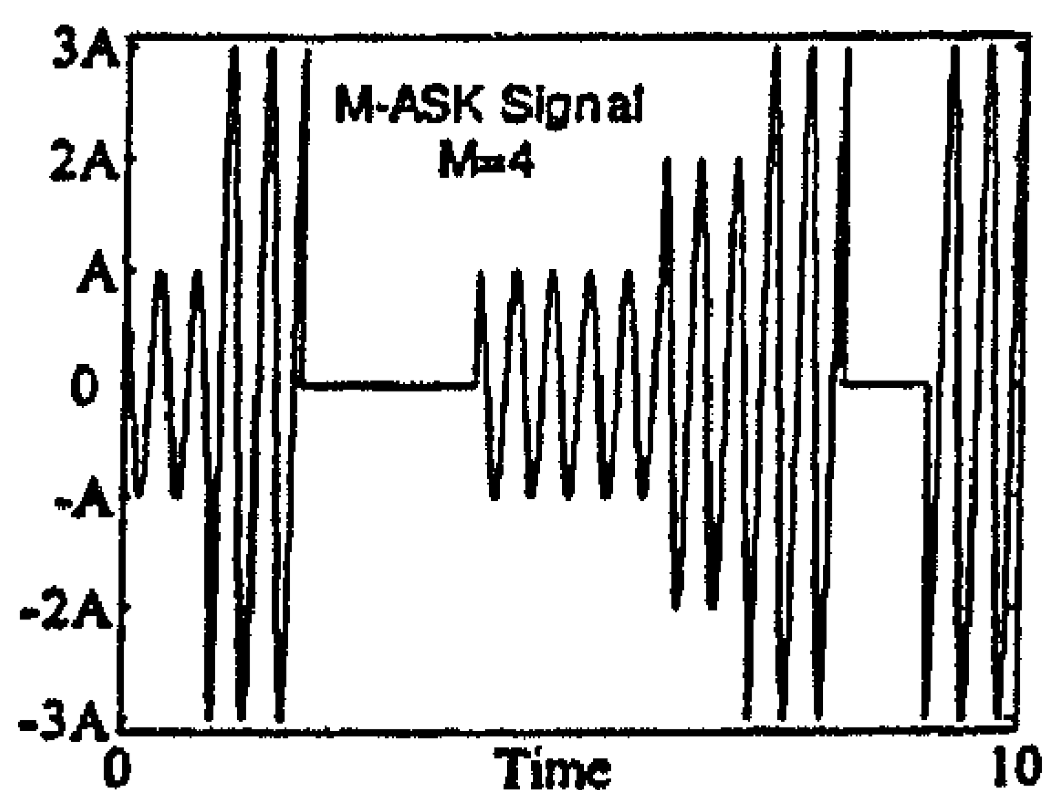
لا يوجد أي اختلاف بين نظام التعديل ثنائي التغير ونظام التعديل متعدد التغير من ناحية مبدأ عملها أو الطريقة التي تتغير بها الإشارة المعدلة بالنسبة لإشارة المعلومات.

من شكل (54) لغاية شكل (56)، يوضح إشارة كل من إشارة MASK و MFSK و MPSK حيث إن قيمة M=4. في الشكل (54) لغاية الشكل (56) قيمة

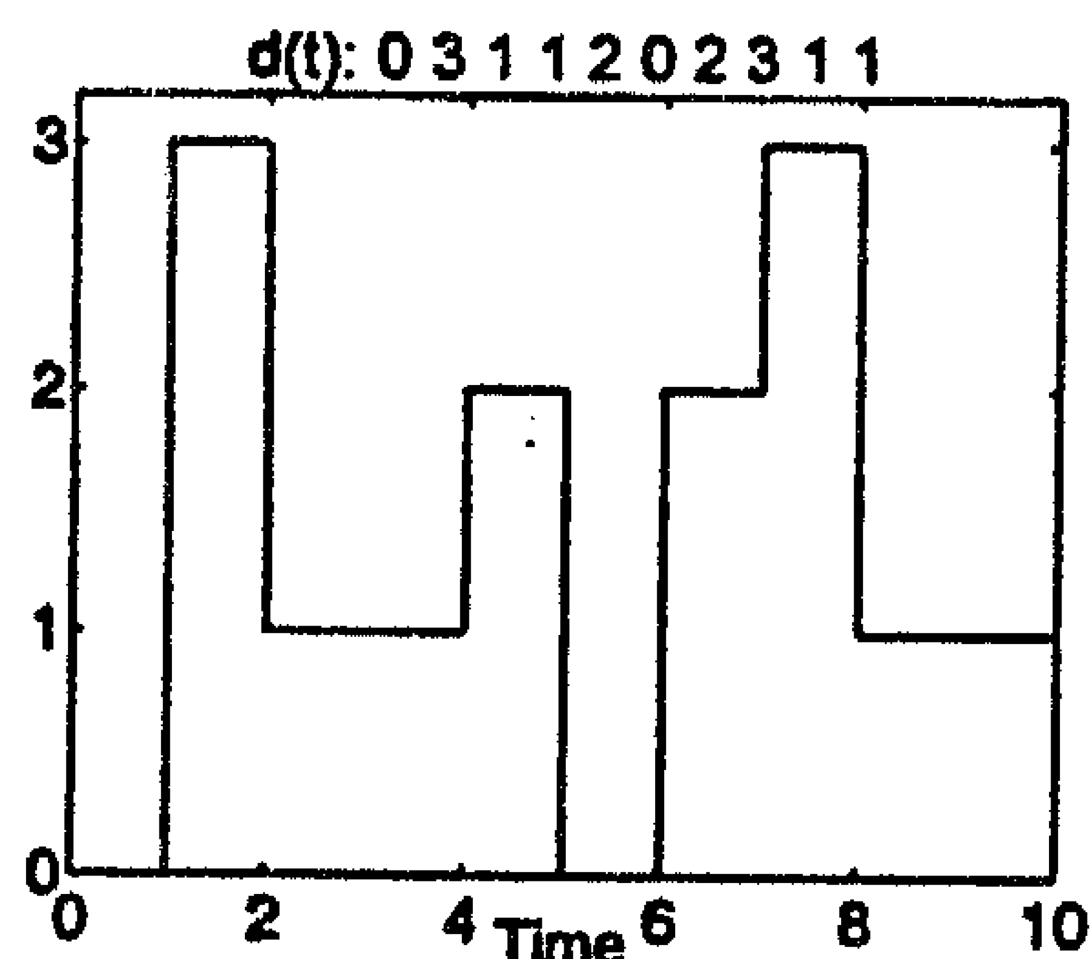
معدل إرسال المعلومات $R_s = 1$ symbol/sec حيث إن كل رمز (Symbol) يحتوي على (2 bits)، ومدى الإشارة الحاملة يساوي A.



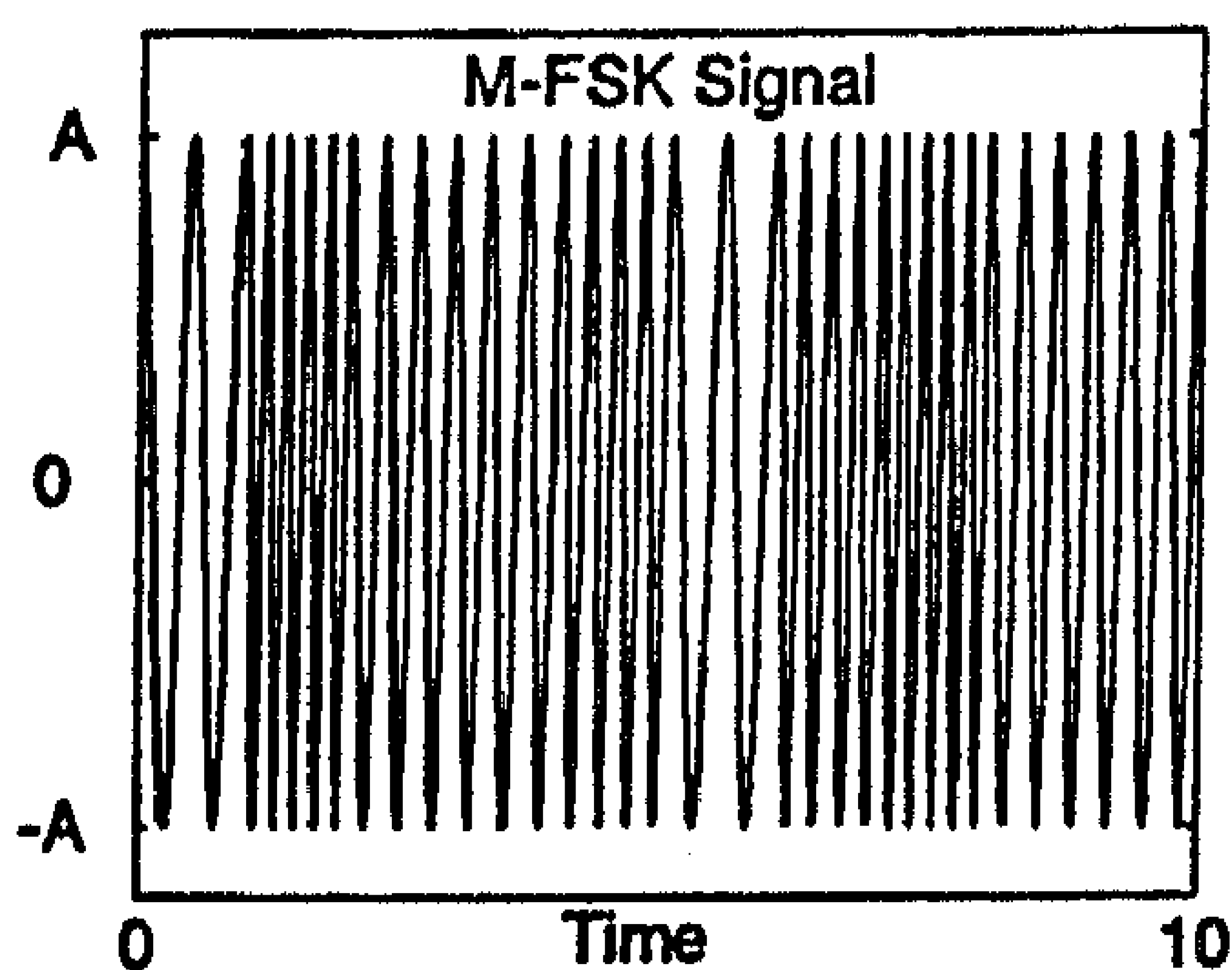
شكل (54-أ): إشارة المعلومات



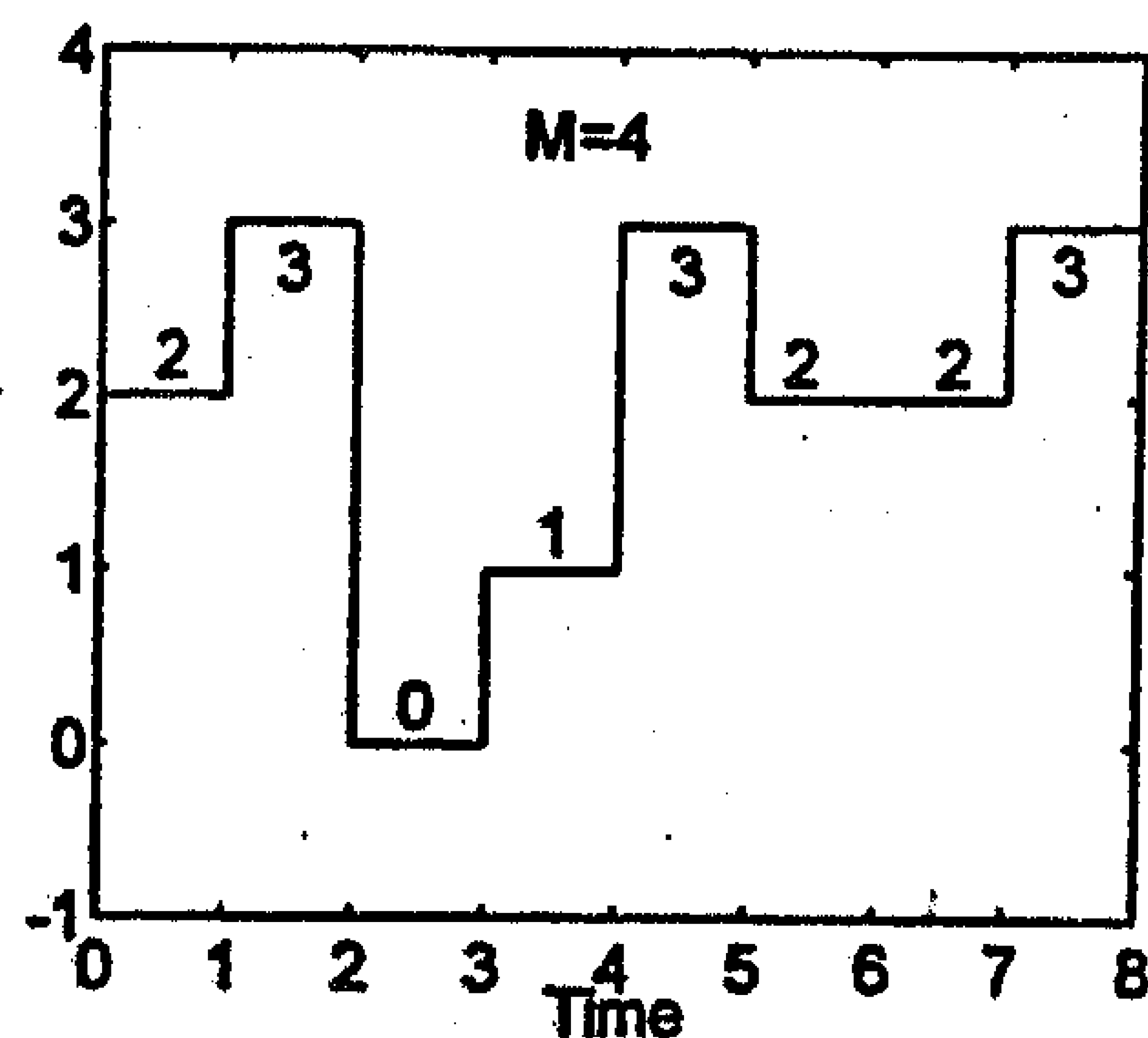
شكل (54-ب): إشارة 4ASK



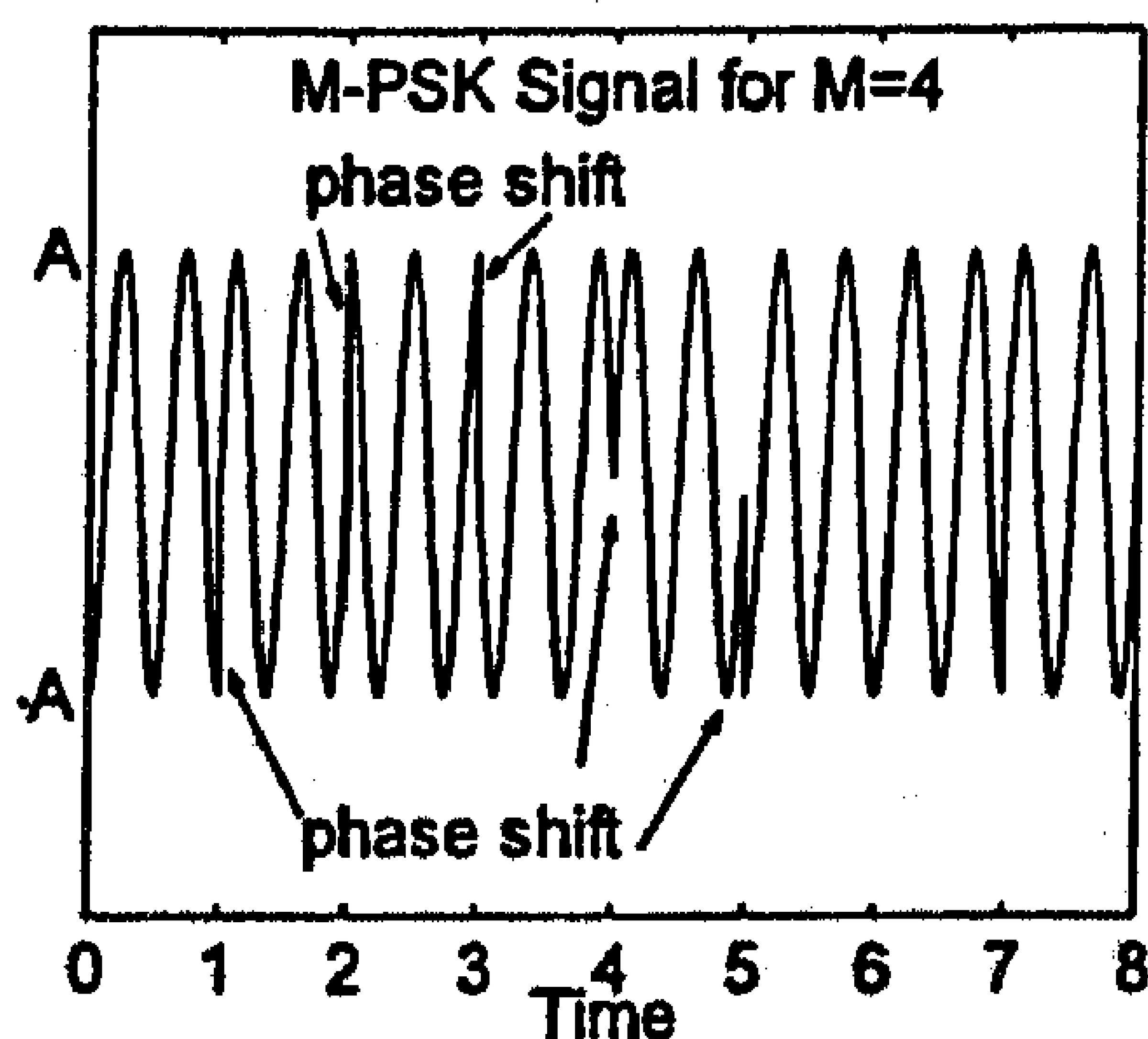
شكل (55-أ): إشارة المعلومات



شكل (55-ب): إشارة 4FSK



شكل (56-أ): إشارة المعلومات



شكل (56-ب): إشارة 4PSK

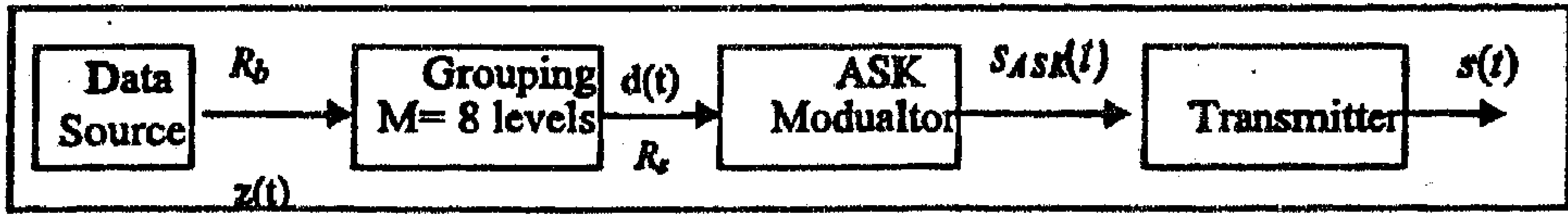
تدريب (5)

شكل (57) يوضح نظاماً يستخدم فيه 8ASK حيث إن إشارة المعلومات z(t)- 00011000011101000100101010101 1

أ- ما هي إشارة المعلومات d(t) .

ب- ارسم إشارة الـ ASK لإشارة المعلومات في فرع أ.

ج- احسب قيمة مدى الطيف إشارة $S_{ASK}(t)$.



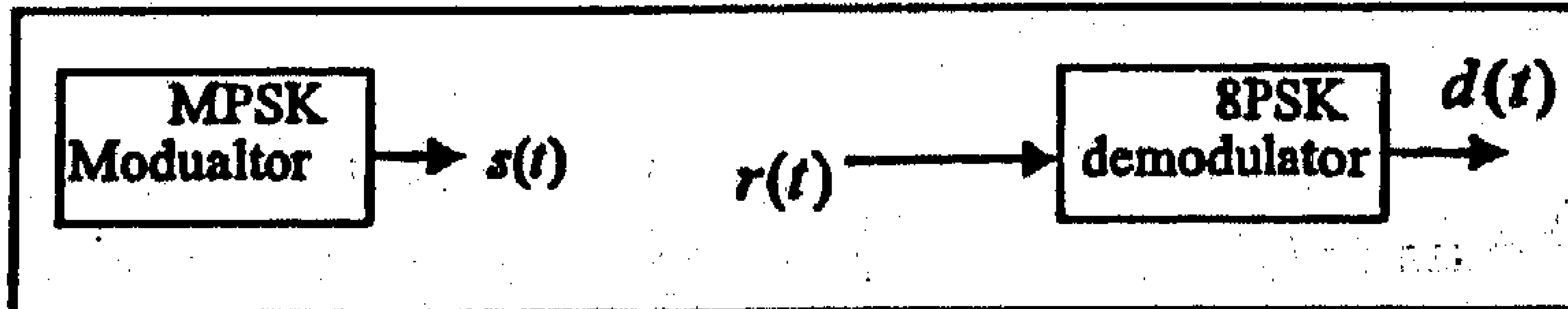
شكل (57) نظام الإرسال لتدريب (5)

تدريب (6)

بالرجوع إلى شكل (58). تمثل الإشارة $s(t)$ إشارة 8PSK والإشارة r(t) تمثل إشارة 8PSK على مصدر (8PSK demodulator) بعد مرورها بوسط الإرسال الذي بدوره سبب أخطاء في إشارة 8PSK المرسلة بسبب الضوضاء الموجودة عليه. فإذا كانت عينة من إشارة r(t) لثلاث فترات زمنية مختلفة ($s_1 s_2 s_3$ 3 different symbols) كالتالي:

$$r_1 = A\angle 19^\circ, r_2 = A\angle -170^\circ, r_3 = A\angle -86^\circ$$

حيث يمثل A مدى الإشارة الحاملة. ما هو ناتج (8PSK Modulator)



شكل (58) نظام الإرسال لتدريب (6)

5.8 احتمالية الخطأ في نظام التعديل الرقمي

في نهاية هذا القسم، لابد من التحدث عن مدى احتمالية وقوع الأخطاء في إرسال المعلومات الرقمية ((Probability of Error: P(e)) التي تعتبر المقياس الحقيقي لصحة المعلومات المرسلة ومدى فعالية نظام الاتصالات المستخدم في دقة نقل هذه المعلومات وقدرة نظام التعديل على مقاومة الضوضاء التي تؤثر على الإشارة المرسلة خلال مرورها بقناة الإرسال.

على سبيل المثال: إذا كانت $p(e)=2\cdot 10^{-6}$، وتم إرسال $N=10^7$ bits، فإن معدل عدد البت (bits) المتوقع أن توصل خطأ (No. errors) تحسب كالتالي:

$$\text{No.errors} = 2\cdot 10^{-6}(10^{7}) = 20\ bits$$

فهذا يعني أنه كلما ترسل 10^7 data bits فمن التوقع أن معدل الخطأ في هذه المعلومات هو عبارة عن 20 bits، وعدد الـ data bits التي ستوصل بدون أخطاء هو عبارة عن احتمالية استقبال المعلومات بدون خطأ :Probability of Correct) (P(c)) مضروبة بعدد data bits المرسلة:

$$\text{No.correct}=p(c)\cdot N=[1-p(e)]\cdot 10^{7}=9.99998\cdot 10^{6}$$

كل نظام تعديل يوجد له مصطلح خاص لحساب احتمالية وقوع الخطأ «P(e)» في إرسال واستقبال المعلومات. يعتمد هذا المصطلح أو الاقتران «P(e)» على عدة عوامل، منها:

1. التوزيع الاحتمالي للضوضاء (Noise Probability Density Function).
2. طريقة الاستقبال: حيث يوجد نوعان من الاستقبال، الاستقبال المتناسق (Coherent Detection) أو الاستقبال غير المتناسق (Non-Coherent Detection).
3. طبيعة قنال الإرسال (Channel)، ومنها على سبيل المثال: free space, fiber optics coaxial .....etc.

4. طبيعة اقتران طيف القوة الكهربائية لإشارة الضوضاء (Noise Power Spectral Density Function).

5. طبيعة اختلاط الضوضاء بالإشارة المبعوثة ومنها:

أ. الاختلاط الجمعي Additive Noise.

ب. الاختلاط المضروب Multiplicative Noise.

ج. الجمع بين أ و ب.

شكل (59) يعطي صورة عن الطريقة التي يؤثر بها كل من هذه المصطلحات المتعلقة بحساب معدل الأخطاء في المعلومات. لاحظ من الشكل أن الفرق بين إشارة المعلومات d(t) المرسلة وإشارة المعلومات الواصلة $\hat{d}(t)$ (Received Data Bits) يمثل عدد الأخطاء في المعلومات الناتجة عن عملية الإرسال والاستقبال. الدالات التالية تعرف كالآتي:

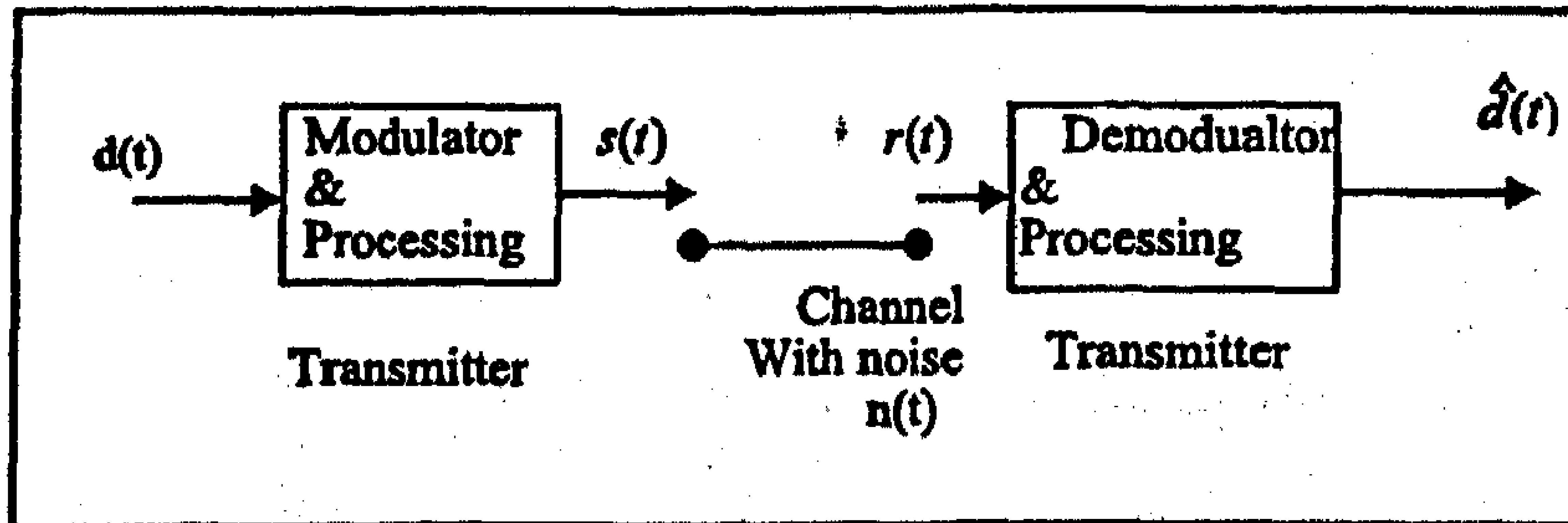
d(t): data bits

$\hat{d}(t)$: received data bits

s(t): modulated signal (transmitted signal)

n(t): the channel noise

r(t): the received signal



الشكل (59) العوامل التي تؤثر على حساب معدل الأخطاء في المعلومات

ويمكن أن تظهر الإشارة المستقبلة r(t) على شكل أحد المصطلحات التالية:

$$r(t) = s(t) + n(t): \text{Additive Noise} \quad (54)$$

$$r(t) = n(t)\, s(t): \text{Multiplicative Noise} \quad (55)$$

$$r(t) = n_1(t)\, s(t) + n(t): \text{Both Type} \quad (56)$$

سنختص في هذا البند عندما يكون اقتران التوزيع الاحتمالي للضوضاء (Probability Density Function: pdf) يتبع توزيع القاوسيان (Gaussian) وطريقة اختلاط الضوضاء n(t) بالإشارة s(t) عبارة عن الاختلاط الجمعي (Additive) كما هو موضح في قاعدة رقم (54)، بالإضافة إلى أن اقتران توزيع طيف القوة الكهربائية للضوضاء $S_n(w)$ (Noise Power Spectral Density) ثابت لجميع الترددات، وهذا ما يعرف بإسم الضوضاء البيضاء (White Noise) ويمكن تمثيلها كالتالي:

$$S_n(w) = N_0 \text{ Hz/watts} \quad \text{for all frequencies} \quad (57)$$

وتسمى "N_0" بشطري طيف إقتران توزيع القوة الكهربائية للضوضاء (Double Sided Power Spectral Density) وتمثل قيمه ثابتة ووحدتها Hz/watts .

بينما اقتران التوزيع الاحتمالي للضوضاء يتبع توزيع القاوسيان (Gaussian) : $p_n(n)$

$$p_n(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} e^{-0.5\left(\frac{n-\bar{n}}{\sigma_n}\right)^2} \quad (58)$$

والإشارة r(t) كما هو في (55)

$$r(t) = s(t) + n(t) \quad (59)$$

وتسمى هذه الحالة في (Additive White Gaussian Noise Channel AWGN). تحت هذه الظروف فإن اقتران قياس احتمالية الخطأ (pdf) لكل من الأنظمة: BASK, BFSK, BPSK مبين في جدول (5).

جدول (5) اقتران احتمالية وقوع الخطأ لأنواع التعديل المختلفة

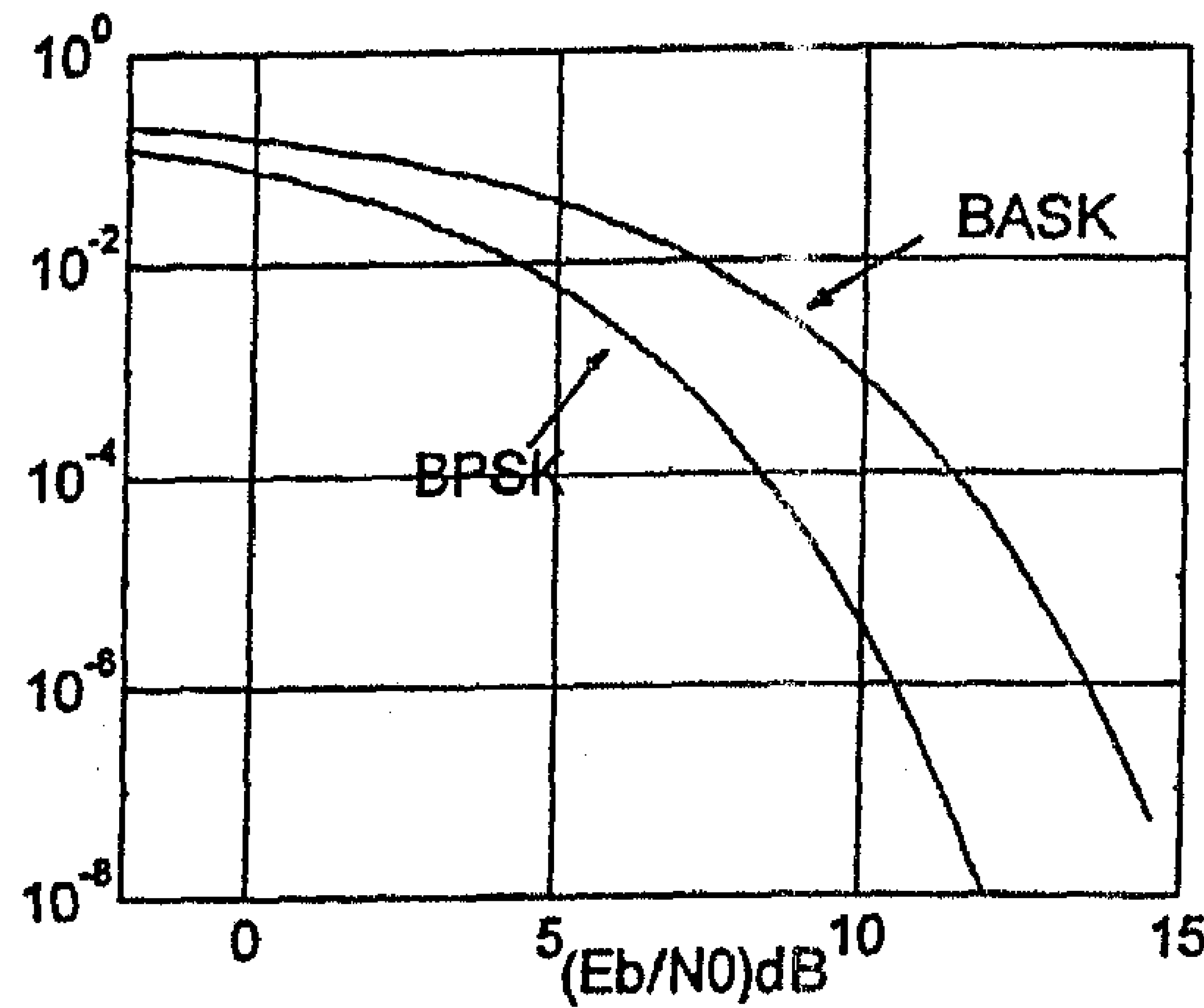
Modulation Type	Bit probability of error
BASK	$Q(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}})$
BPSK	$Q(\sqrt{\frac{2 \cdot E_b}{N_0}})$
BFSK	$Q(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}})$

حيث إن E_b ترمز إلى طاقة المعلومة الواحدة (Bit Energy) ووحدتها الجولز (Jouls)، و"N_0" هي عبارة عن قيمة اقتران توزيع الطاقة الكهربائية لطيف الضوضاء $S_n(w)$، بوحدة «Watts /Hertz»، والاقتران $Q(x)$ يسمى باقتران مكملة اقتران الخطأ يحسب من

$$Q(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{x}^{\infty} e^{-0.5\cdot y^2}\,dy \qquad (60)$$

قيم هذا الاقتران $Q(x)$ معطاة في الوحدة الثانية في جدول (17). شكل منحنى إقتران احتمالية وقوع الأخطاء موضح في شكل (60). حيث يوضح هذا الشكل رسم اقتران احتمالية الخطأ لكل من إشارتي BPSK و BASK، ويعكس هذا الشكل أن نظام تعديل BPSK يعمل أفضل من نظام تعديل ASK بالنسبة لفعالية القوة الكهربائية (Power Efficiency)، مما يعني أنه إذا أُعطي النظامان نفس كمية القوة Power، فإن عدد الأخطاء المتوقع حدوثها في نظام BPSK أقل من عدد الأخطاء المتوقع حدوثها في نظام BASK. على سبيل المثال إذا بُعث 10^7 bits وكانت قيمة $E_b/N_0 = 10$ dB، فاحتمالية وقوع الخطأ في نظام BPSK تساوي تقريبا $P_B \approx 10^{-6}$ واحتمالية وقوع الخطأ في نظام BASK تساوي تقريبا $P_B \approx 2\cdot 10^{-4}$، مما يعني أن عدد الأخطاء لكل منهما يساوي:

$(N_{errors})_{BPSK} \approx 10^6 \cdot 10^{-6} = 1\,\text{bit}$ و $(N_{errors})_{BASK} \approx 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 200\,\text{bits}$.



شكل (60) منحنى احتمالية الخطأ لكل من BASK و BFSK

في حالة استخدام البث الرقمي متعددِ المدى (M-ary signaling)، يمكن حساب احتمالية وقوع الخطأ الرمزي (Probability Of Symbol Error)، لكل من MASK , MPSK , MFSK، كما هو مبين في جدول (6).

جدول (6) اقتران احتمالية الخطأ الرمزي لكل من MASK , MFSK , MPSK

modulation type $M>2$	Symbol probability of error
MASK	$2\cdot Q\left(\sqrt{\frac{6\cdot E_s}{M^2\cdot N_0}}\right)$
MPSK	$2\cdot Q\left(\sqrt{\frac{2\cdot E_s\log_2 M}{N_0}}\sin\frac{\pi}{M}\right)$
MFSK	$(M-1)\cdot Q\left(\sqrt{\frac{2\cdot E_s}{N_0}}\right)$

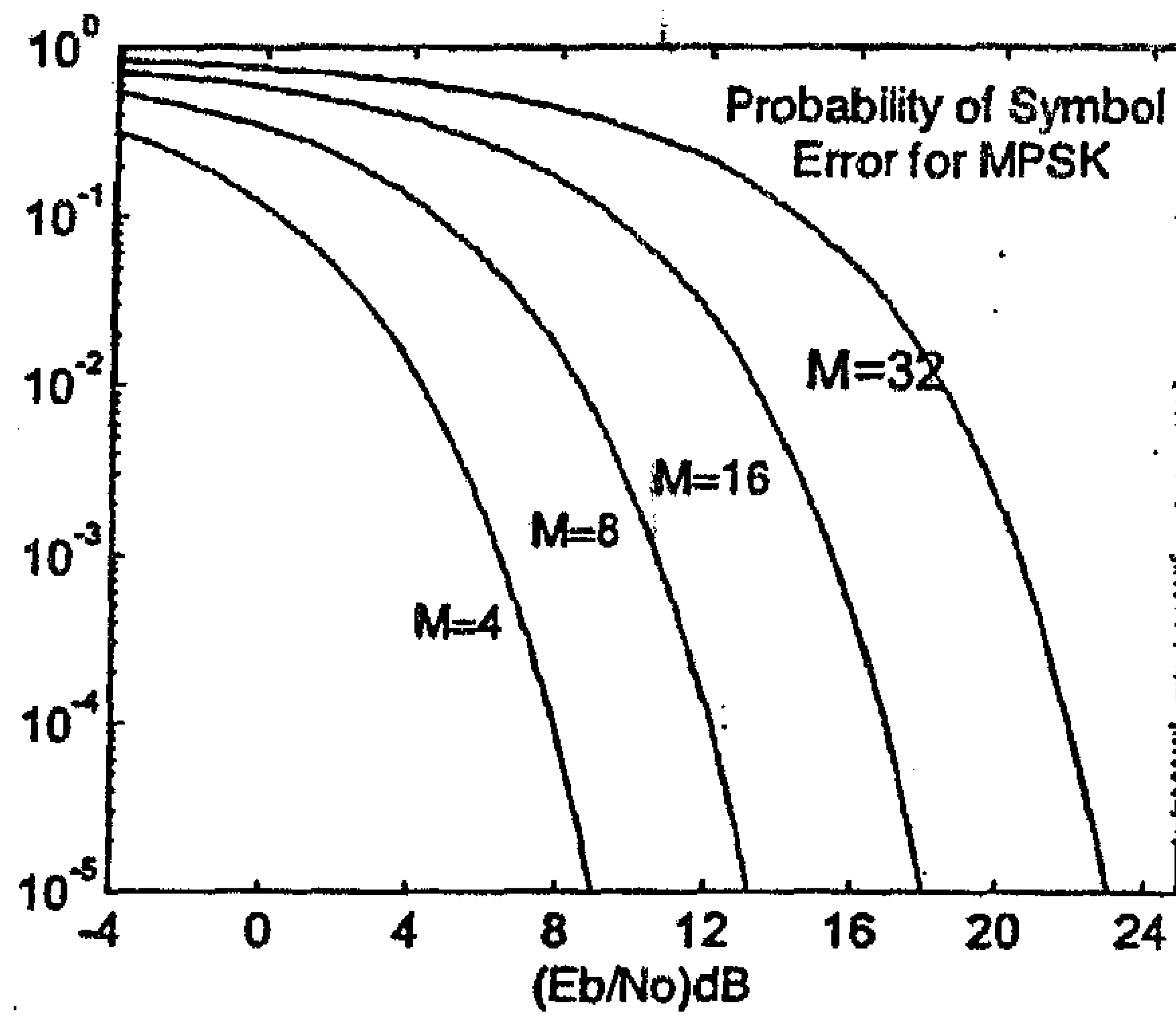
حيث إن E_s في جدول (6) تمثل معدل القوة الكهربائية للرمز الواحد (Symbol Energy). علاقة احتمالية وقوع خطأ في البت (p_b :Probability Of Bit Error) إلى وقوع خطأ في الرمز (p_E Probability Of Symbol Error) لكل من MASK و MPSK تحسب كالتالي:

(61)
$$p_b = \frac{p_E}{\log_2 M}$$

وفي حالة MFSK تحسب كالتالي:

(62)
$$p_b = \frac{p_E}{M-1}$$

شكل (61) يبين احتمالية وقوع الخطأ الرقمي لنظام التعديل MPSK.



شكل (61) احتمالية الخطأ الرقمي لـMPSK

واضح من شكل (61) أنه كلما زادت قيمة «M» تزداد معها احتمالية وقوع الخطأ في المعلومات المرسلة، هذا متوقع لأنه مع زيادة قيمة M تصبح قيمة معدل القوة الكهربائية لكل معلومة مرسلة بِت (Bit Energy) أقل، مما يعني أن مقاومة البِت للضوضاء خلال مرورها بقناة الإرسال تقل أيضا مما يسبب زيادة في عدد الأخطاء في المعلومات المرسلة. لا بد من الذكر هنا أن منحنى اقتران احتمالية وقوع الخطأ لأي نظام دائما يأخذ نفس الشكل كما في شكل (60) وشكل (61).

مثال (13)

احسب قيمة القوة الكربائية للإشارة الحاملة (Carrier Power) عند مصدر المستقبل وقيمة الطيف اللازم لبعث الإشارة إذا كان معدل المعلومات $R_b = 10^6$ bits/sec

لكل من :

أ. نظام التعديل قليل التردد (Baseband Modulation)

ب. نظام التعديل BPSK

ت. نظام التعديل 8PSK

ث. نظام التعديل 8ASK

شريطة أن يحافظ نظام التعديل على قيمة احتمالية وقوع للخطأ $P_B \leq 10^{-6}$. علما بأن قيمة اقتران توزيع الطاقة الكهربائية للطيف للضوضاء $S_n(w)=10^{-7}$ watts/Hz .

الحل:

أ. في هذه الحالة

$$10^{-6}=Q\left(\sqrt{\frac{2\cdot E_b}{N_0}}\right)\Rightarrow E_b/N_0=11.35$$

وقيمة القوة الكهربائية للإشارة الحاملة تحسب من قيمة

$$P=E_b\cdot R_b=11.35\cdot N\cdot 10^6=11.35\cdot 2\cdot 10^{-7}\cdot 10^6=2.27 \text{ watts}$$

وقيمة الطيف في حالة (Baseband Transmission)

$$BW=R_S=R_b=10^6 \text{ Hz}$$

ب. في هذه الحالة P_B يمكن حسابها باستخدام جدول (5)

$$10^{-6}=Q\left(\sqrt{\frac{2\cdot E_b}{N_0}}\right)\Rightarrow E_b/N_0=11.35$$

وقيمة القوة الكهربائية للإشارة الحاملة كما في فرع (أ)، $P=2.2$ watts. ولكن قيمة الطيف تساوي

$$BW=2\cdot R_b=2\cdot 10^6 \text{ Hz}$$

ت. في هذه الحالة المعلومات ترسل باستخدام الرموز (Symbols)، لذلك يجب إيجاد قيمة P_E من P_B باستخدام قاعدة رقم (61)

$$P_E=p_B\cdot[\log_2(M)]=10^{-6}\log_2[4]=2\cdot 10^{-6}$$

حيث إن اقتران P_E يساوي

$$P_E = 3\cdot 10^{-6} = 2\cdot Q\left(\sqrt{\frac{2\cdot E_s \log_2 M}{N_o}}\sin\frac{\pi}{8}\right) \Rightarrow 4.65 \approx \sqrt{\frac{2\cdot E_s \cdot 3}{N_o}}\sin\frac{\pi}{8}$$

والذي يعطي قيمة لـ Power

$$P = 14.61\ \text{watts}$$

وقيمة الطيف في حالة

$$BW = R_s = \frac{2}{3}\cdot 10^6 = 0.66\cdot 10^6\ \text{Hz}$$

ث. كما في فرع (جـ)

$$P_E = p_B \cdot [\log_2(M)] = 10^{-6}\log_2[4] = 2\cdot 10^{-6}$$

حيث إن اقتران $(P_E)_{4ASK}$ يساوي

$$P_E = 2\cdot 10^{-6} = 2\cdot Q\left(\sqrt{\frac{6\cdot E_s}{M^2\cdot N_0}}\right) \Rightarrow \frac{6\cdot E_s}{M^2\cdot N_0} \approx (4.65)^2$$

والذي يعطي قيمة لـ Power

$$P = 15.22\ \text{watts}$$

وقيمة الطيف في هذه الحالة

$$BW = R_s = \frac{2}{3}\cdot 10^6 = 0.66\cdot 10^6\ \text{Hz}$$

تدريب (5)

احسب احتمالية قيمة الخطأ الرقمي (Probability Of Symbol Error) لكل من 4ASK، 4PSK، 4FSK، إذا كانت قيمة احتمالية الخطأ للمعلومة الواحدة (probability of bit error) تساوي $p_b = 10^{-6}$.

أسئلة التقويم الذاتي (4)

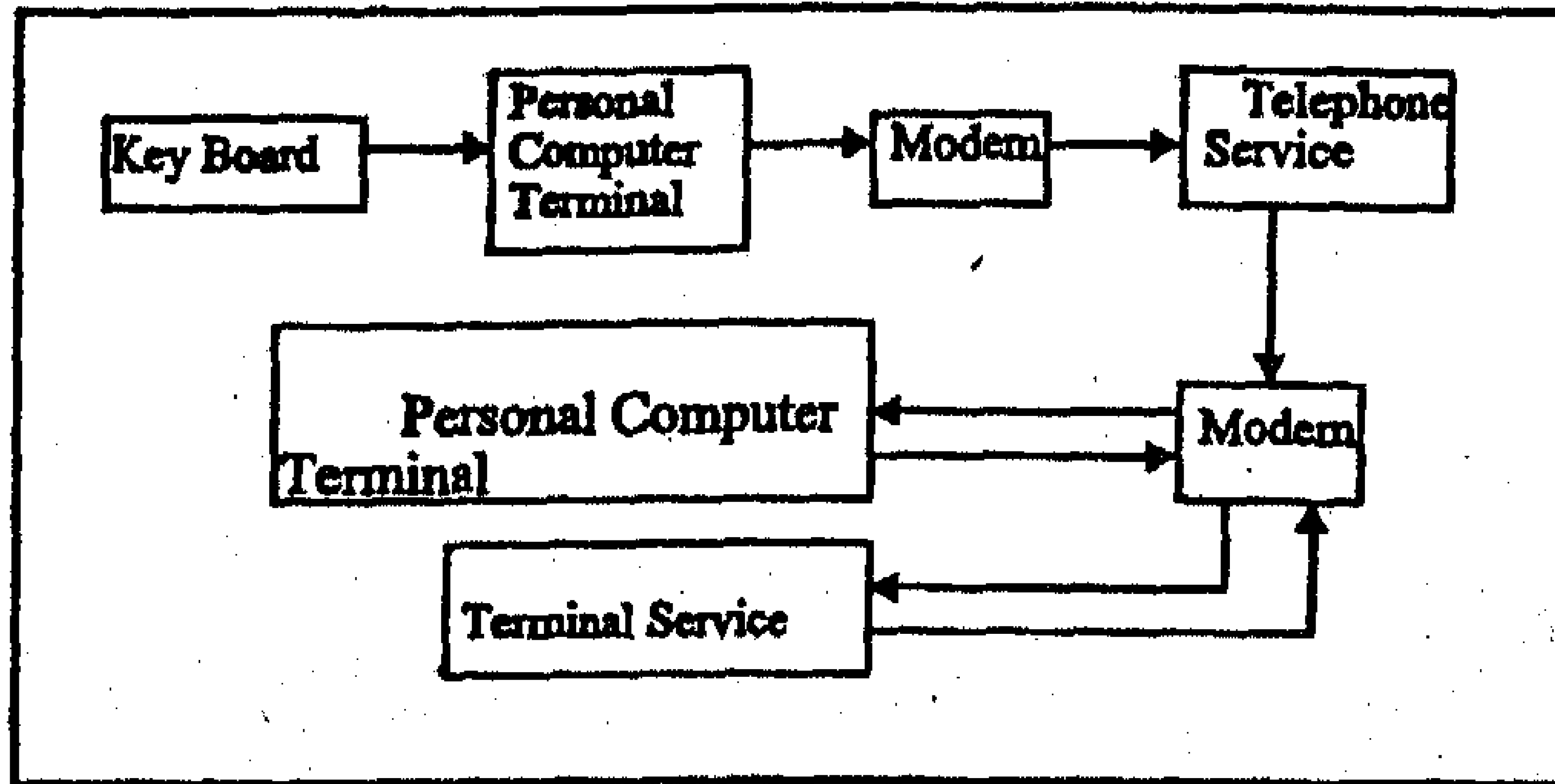
- عدد العوامل التي تؤثر على حساب احتمالية وقوع الخطأ «P(e)».

6.8 صانع الإشارة ومستقبل الإشارة «المودم» (Modem)

يتكون هذا الجهاز من (Modulator /Demodulator)، حيث يقوم المعدل (Modulator) على أخذ المعلومات قليلة التذبذب (Baseband Data) من جهاز الحاسوب ويدخلها على (Modulator) الذي بدوره ينتج إشارة معدلة (Band Pass Signal) بمواصفات طيفية (Spectral Characteristics) معينه تتناسب مع طبيعة قناة الإرسال (Channel). من جانب آخر يستقبل المودم الإشارة المعدلة القادمة من قناة الإرسال ويحولها إلى إشارة قليلة التذبذب (Original Data) عن طريق المستحصل (Demodulator) ومن ثم توفيرها إلى جهاز الحاسوب.

يوجد نوعان من المودم، النوع الأول يمكن أن يرسل ويستقبل معلومات بآن واحد ويسمى هذا النوع بالمودم المزدوج الكامل (Full Duplex). أما النوع الثاني فتتم فيه عملية الإرسال والاستقبال بفترات مختلفة، أي عندما يرسل المودم لا يستطيع أن يستقبل إلا عند الانتهاء من عملية الإرسال والعكس صحيح ويسمى هذا النوع من المودم بالمودم الزوجي النصفي (Half Duplex).

تختلف أنواع المودم عن بعضها البعض في سرعة استقبال وإرسال المعلومات ونظام التعديل المستخدم فيه. ولكن في جميع أنواع المودم لتفادي اختلاط إشارة الضوضاء الناتجة عن تردد التيار مع إشارة المعلومات (Noise Interference)، فلا تستخدم أي من المودم في عملية الإستقبال والإرسال قيمة تردد أقل من 300 Hz، شكل (62) يمثل مبدأ عمل المودم في تطبيقات تبادل المعلومات بين أجهزة الحاسوب.



شكل (62) الهيكل العام للمودم

يوضح الشكل كيف تتم عملية الاتصال بين أجهزة الحاسوب المختلفة عن طريق خط التلفون (Telephone Line) حيث يقوم جهاز الحاسوب بعملية اتصال (Dial Up) للشركة الحاملة لخدمة التلفونات (Telephone Company) التي تقوم بدور الوسيط بين أجهزة الحاسوب المختلفة في تبادل المعلومات. في نظام المودم المزدوج الكامل يستخدم فيه المودم ترددات بقيم مختلفة لعملية الإرسال وعملية الاستقبال. على سبيل المثال في نظام المودم (Bell System Type 103)، يستخدم المودم نظام تعديل التردد الرقمي (FSK) لتبادل المعلومات حيث يستخدم الترددات التالية في عملية الإرسال والإستقبال لكل Bit من المعلومات كما هو موضح في جدول (7).

جدول (7) ترددات المودم

Binary bits	Transmitter	Receiver
Binary 0	$f_0 = 1270$ Hz	$f_0 = 2025$ Hz
Binary 1	$f_1 = 1070$ Hz	$f_1 = 2225$ Hz

كما ذكر سابقاً تختلف أنواع المودم بسرعة الإرسال واستقبال المعلومات ونوع نظام التعديل المستخدم فيها. جدول (8) يوضح بعض هذه الأنواع المختلفة مبيناً فيها العناصر المختلفة التي تصف تقنية كل منها.

جدول (8): بعض أنواع المودم

Type	Data Rate Bits/sec	Mode	Type Line	Synch / Asynch	Modul	Frequancy Hz	
						TX	RX
1.Bell 202	1200	HDX	2W dail up	Asynch.	FSK	1200	2200
2.V.32 bits	14,400	FDX	4W dial up	Asynch.	128 QAM	1800	1800
3.CGITT V.32 Personal modems) serial binary data	2400 or 600 baud	FDX	212 type modem	Either	16 points QAM	f_0=1200 f_1=2400	f_0=2400 f_1=1200

4. Bell 212A Personal modems) serial binary data	1200 or 600 baud	FDX	103 type modem	Either	QPSK	f_0=1200 f_1=2400	f_0=2400 f_1=1200

HDX: hahfduplex, FDX: fullduplexSynch: synchronous, TX: transmitter RX: receiver

عملية التنسيق الزمني ضرورية (Time Clocking) ومهمة في إرسال وتبادل المعلومات حيث يستتصل المودم التنسيق الزمني اللازم لهذه العملية عن طريق المنسق الزمني الموجود في جهاز الحاسوب. تطبيقات المودم تمتد من إرسال وإستقبال المعلومات (Data Bits) إلى الإشارات الصوتية والإشارات الصورية. حديثاً يوجد نظام رقمي (Digital System) للمودم الذي يعتبر من أسرع أنظمة المودم الموجودة حاليا وهو DSL و ISDN، إذ يبلغ سرعته 144k bits /sec و 1.5M bits /sec. هذا النوع من المودم لا يعمل على مبدأ الخط التلفوني العادي إذ يعتمد مبدأ عمل هذه المودم على وجود خط رقمي خاص مباشر (Digital Subscriber Line) بهذه الخدمة مع الشركة الحاملة لخدمة التلفونات (Telephone Company). أنظمة التلفون العادي مرتبطة بطبيعة إشارة الصوت (Voice Signal) التي تنتقل عليه والممتدة من 300Hz إلى 3000Hz، وهذا السبب في عدم إمكانية تطوير نظام «Dialup» ليكون منافساً حقيقيا في السرعة الكبيرة لنقل المعلومات (High Data Rate Modems)، وما زال العمل مستمراً على توفير أجهزة مودم بسرعات أكبر لتبادل المعلومات.

9. الخلاصة

في الجزء الأول من هذه الوحدة تمت دراسة طبيعة المعلومات الرقمية والطرق المختلفة المستخدمة لتمثيل مثل هذه البيانات قبل عملية البث بالإضافة إلى عملية التحويل من النظام التناظري إلى النظام الرقمي. في الجزء الثاني من هذه الوحدة تمت دراسة كيفية إرسال واستقبال المعلومات الرقمية باستخدام طرق التعديل المختلفة سواء كانت قليلة التردد أو عالية التردد مثل عملية التعديل باستخدام المدى والتردد والزاوية. في نهاية هذه الوحدة تم استخدام نظرية الاحتمالات لحساب احتمالية وقوع الأخطاء في عملية الاستقبال لأنواع التعديل المختلفة عندما تكون إشارة الضوضاء تتبع توزيع الكثافة الاحتمالية القاوسيان. بالإضافة إلى أن توزيع الطيف الكهربائي لإشارة الضوضاء تتبع النوع الأبيض.

10. لمحة عن الوحدة الرابعة

الوحدة الرابعة تناقش موضوعي ترميز قناة الإرسال وموضوع التشفير. يستخدم ترميز القناة كتقنية في مجال الاتصالات الرقمية لإعطاء الإشارة التي تحتوي على المعلومات قوة أكبر لمقاومة الضوضاء الموجودة في قناة الإرسال. مبدأ عمل ترميز قناة الإرسال يعتمد على إرسال المعلومة ممثلة بعدد من الـ Bits بطريقة تعتمد على نوع الترميز المستخدم. في الوحدة الرابعة سيتم دراسة عدة أنواع من ترميز القناة منها: ترميز القناة الحزمي الخطي (Linear block Codes)، ترميز القناة الدوّار (Convolution Codes)، ترميز القناة الدوراني (Cyclic Codes).

بينما يهدف موضوع التشفير إلى إعطاء الإشارة المرسلة الأمان اللازم حتى لا يتسنى التعرف على هذه الإشارة من الجهات غير المسموح لها الاستفادة من هذه الإشارة. يوجد عدة طرق لعملية التشفير وسيتم دراسة التشفير باستخدام المفتاح العام والمفتاح الخاص في الوحدة الرابعة.

11 . إجابات التدريبات

تدريب (1):

باستخدام (5)

$$BW=\alpha\cdot R_s=\alpha\cdot\frac{R_b}{k}$$

في هذه الحالة الإشارة ترسل باستخدام التعديل قليل التردد، لذا قيمة $\alpha=1$، وقيمة مدى الطيف

لقيمة M= 8 $BW=\frac{36k}{3}=12k$ Hz

لقيمة M=16 $BW=\frac{36k}{4}=9k$ Hz

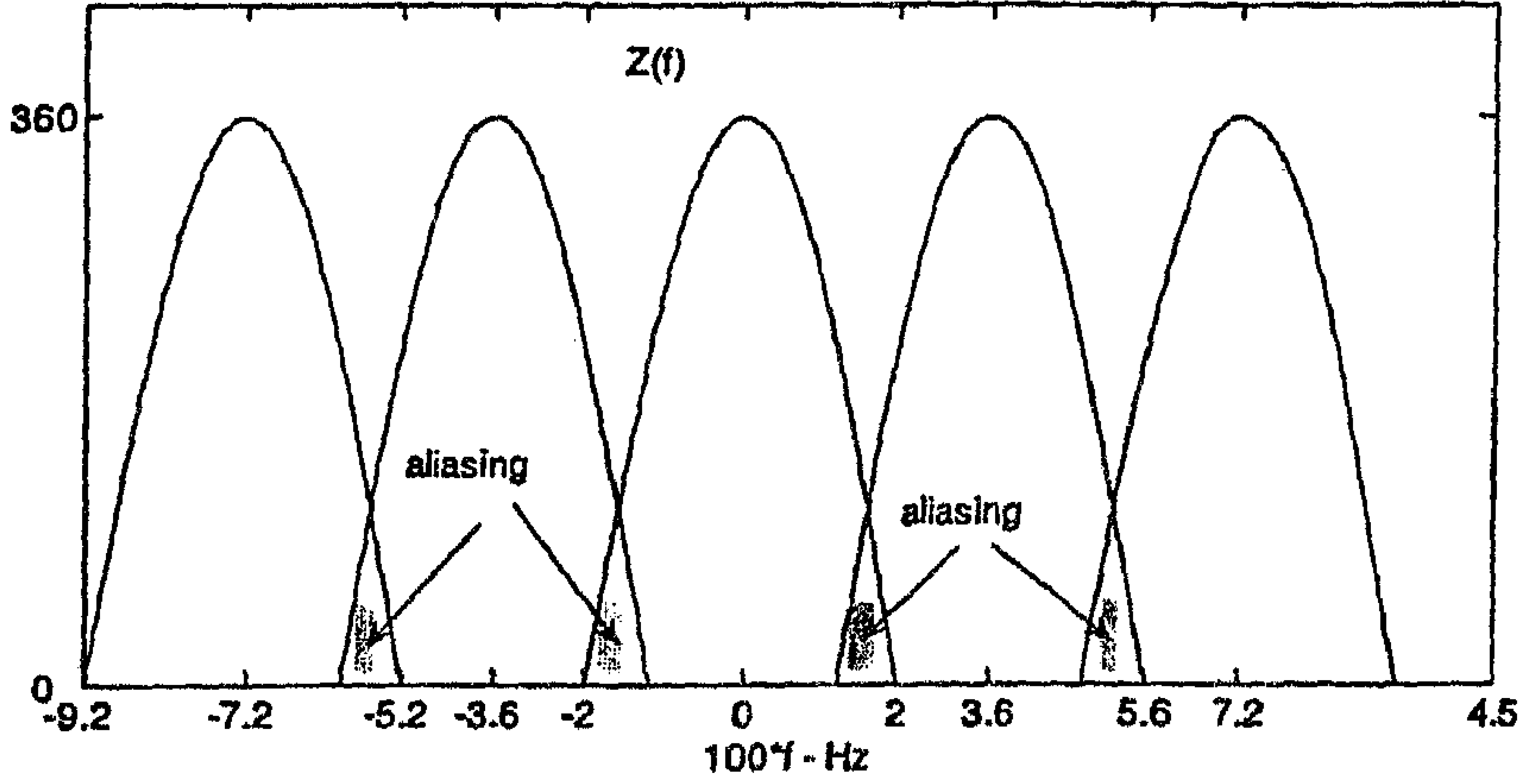
لاحظ هنا، عند زيادة قيمة M، تقل قيمة الطيف اللازم لبعث الإشارة.

تدريب (2):

الجواب: 1- 0 1+ 0 0 0 0 0 1- 0 0 1-.

تدريب (3)

نلاحظ أن الإشارة $z(t)$ في شكل (19) هي عبارة عن مجموعة من العينات مأخوذة من الإشارة x(t)، بمعدل زمني مقداره $T_s=1/360=2.8\,ms$ لكل عينة. نتيجة لذلك فإن طيف h لإشارة $z(t)$ هو عبارة عن مجموعة من الإشارات تحتوي كل واحدة منها على طيف الإشارة $X(w)$ متمركزا عند القيم التالية: $f=0,\pm360,\pm720,......$، ولكن باستخدام قاعدة رقم (8)، سرعة أخذ العينات يجب أن تحقق $f_{sam}\geq 2\cdot B=400$ samples/sec، ولكن القيمة المستخدمة في (Sampler) لا تحقق شرط هذه النظرية لذلك سيحدث تشويه للإشارة الخارجة من (Sampler) بسبب (Aliasing Noise) كما هو موضح في شكل (63). لذا لا يمكن استرجاع الإشارة X(t) من عينتها الممثلة بالإشارة z(t) باستخدام النظام الموجود بشكل (17).



شكل (63) طيف الإشارة z(t)

تدريب (4):

باستخدام قاعدة رقم (18)، عدد الإشارات يمثل قيمة N، وفي هذه الحالة N=4

$$(BW)_{FDM} = \sum_{i=1}^{4} (750\pi)_i + 4 \cdot 15\pi$$

$$= 4(750\pi) + 4(15\pi) = 3060\pi \text{ rad}$$

تدريب (5)

معدل مصدر المعلومات عبارة عن $R_b = 5$ k bits/sec ، وعملية grouping تحول الـ Bits إلى رموز كل رمز (Symbol) ويحتوي على K= 3 bits /symbol، فيصبح معدل إرسال المعلومات يقاس بمعدل إرسال الرموز وقيمته

$$R_s = (15 \text{ k bits/sec}) \cdot \text{symbol/3bits} = 5k \text{ symbols/sec}$$

مما يعني أن المعلومات أصبحت ترسل رموزاً كل رمز يحتوي على 3 bits، كما هو موضح في جدول (9).

جدول (9) مدى رموز إشارة المعلومات d(t)

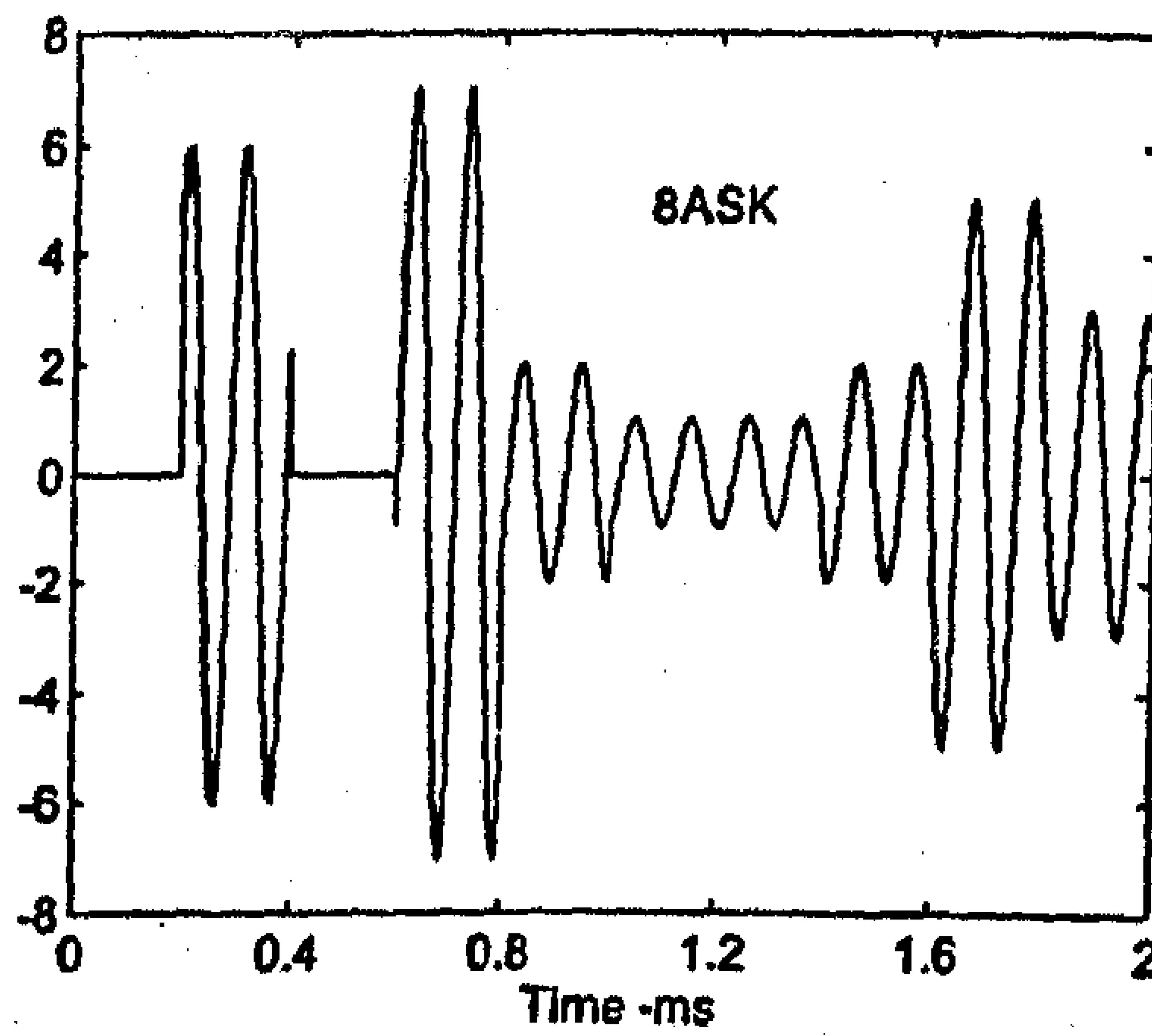
Binary Symbol	Symbol Level (volts)
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

أ- إشارة المعلومات بعد عملية (Grouping) تحتوي على رموز ممثلة بالقيم التالية: d(t)=0 6 0 7 2 1 1 2 5 3 ، حيث إن المدى الزمني لكل رمز $T_s = \frac{1}{15k} = 0.2 \cdot 10^{-3}\ \sec = 0.2\ \text{ms}$.

ب- إشارة ASK $s_{ASK}(t)$ تمثل كالآتي $d(t)\cos w_c t$ وموضحه في شكل (64).

ج- مدى طيف (BW) هذه الإشارة يمكن أن يحسب باستخدام قاعدة رقم (22) باستبدال R_b بقيمة R_s.

$$BW_{ASK} = 2 \cdot R_s = 2 \cdot 5k = 10k\ \text{Hz}$$



شكل (64)

تدريب (6)

قيمة المدى في هذه الحالة يساوي 8. أي يحتوي كل رمز على (3 bits) كما هو مبين في جدول (10)، كما يوضح هذا الجدول قيمة الزاوية لكل من هذه الرموز ممثلة (phasor) حيث إن المعلومات ترسل هنا عن طريق الزاوية.

جدول (10)

Binary Symbol	Symbol Level (volts)	Phasor
000	0	$A\angle 0°$
001	1	$A\angle 45°$
010	2	$A\angle 90°$
011	3	$A\angle 135°$
100	4	$A\angle 180°$
101	5	$A\angle 225°$
110	6	$A\angle 270°$
111	7	$A\angle 315°$

عند مقارنة الرموز على مصدر (8PSKDemodulator) سيعتمد (Demodulator) على قاعدة مقارنة الرمز الواصل على مصدر «demodulator» مع مرجع الرموز الموجودة في جدول (10). ومن ثم يقرر Demodulator أن الرمز الصحيح هو عبارة عن الرمز الذي يعطي أقل الفروق مع الرموز الموجودة في جدول (10)، أي سيختار الرمز الأقرب للرمز الموجود في الجدول. على سبيل المثال، عند استقبال الإشارة الأولى $r_1 = A\angle 19°$ أقرب هذه الرموز لها من الجدول هو عبارة عن الرمز الذي مداه يساوي صفراً «0»، وسيكون ناتج 8PSK Demodulator هو عبارة عن الرمز الذي يحتوي على سلسلة المعلومات «000». بناء على هذا سيكون ناتج 8PSK Demodulator هو سلسلة المدى: 0 4 7، وسلسلة المعلومات 000100111.

تدريب (7)

فبهذه الحالة مدى التعديل M4=. باستخدام (62) و (63) قيمة الخطأ الرمزي p_E

$$(p_E)_{4ASK} = (p_E)_{4PSK} = 2 \cdot 10^{-6}$$

ولنظام 4FSK

$$(p_E)_{4FSK} = 3 \cdot 10^{-6}$$

12 . تدريبات الـ MATLAB

تدريب (1)

شكل (Matlab-1) يمثل نظام تعديل رقمي متعدد المدى باستخدام Simulink. يحتوي هذا النظام على:

1. Random – Integer Generator

يمثل هذا الجزء من النظام مصدر المعلومات ويمكن التحكم بقيمة مدى المعلومات فيه عن طريق اختيار قيمة M الموجودة بهذا الجزء. على سبيل المثال إذا رغبنا بمصدر معلومات يصدر أربع قيم فنعوض عن قيمة M-ary فيه بالرقم 4. أيضا في هذا الجزء يمكن التحكم بقيمة الامتداد الزمني لكل رمز عن طريق اختيار قيمة Sample «Time» (Seconds) بالقيمة المرغوب بها.

2. MASK mod

يمثل هذا الجزء من النظام بعمل (MASK-modulator). حيث يوجد في هذا الجزء المعلومات التالية:

- M- Ary: تمثل هذه القيمة قيمة مدى المعلومات الصادرة من مصدر المعلومات Random – Integer Generator.
- Input Symbol Interval: يجب أن تساوي هذه القيمة قيمة الامتداد الزمني لكل رمز التي اختيرت في مصدر المعلومات.
- Carrier Frequency: تمثل هذه القيمة قيمة تردد الإشارة الحاملة F_c بوحدة الهيرتز ويجب اختيار قيمتها كالتالي:

$$F_c = 20/t_d$$ ،

حيث إن t_d تمثل قيمة الامتداد الزمني (بالثواني) للرمز الواحد الناتجة من مصدر المعلومات.

- Sample Time: تمثل هذه القيمة قيمة الامتداد الزمني للعينة الواحدة ويجب أن تختار هذه القيمة كالتالي:

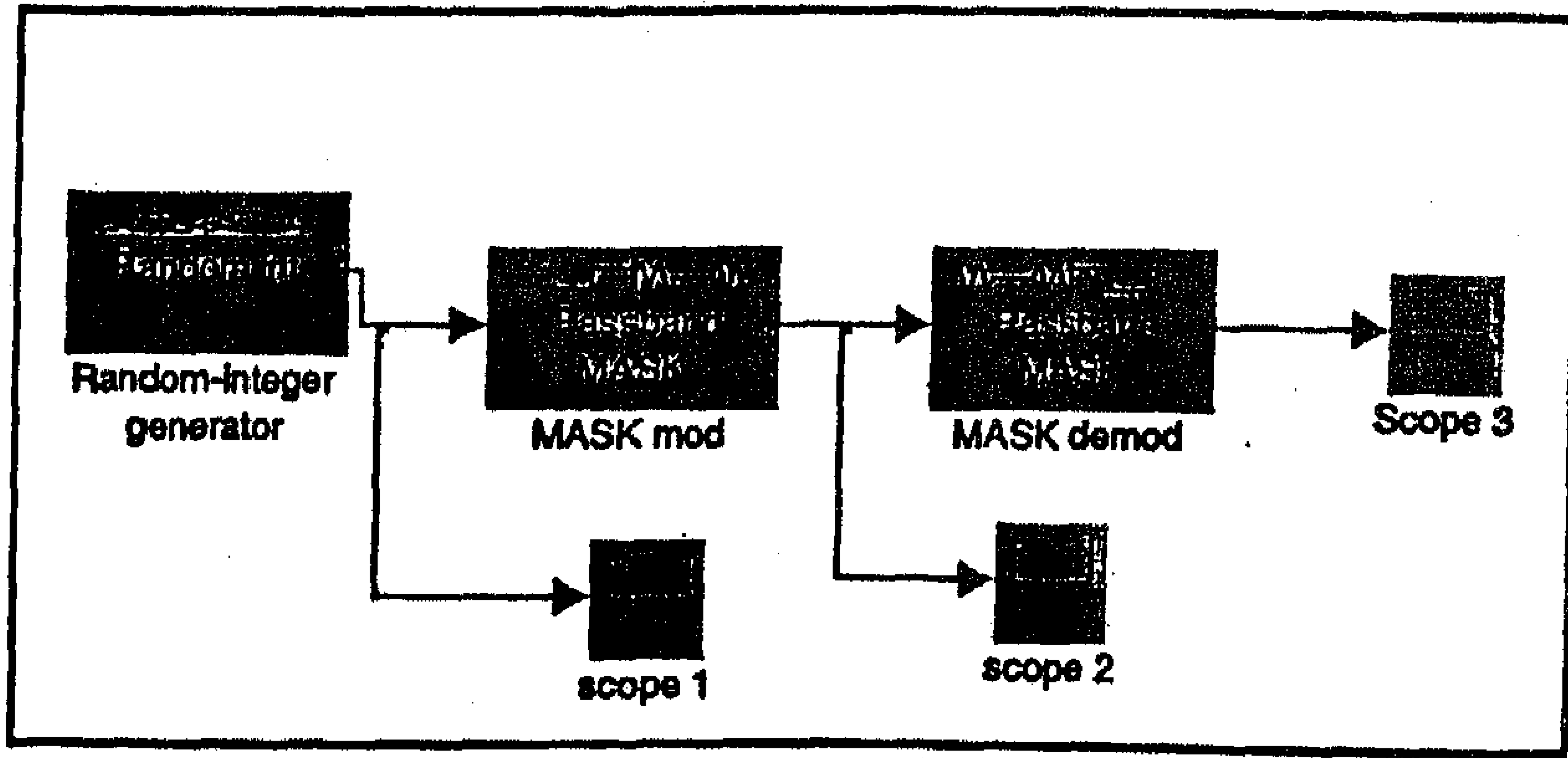
$$t_s \geq 10 * F_c$$

3. MASK Demod

يمثل هذا الجزء من النظام (MASK Demodulator) ويحتوي على نفس المعلومات الموجودة في (MASK Mod). يجب اختيار قيم المعلومات في هذا الجزء بقيم تساوي القيم التي اختيرت في (MASK mod).

4. Scope

عن طريق هذا الجهاز يمكن رؤية الإشارات من أجزاء النظام الموصولة به. على سبيل المثال عن طريق «Scope 1» يمكن مشاهدة إشارة المعلومات الصادرة من المصدر، بينما يمكن مشاهدة إشارة MASK عن طريق «Scope 2»، ويمكن مشاهدة المعلومات الناتجة من (MASK Dmodulator) باستخدام «Scope 3».



شكل(MATLAB-1) نظام تعديل متعدد المدى

تدريب (2)

شكل (Matlab-2) يمثل نظام تعديل رقمي متعدد التردد باستخدام Simulink. يحتوي هذا النظام على:

1. Random – Integer Generator

يمثل هذا الجزء من النظام مصدر المعلومات ويمكن التحكم بقيمة مدى المعلومات فيه عن طريق اختيار قيمة M الموجودة بهذا الجزء. على سبيل المثال إذا رغبنا بمصدر معلومات يصدر أربع قيم فنعوض عن قيمة M-ary فيه بالرقم 4. أيضا في هذا الجزء يمكن التحكم بقيمة الإمتداد الزمني (seconds) لكل رمز عن طريق اختيار قيمة sample time بالقيمة المرغوب بها.

2: MFSK Mod

يمثل هذه الجزء من النظام بعمل (MFSK-modulator). حيث يوجد في هذا الجزء المعلومات التالية:

- M- ary: تمثل هذه القيمة قيمة مدى المعلومات الصادرة من مصدر المعلومات Random – Integer Generator.

- Input Symbol Interval: يجب أن تساوي هذه القيمة قيمة الامتداد الزمني لكل رمز التي اختيرت في مصدر المعلومات.

- Carrier Frequency: تمثل هذه القيمة قيمة تردد الإشارة الحاملة F_c بوحدة الهيرتز ويجب اختيار قيمتها كالتالي: $F_c = 20/t_d$، حيث ان t_d تمثل قيمة الامتداد الزمني للرمز الواحد الناتجة من مصدر المعلومات.

- Sample Time: تمثل هذه القيمة قيمة الامتداد الزمني للعينة الواحدة ويجب أن تختار هذه القيمة كالتالي: $t_s \geq 10 * F_c$.

- Tone space: يوجد في هذه الخانة ثلاثة أرقام (N1 /N2 /N3) ويجب اختيارها كالتالي:

N1: يمثل هذا العدد قيمة مدى المعلومات وتساوي قيمة M-ary.

N2: يمثل هذا العدد قيمة نسبة مدى الانحراف الترددي لإشارة FSK كما عرف في قاعدة رقم (26).

N3: يمثل هذا العدد قيمة الحد الأعلى لانحراف تردد الإشارة ويأخذ

وحدة Hz / volts ، كما عرف في قاعدة رقم (27).

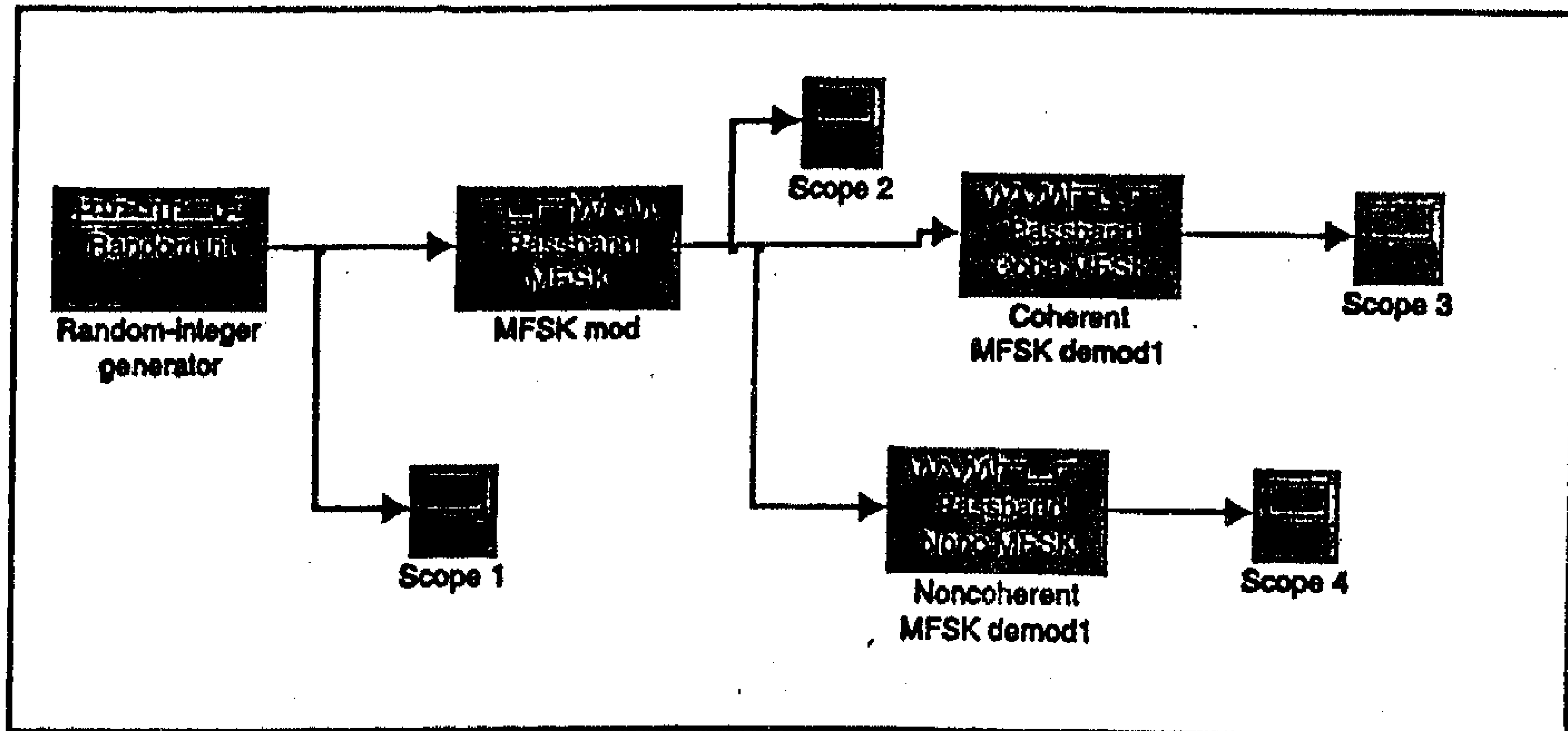
3. MFSK Demod

يمثل هذا الجزء من النظام (MFSK Demodulator) ويحتوي على نفس المعلومات الموجودة في (MFSK mod). يجب اختيار قيم المعلومات في هذا الجزء بقيم تساوي القيم التي اختيرت في (MFSK Mod).

في هذا النظام يوجد نوعان من الـ «Demodulators». الأول يمثل الاستقبال المتناسق (Coherent Detection) كما هو موضح في شكل (48)، والثاني نظام الاستقبال غير المتناسق (Non-Coherent Dtection) كما هو موضح في شكل (49).

4. Scope

عن طريق هذا الجهاز يمكن رؤية الإشارات من أجزاء النظام الموصولة به. على سبيل المثال عن طريق «scope 1» يمكن مشاهدة إشارة المعلومات الصادرة من المصدر، بينما يمكن مشاهدة إشارة MASK عن طريق «scope 2». ويمكن مشاهدة المعلومات الناتجة من (MASK Dmodulator) باستخدام «scope 3» , «scope 4».



شكل(MATLAB-2) نظام التعديل الرقمي متعدد التردد

تدريب (3)

شكل (Matlab-3) يمثل نظام تعديل رقمي متعدد الزاوية باستخدام simulink. يحتوي هذا النظام على:

1. Random – Integer Generator

يمثل هذا الجزء من النظام مصدر المعلومات ويمكن التحكم بقيمة مدى المعلومات فيه عن طريق اختيار قيمة M الموجودة بهذا الجزء. على سبيل المثال إذا رغبنا بمصدر معلومات يصدر أربع قيم فنعوض عن قيمة M–ary فيه بالرقم 4. أيضا في هذا الجزء يمكن التحكم بقيمة الامتداد الزمني لكل رمز عن طريق إختيار قيمة Sample Time بالقيمة المرغوب بها مقاسة بـ (Seconds).

2. MPSK Mod

يمثل هذا الجزء من النظام بعمل (MPSK–Modulator). حيث يوجد في هذا الجزء المعلومات التالية:

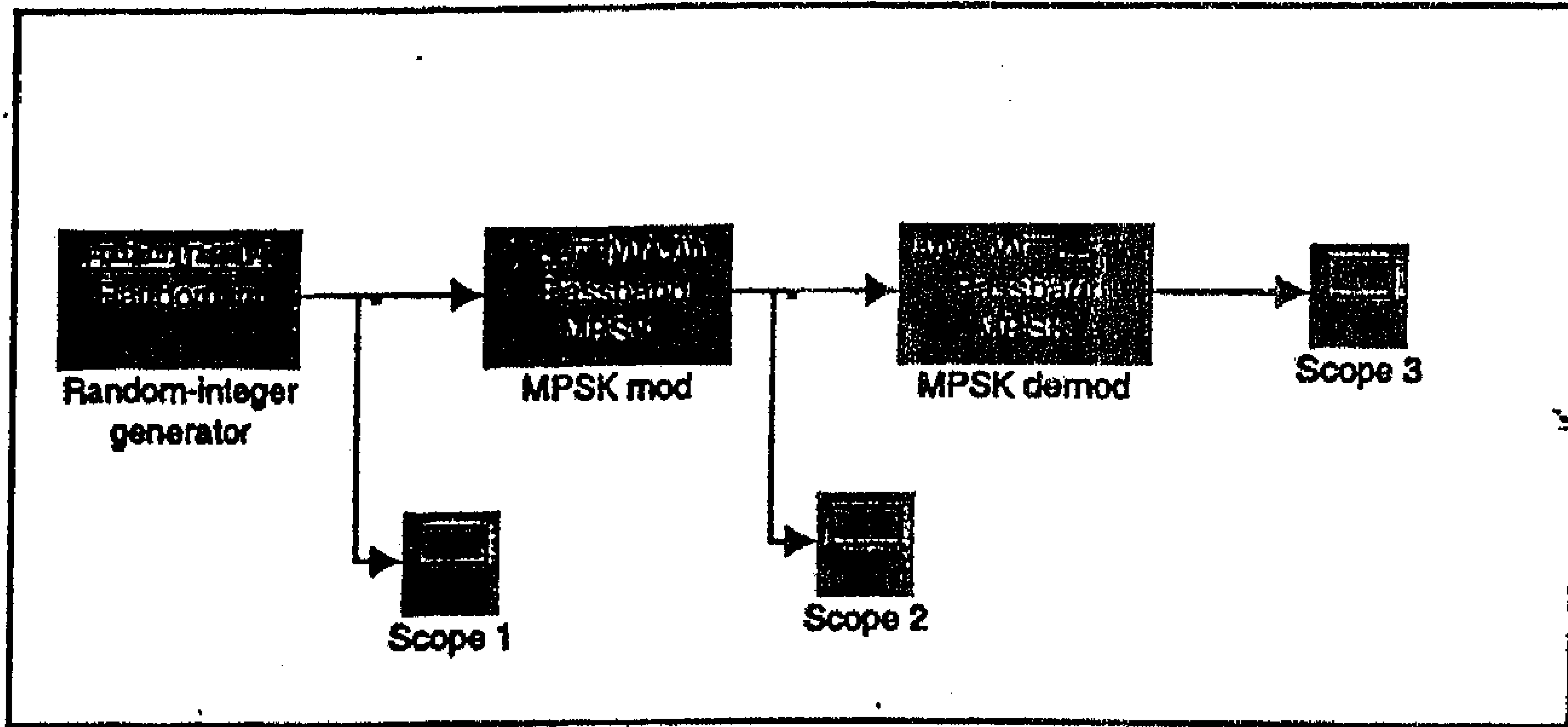
- M– ary: تمثل هذه القيمة قيمة مدى المعلومات الصادرة من مصدر المعلومات Random – Integer Generator.
- Input Symbol Interval: يجب أن تساوي هذه القيمة قيمة الامتداد الزمني لكل رمز التي اختيرت في مصدر المعلومات.
- Carrier Frequency: تمثل هذه القيمة قيمة تردد الإشارة الحاملة F_c بوحدة الهيرتز ويجب اختيار قيمتها كالتالي: $F_c = 20/t_d$، حيث إن t_d تمثل قيمة الامتداد الزمني للرمز الواحد الناتجة من مصدر المعلومات.
- Sample Time: تمثل هذه القيمة قيمة الامتداد الزمني للعينة الواحدة ويجب أن تختار هذه القيمة كالتالي: $t_s \geq 10 * F_c$.

3. MPSK Demod

يمثل هذا الجزء من النظام (MPSK Demodulator) ويحتوي على نفس المعلومات الموجودة في (MPSK mod). يجب اختيار قيم المعلومات في هذا الجزء بقيم تساوي القيم التي اختيرت في (MPSK Mod). النظام المستخدم هنا هو عبارة عن نظام المقارنة كما في شكل (53).

4. Scope

عن طريق هذا الجهاز يمكن رؤية الإشارات من أجزاء النظام الموصولة به. على سبيل المثال عن طريق «Scope 1» يمكن مشاهدة إشارة المعلومات الصادرة من المصدر، بينما يمكن مشاهدة إشارة MASK عن طريق «Scope 2»، ويمكن مشاهدة المعلومات الناتجة من (MASK Dmodulator) باستخدام «Scope 3».



شكل (MATLAB-3) نظام تعديل متعدد الزاوية

13 . أسئلة إضافية على الوحدة

سؤال (1):

بالرجوع إلى شكل (1). إشارة x(t) عبارة عن إشارة تناظرية يُود إرسالها بعد تحويلها إلى إشارة رقمية كما هو مبين أدناه. أوجد ما يلي:

أ- حجم أكبر طيف يمكن للإشارة x(t) أن ترسل بدون حدوث أي نوع من التشويه.

ب- معدل إرسال المعلومات مقاسا بـ R_s .

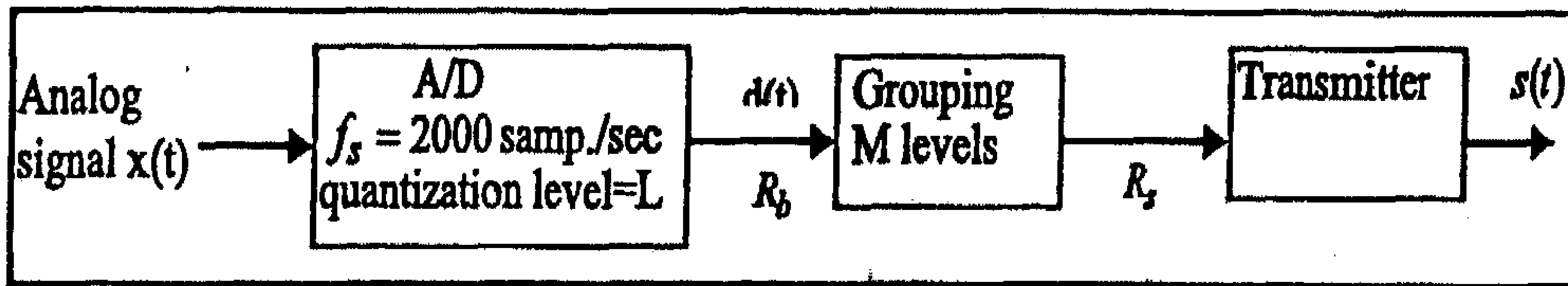
ج- قيمة مدى الطيف لإرسال الإشارة $s(t)$.

الحالة الأولى: Quantization Level L=4

الحالة الثانية: Quantization Level L=8

لقيم M التالية M=2 , 4

مع العلم أن المرسل عبارة عن مرسل قليل التذبذب (Baseband Transmitter) وكانت قيمة M=2 , 4.



الحل:

سرعة أخذ العينات f_s يجب أن تحقق العلاقة $f_s \geq 2 \cdot B$ ، حيث إن B Hz تمثل مدى طيف الإشارة.

أ. بما أن $f_s = 2000$ ، فمن الواضح أن أكبر قيمة طيف يمكن للإشارة x(t) أن ترسل بدون حدوث أي نوع من التشويه يحقق ما يلي:

$$B \le \frac{f_s}{2} \Rightarrow B_{max} = 1000\,\text{Hz}$$

ب. معدل إرسال المعلومات مقاسا بـ R_s تساوي

$$R_s = f_s \cdot \log_2(L) \cdot \frac{1}{\log_2(M)} = f_s \cdot n \cdot \frac{1}{k}$$

حيث إن

n : number of bis per quantized sample

k : number of bits per symbol

	L=[illegible]	L=8
M=2	R_s = 4000 symbols/sec	R_s = 2.6 k symbols/sec
M=4	R_s = 2000 symbols/sec	R_s = 1.3 k symbols/sec

ج. الإشارة S(t) عبارة عن اشارة قليلة التردد (baseband signal)، وارسالها يتم باستخدام التعديل قليل التردد (baseband modulation)، لذلك قيمة مدى الطيف لإرسال الإشارة $s(t)$ عبارة عن $BW_{s(t)} = R_s$ Hz

	L=4	L=8
M=2	$BW_{s(t)}$ = 4000 Hz	$BW_{s(t)}$ = 2660 Hz
M=4	$BW_{s(t)}$ = 2000 Hz	$BW_{s(t)}$ = 1330 Hz

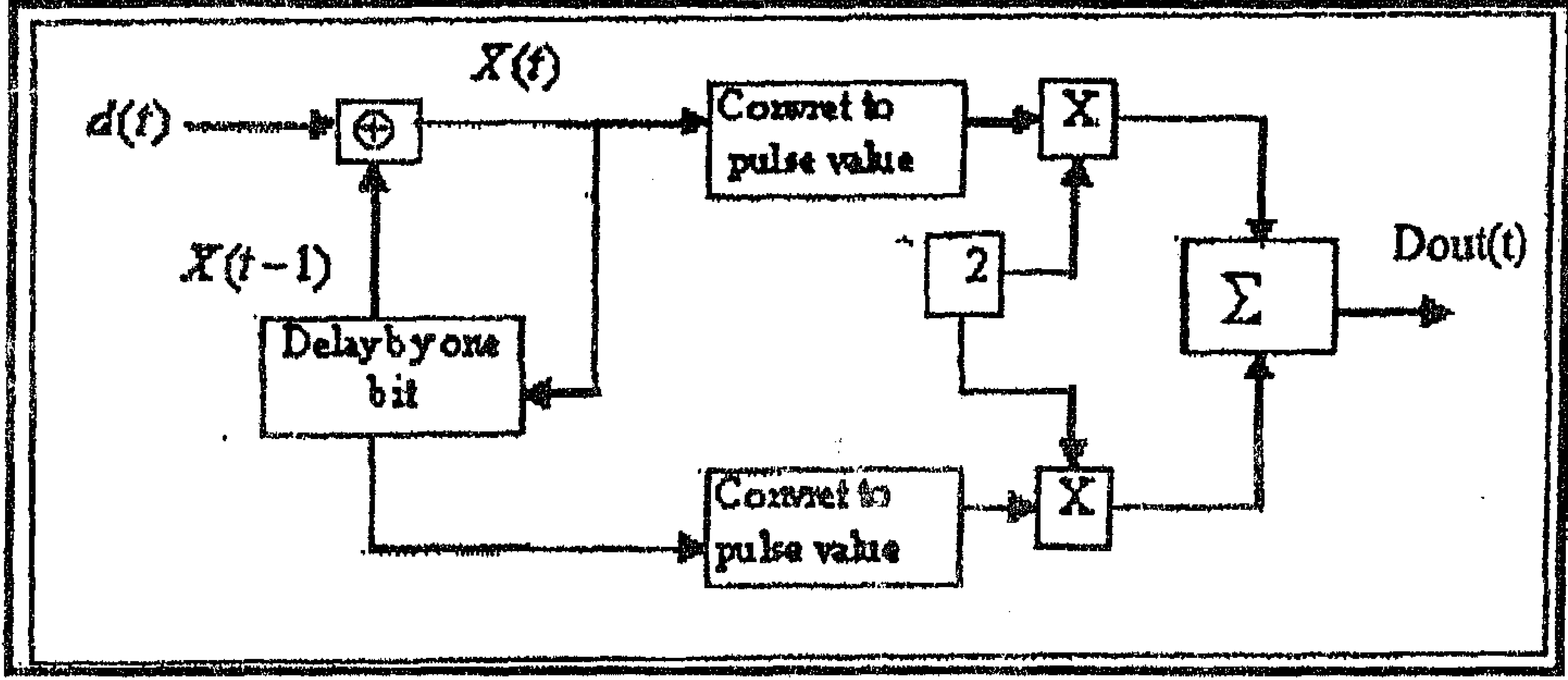
سؤال (2):

صمم نظام لإنتاج إشارة (Doubinary). بعد تصميم هذا النظام، تأكد من صحته بترميز (Code) إشارة المعلومات التالية :d(t)=1001110110. يمكن إنتاج إشارة (Doubinary) باستخدام العلاقة التالية:

step 1: $X(t) = d(t) \oplus X(t-1)$, step 2: $dout(t) = X(t) + X(t-1)$

الحل:

يمكن بناء هذا النظام باستخدام الـ MATLAB، كما هو مبين أدناه.



الجدول أدناه يبين طبيعة عمل النظام ويثبت صحة عمله.

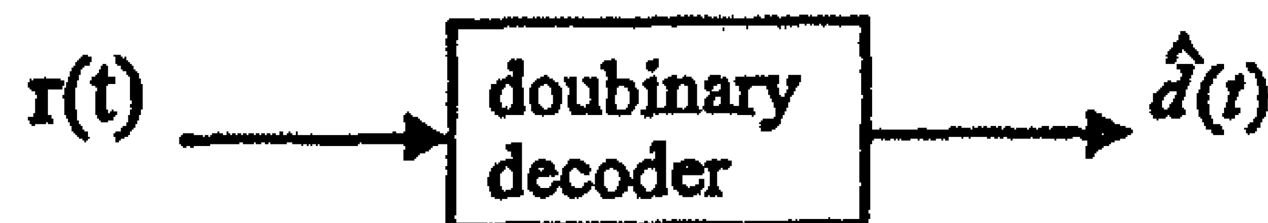
tx	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d(t)		1	0	0	1	1	1	0	1	1	0
X(t-1)	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0
X(t)		1	1	1	0	1	0	0	1	0	0
Z1(t)		1	−1	−1	−1	1	−1	1	1	1	−1
Z2(t)		−1	−1	−1	1	−1	1	1	−1	1	1
Dout(t)		0	−2	−2	0	0	0	2	0	0	2

سؤال (3):

تم استقبال المعلومات التالية: r(t)=11-100-10-100-1 كما هو مبين في شكل (س-3). مع العلم أن المعلومات من المصدر أرسلت باستخدام طريقة Doubinary كطريقة للترميز الخطي.

أ. علل إذا كانت أي أخطاء في استقبال هذه الإشارة أم لا.

ب. ما هي الإشارة الصحيحة في حالة وجود أي أخطاء في الإشارة r(t).



شكل (س - 3)

الحل:

أ. نعم يوجد خطأ في استقبال هذه الاشارة لان ظهور المعلومة عند اللحظة الثامنة بقيمة نبض تساوي «1- » يجب أن تكون «1+». يعود هذا إلى قاعدة الترميز المستخدمة في إشارة duobinary التي تنص على: إذا كان النبض مسبوق بعدد فردي من الأصفار يجب أن تكون إشارته عكس إشارة النبض الذي يسبقه.

ب. بناءً على قاعدة الترميز المستخدمة لانتاج إشارة الـ duobinary، يمكن أن تكون الإشارة الصحيحة $\hat{r}(t)$ كمايلي:

$$r(t): 1\ 1\ -1\ 0\ 0\ -1\ 0\ -1\ 0\ 0\ -1$$
$$\hat{d}(t): 1\ 1\ \ 0\ 0\ 0\ -1\ 0\ \ 0\ 0\ 0\ -1$$
$$\hat{d}(t): 1\ 1\ \ 1\ 0\ 0\ \ 1\ 0\ -1\ 0\ 0\ -1$$

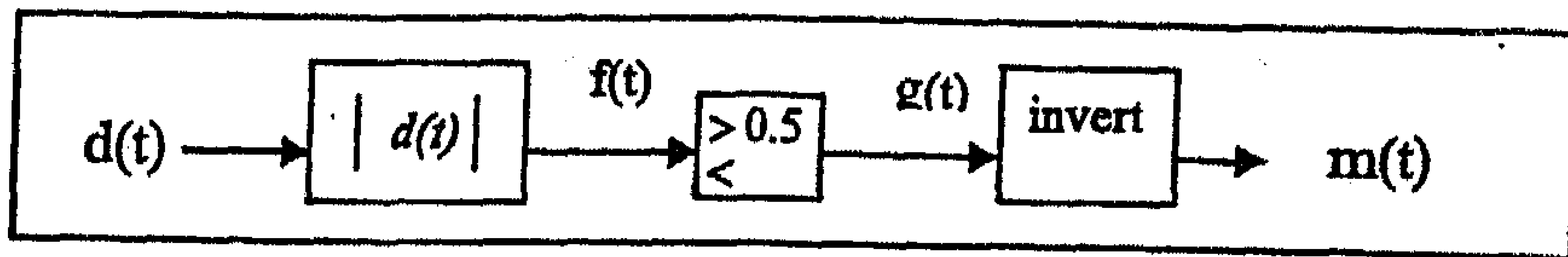
سؤال (4):

بناء على نظام الترميز في سؤال (2) لإنتاج إشارة (Duobinary)، صمم جهاز عكس الترميز (decoder) لهذه الإشارة. تأكد من صلاحية هذا النظام لإسترجاع إشارة المعلومات d(t) من إشارة (doubinary) الممثلة بالقيم التالية:

$$0\ -1\ -1\ 0\ +1\ 0\ 0\ +1\ 0\ -1$$

الحل:

نلاحظ من طبيعة إشارة الـ duobinary أن القيم ± 1 في هذه الإشارة هي نتيجة قيمة المنطق صفر وقيمة الإشارة صفر هي نتيجة قيم المنطق «1»، لذلك إذا استخدم جهاز لاسترجاع قيمة المنطق «0» وقيمة المنطق «1» من الإشارة الواصلة ففي هذه الحالة يمكن استرجاع الإشارة المرسلة. الشكل (س-4) أدناه يمثل عمل هذا الجهاز.



الشكل (س-4)

في الشكل «| |»، يمثل القيمة المطلقة لإشارة $d(t)$، بينما «$\gtrless$»، عبارة عن جهاز يقارن قيمة النبض للإشارة $d(t)$ مع القيمة المتوسطة بين قيم النبض «0» وقيمة النبض «+1»، وتساوي $0.5 = \frac{1+0}{2}$. الـ«invert» يعكس قيمة المنطق: الـ«0» تصبح «1» وقيمة المنطق «1» تصبح قيمة المنطق «0». الجدول أدناه يلخص عمل الجهاز.

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d(t)	٠	−1	−1	0	+1	0	0	+1	0	−1
f(t)	٠	+1	+1	0	+1	0	0	+1	0	+1
g(t)	0	١	١	٠	١	٠	٠	١	٠	١
m(t)	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0

سؤال (5):

إذا تم إرسال إشارة المعلومات $d(t)=0010110011$ وقد تسببت إشارة الضوضاء بحدوث خطأين خلال عملية الإرسال في الموقع الخامس والموقع الثامن من هذه الإشارة. ما هي الإشارة المتوقع الحصول عليها من (Decoder) إذا استخدمت كل من:

أ. إشارة البولار (polar format) كمرجع للترميز الخطي في عملية ترميز الإشارة $d(t)$.

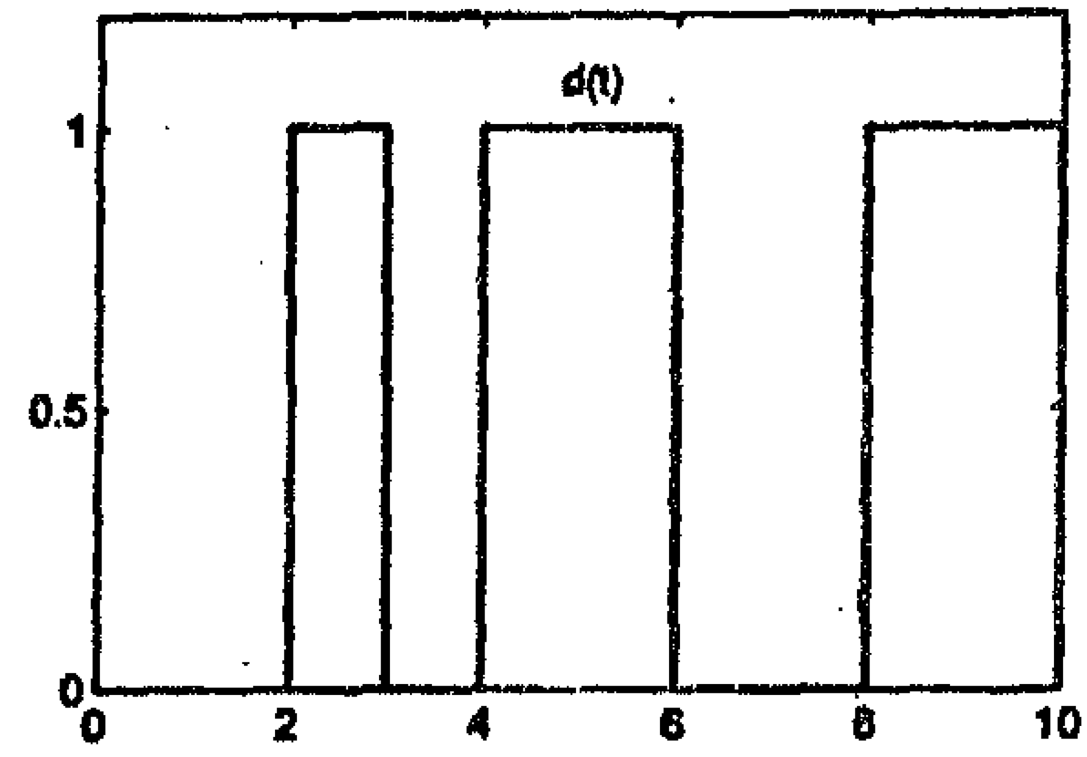
ب. إشارة (On-Off Format) كمرجع للترميز الخطي في عملية ترميز الإشارة $d(t)$.

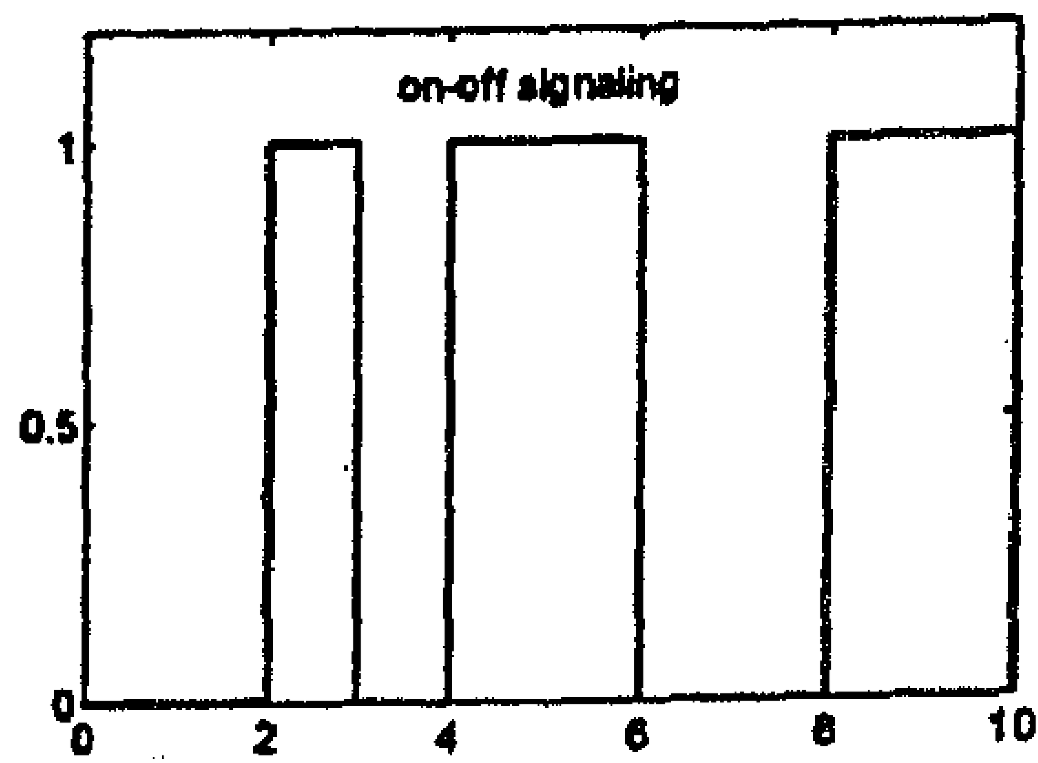
ج. إشارة (Duobinary Format) كمرجع للترميز الخطي في عملية ترميز الإشارة $d(t)$.

د. هل تم اكتشاف الخطأ في إحدى الحالات الثلاث أم لا؟

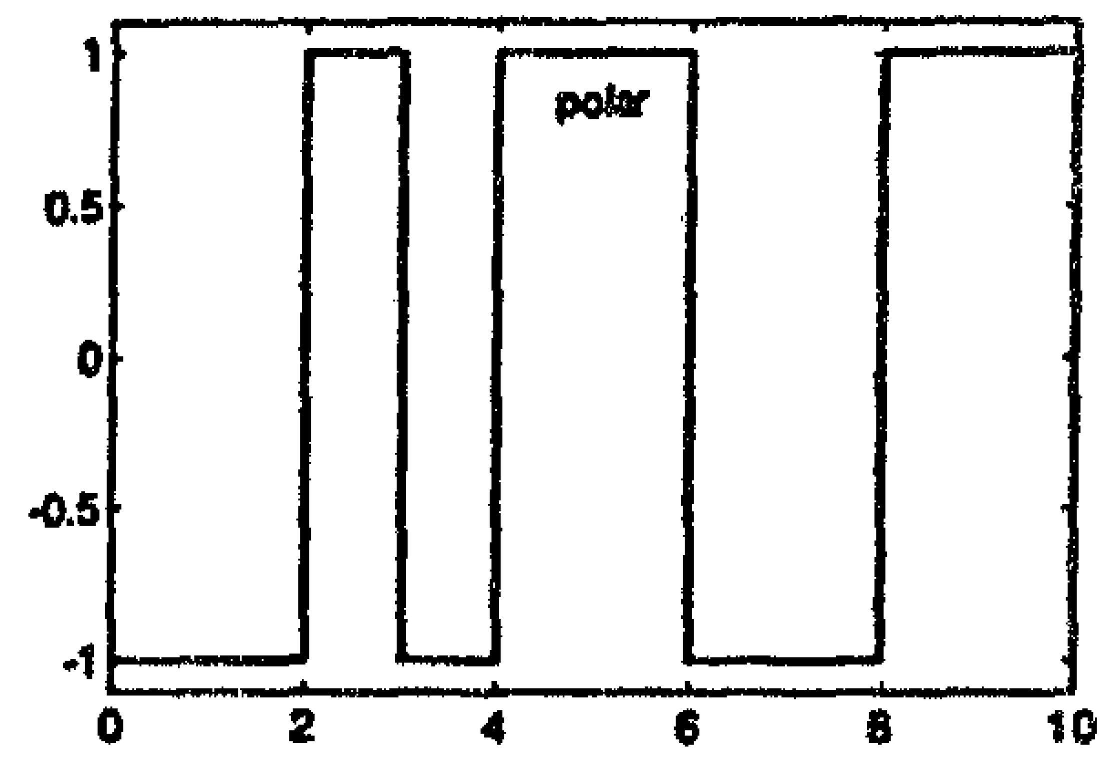
الحل:

الإشارات المرسلة مبينه أدناه

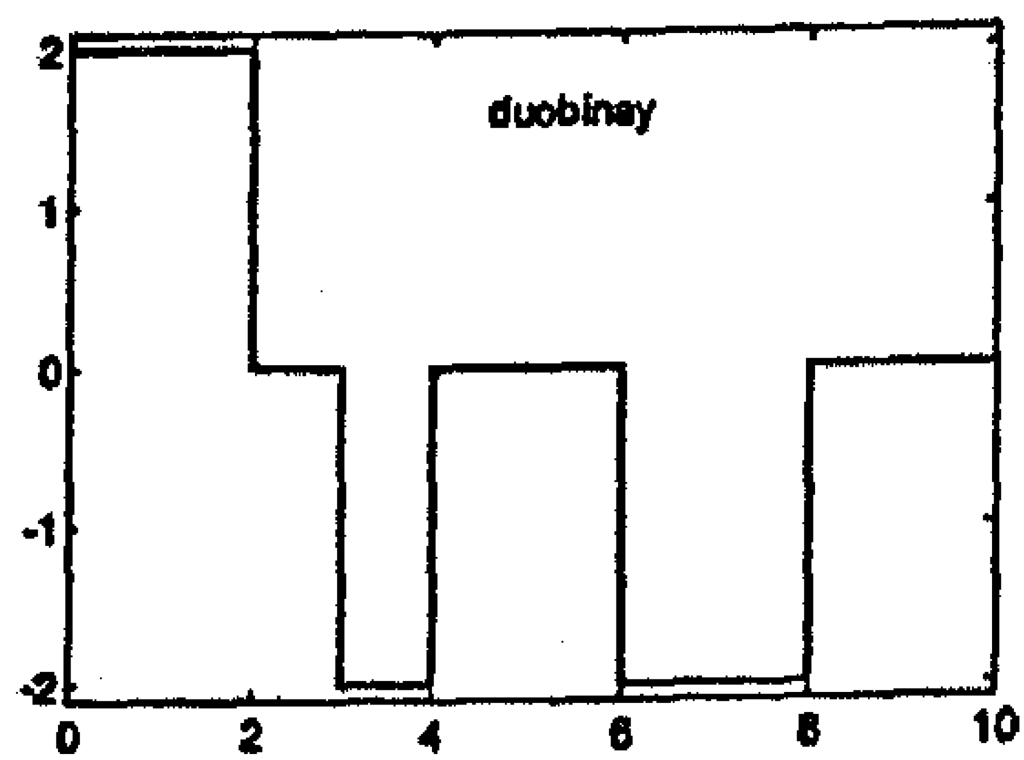




ب

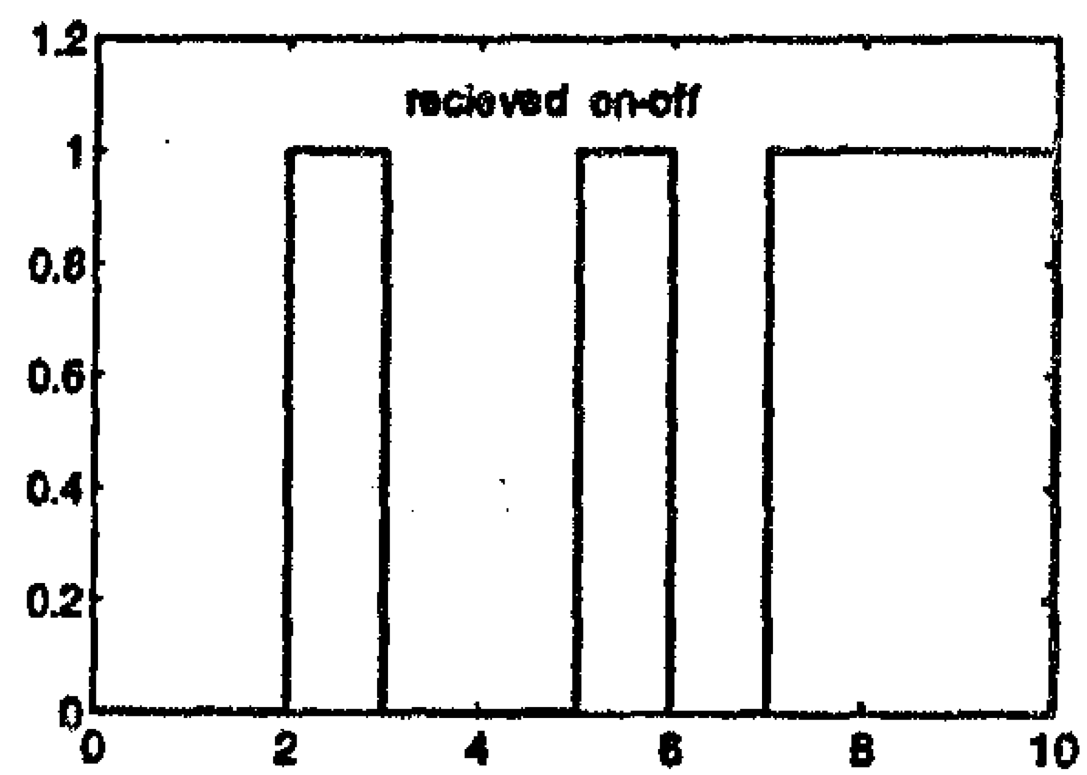


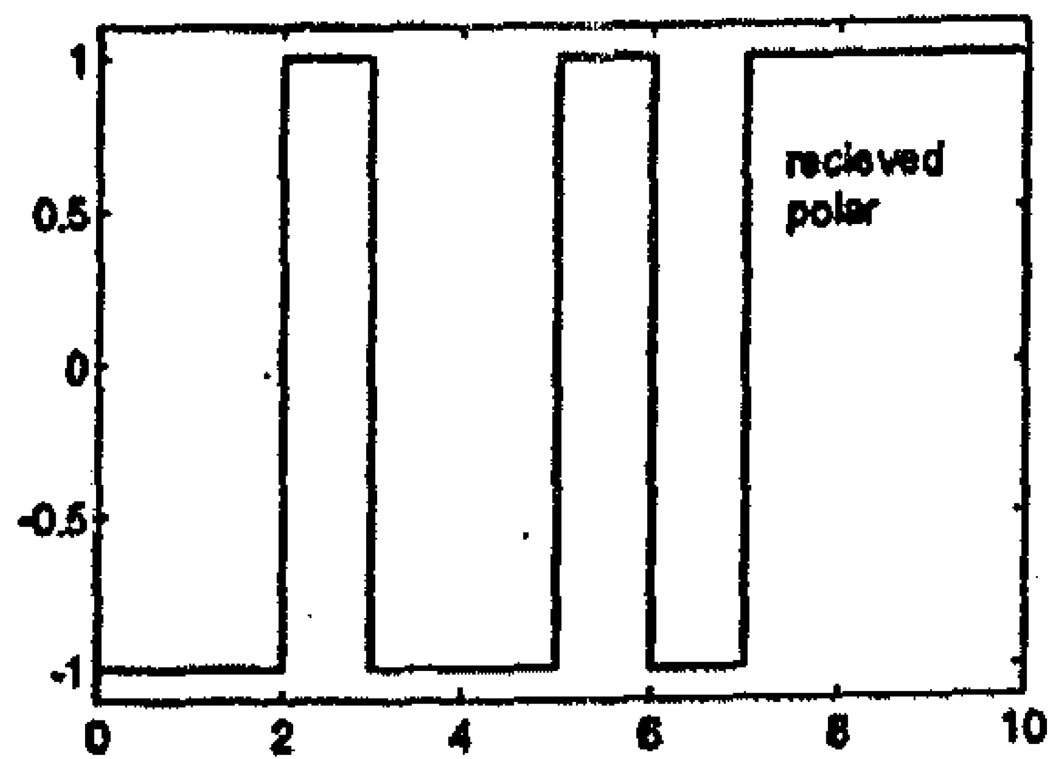
أ

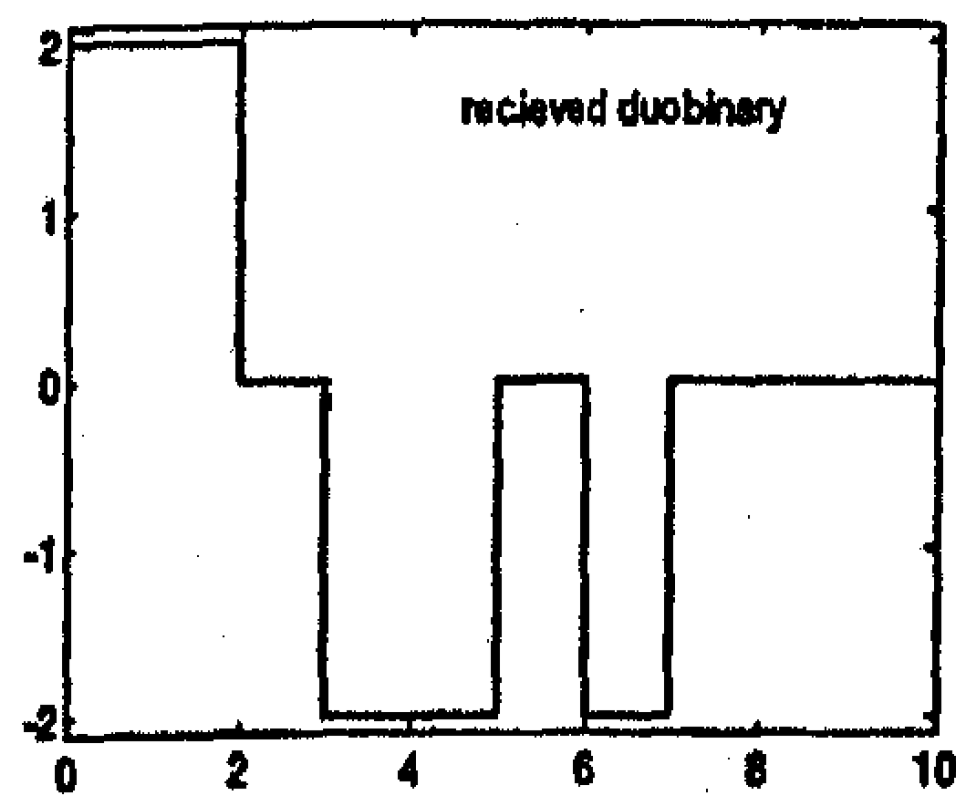


جـ

في حالة حصول أخطاء في الموقع الخامس والثامن تصبح شكل الاشارات كالتالي:







د. لن يتم اكتشاف الاخطاء في حالة الـ on-off وحالة polar لأن النبضات ترسل بشكل عشوائي، ولكن سيتم اكتشاف الأخطاء في حالة الـ duobinary بسبب قاعدة الترميز المستخدمة في إرسال المعلومات.

سؤال (6):

شكل (س- 6) يوضح نظاماً لإرسال إشارة x(t) التي تمثل إشارة الصوت بطيف مقداره 4k Hz. شريطة أن لا يزيد مقدار خطأ التقريب (Quantization Error) في المقرب (Quantizer) عن 0.01 من مقدار الحد الأعلى لمدى الإشارة. مع العلم أن معدل اخذ العينات f_s يساوي $f_s = (f_s)_{minimum}$. احسب ما يلي:

الحل:

أ. سرعة الاشارة $d(t)$ في هذه الحالة تقاس بسرعة الرموز المرسلة بالثانية الواحدة بسبب وجود grouping، وتساوي R_{sym}

$$R_{sym} = f_s \cdot \log_2(L) \cdot \frac{1}{\log_2(M)} = f_s \cdot n \cdot \frac{1}{k}$$

حيث إن

n : number of bits per quantized sample

k : number of bits per symbol

قيمة n، يجب أن تحقق مقدار خطأ التقريب المسموح به. لإيجاد العلاقة بين n وبين قيمة خطأ التقريب المسموح به نفترض أن مدى الإشارة المطلق (peak to peak amplitude) يساوي V_{pp}. من هنا يمكن ربط هذه القيمة بقيمة الخطأ المطلقة المسموح به كالتالي:

$$|error| \le 0.01 \cdot V_{pp}$$

ونعرف أيضا أنه عند استخدام عملية التقريب المنتظمة (unifrom quantization) أن قيمة الخطأ التقريبي لا تتجاوز منتصف القيمة التقريبية: $q/2$، كما هو موضح في شكل (21)، ونعرف ايضاً أن قيمة $q = \frac{V_p}{(L-1)}$. لذلك يمكن كتابة قيمة الخطأ باستخدام ومدى قيمة التقريب (quantization level:L) كالآتي:

$$|error| = \frac{V_{pp}}{2 \cdot (L-1)} \le 0.01 \cdot V_{pp}$$

$$\frac{V_{pp}}{2\cdot(L-1)} \le 0.01\cdot V_{pp}$$

$$2^n = L \ge \frac{1}{0.02}$$

$$n \ge \log_2(50)$$

$$n \ge 2.32 \text{ bits}$$

$$(n)_{minimum} = 3$$

وعند تعويض هذه قيمة سرعة المعلومات R_{sym}، تصبح قيمتها:

$$R_{sym} = f_s \cdot \log_2(L)\cdot\frac{1}{\log_2(M)}$$

$$= 8000\cdot 3\cdot\frac{1}{2} = 12{,}000 \text{ symbols/sec}$$

ب. بما أن طريقة الإرسال تستخدم نظام التعديل (baseband)، فان أقل قيمة طيف $BW_{d(t)}$ لإرسال هذه الإشارة هو عبارة عن سرعة الرموز المرسلة :

$$BW_{d(t)} = 12{,}000 \text{ Hz}$$

سؤال (7):

صمم نظام الإرسال المضاعف الزمني (TDM) لأربع إشارات تناظرية حيث يبلغ قيمة الطيف لكل منها 600Hz. فما هي قيمة سرعة الـ (Commutator) وقيمة مدى الطيف لهذه الإشارة (TDM Signal) علما بأن قيمة أخذ العينات f_s تساوي $f_s = (f_s)_{minimum}$، ومدى المقرب (quantization level: L) يساوي L=8.

الحل:

باستخدام شكل (33)، نظام الـ TDM في هذه الحالة مبين في الشكل (س-7).
استخدام A /D لتحويل الاشارة $S_1(t)$ من إشارة تناظرية إلى إشارة رقمية بقيمة طيف يساوي سرعة الـ A /D كالاتي:

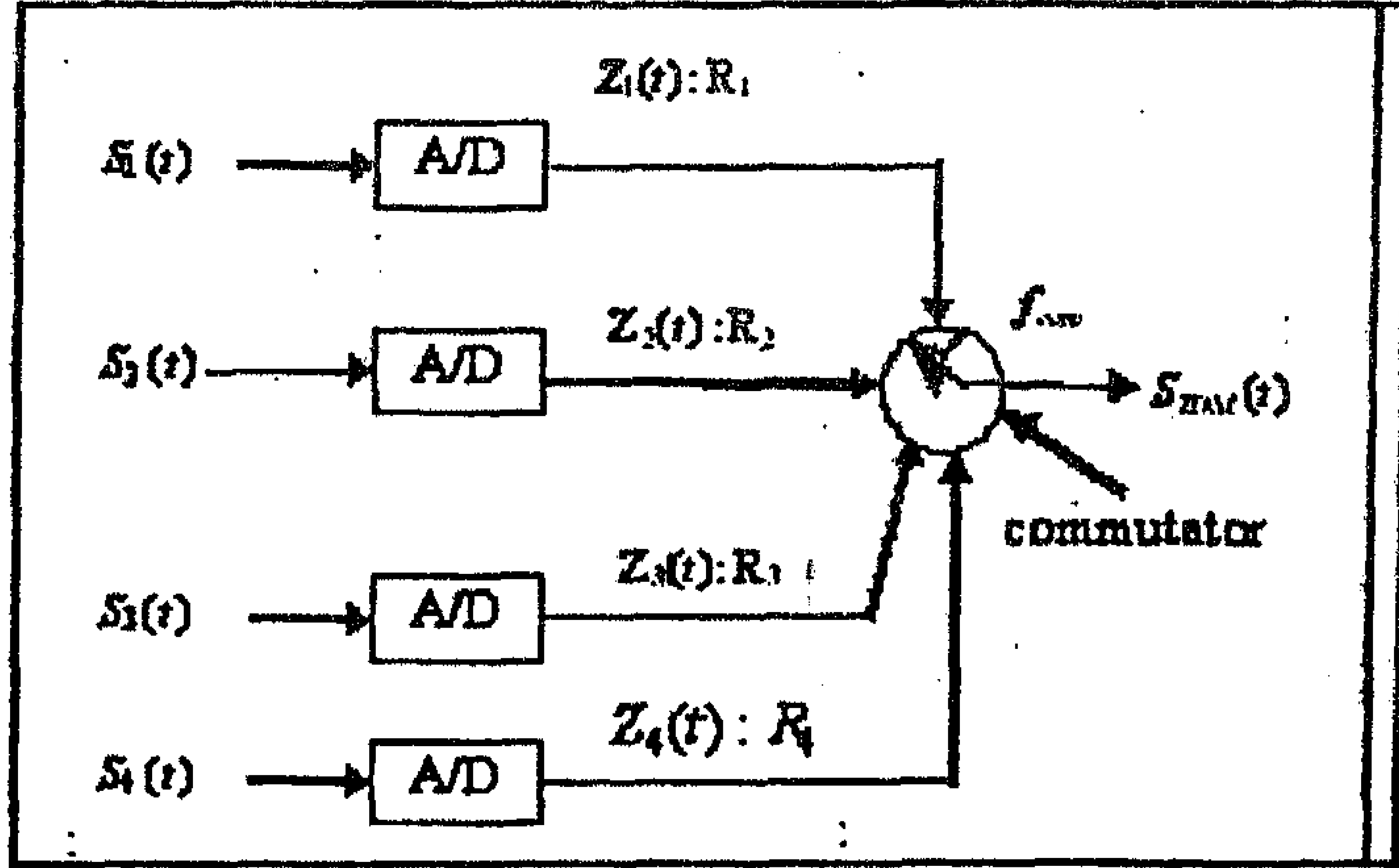
$$R_b = f_s\cdot\log_2(L) = 2\cdot 600\cdot 3 = 3600 \text{ bits/sec}$$

سرعة الـ (Commutator) في هذه الحالة يساوي R_b

$f_{comm} = 3600$ rotaions/sec

وقيمة مدى طيف الاشارة $S_{TDM}(t)$ يساوي BW_{TDM}

$$BW_{TDM} = f_{comm} \cdot \text{number of samples per rotation} = 3600 \cdot 4 = 14.4\ k\text{Hz}$$



شكل (س-7).

سؤال (8):

إذا كانت قيمة الطيف للإشارات الموجودة في السؤال السابق كما يلي:

الإشارة الأولى لغاية الإشارة الثالثة بقيمة طيف تساوي 1200 Hz. أما الإشارة الرابعة فقيمة مدى الطيف فيها يساوي 3600 Hz. فما هو قيمة سرعة الـ (Commutator) وقيمة مدى الطيف لهذه لإشارة (TDM signal).

الحل:

باستخدام النظام في السؤال السابق سرعة كل اشارة بالبتات تحسب كالتالي:

$$R_i = f_s \cdot \log_2(L) = 2 \cdot (BW)_{s_i(t)} \cdot 3$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = 2 \cdot 1200 \cdot 3 = 7.2\ k \text{ bits/sec}$$

$$R_4 = 2 \cdot 3600 \cdot 3 = 21.6\ k \text{ bits/sec}$$

سرعة الـ(Commutator) في هذه الحالة يساوي

$$f_{comm} = mi\min um[6000,21600] = 7200 \text{ roations/sec}$$

وقيمة مدى طيف الاشارة $S_{TDM}(t)$ يساوي BW_{TDM}

$$BW_{TDM} = f_{comm} \cdot \text{number of samples per rotation} = 7200 \cdot 6 = 43.2\ kHz$$

سؤال (9):

صمم نظام الإرسال المضاعف الترددي (FDM) يشترك فيه أربع إشارات قيمة الطيف لكل منها يساوي 2000 Hz وقيمة حامي الطيف (Frequency Guard:Δf) يساوي Δf = 20 Hz. بعد الانتهاء من عملية التصميم احسب ما يلي:

أ - ما هي مدى امتداد إطار نظام الإرسال المضاعف الترددي

ب - (FDM Frame Length).

ج - ما هي قيمة مدى طيف إشارة الإرسال المضاعف الترددي

د - (FDM signal bandwidth).

ه - ما هي قيمة الطيف اللازم لإرسال إشارة الإرسال المضاعف الترددي.

الحل:

الشكل العام لبناء نظام FDM موضح، في الشكل (س-9)، حيث إن قيمة تردد اشارة الجيب يحقق ما يلي:

$$W_{i+1} = W_i + BW_i + BW_{i+1} + \Delta W$$

بما أن قيمة طيف اشارة المعلومات $BW = 2\pi \cdot 2000 = 4000\pi$ rad ، يمكن اختيار

$$W_1 = 10(4000\pi) = 40.000\pi$$

$$W_2 = 40k\pi + 8k\pi + 40\pi = 48.04k\pi$$

$$W_3 = 48.04k\pi + 8k\pi + 40\pi = 56.08k\pi$$

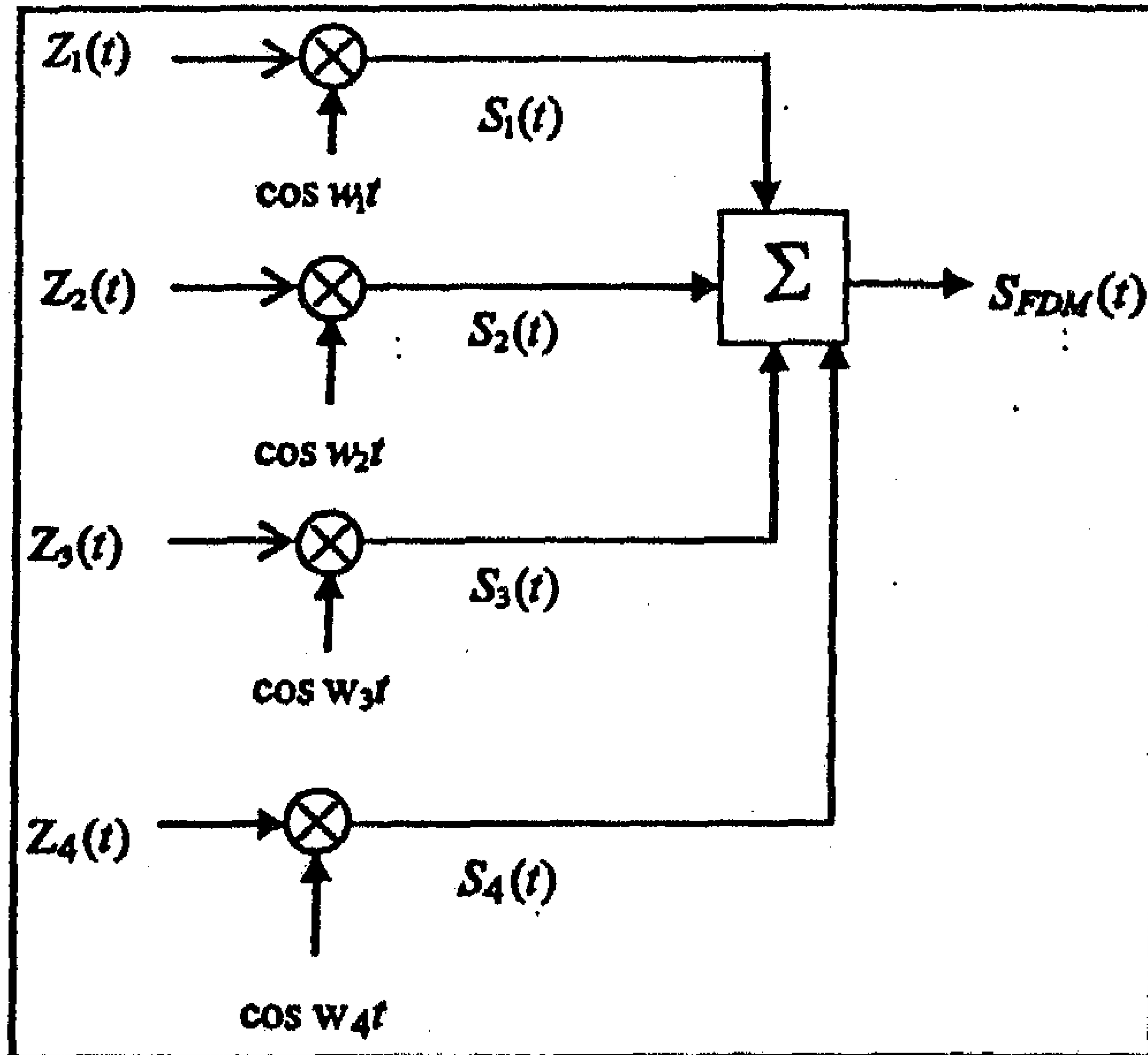
$$W_4 = 56.080k\pi + 8k\pi + 40\pi = 64.12k\pi$$

أ. مدى امتداد إطار نظام الإرسال المضاعف الترددي

$$FDM_{length} = W_{\max} - W_{\min} = 68160\pi - 36000\pi = 32.06k\pi$$

ب. قيمة مدى طيف إشارة الإرسال المضاعف الترددي BW_{TDM} في هذه الحالة يمثل مدى امتداد إطار نظام الإرسال المضاعف الترددي، $BW_{FDM} = 32.06k\pi$ rad.

ت. بما أن الإشارة هنا سترسل بدون استخدام نظام التعديل فقيمة الطيف اللازم لإرسال إشارة الإرسال المضاعف الترددي $BW_{S(t)FDM}$ يساوي قيمة مدى طيف إشارة الإرسال المضاعف الترددي $BW_{S(t)FDM} = 32.06k\pi$ rad.



الشكل (س-9)

سؤال (10):

إذا استخدم نظام تعديل المدى الثنائي BASK لإرسال إشارة الإرسال المضاعف الترددي (FDM signal) في سؤال (9).

أ. ما هو قيمة الطيف اللازم لإرسال إشارة BASK.

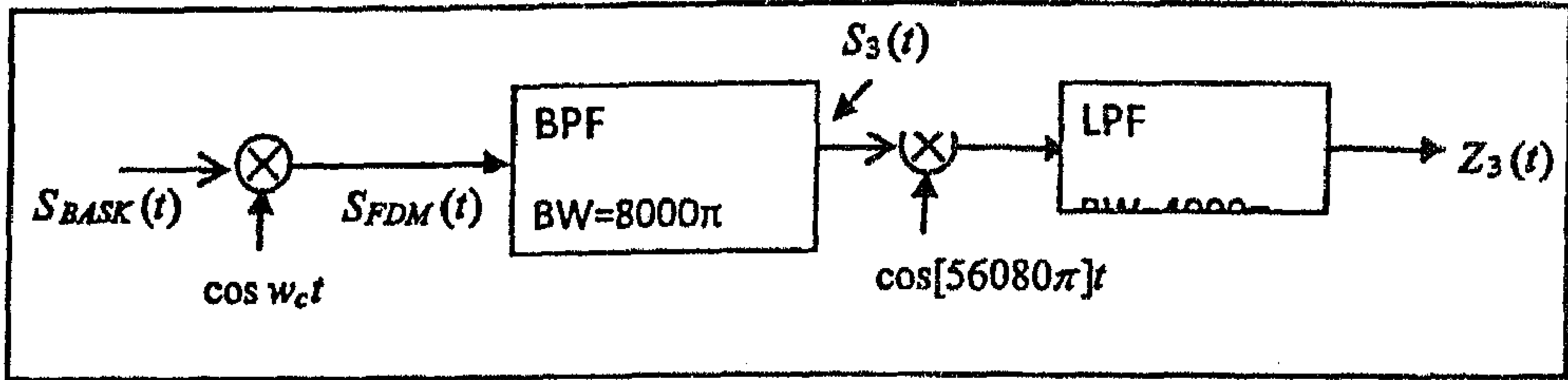
ب. صمم نظام إستقبال للحصول على الإشارة الثالثة من إشارة BASK.

الحل:

أ. قيمة الطيف اللازم لإرسال إشارة BASK عبارة عن:

$$BW_{BASK} = 2 \cdot BW_{FDM} = 2 \cdot 32060 \cdot \pi = 64.12k\pi$$

ب. باستخدام شكل (38)، يصبح النظام للحصول على الإشارة الثالثة $Z_3(t)$ من إشارة BASK ، كما هو مبين. في الشكل (س-10).



الشكل (س-10)

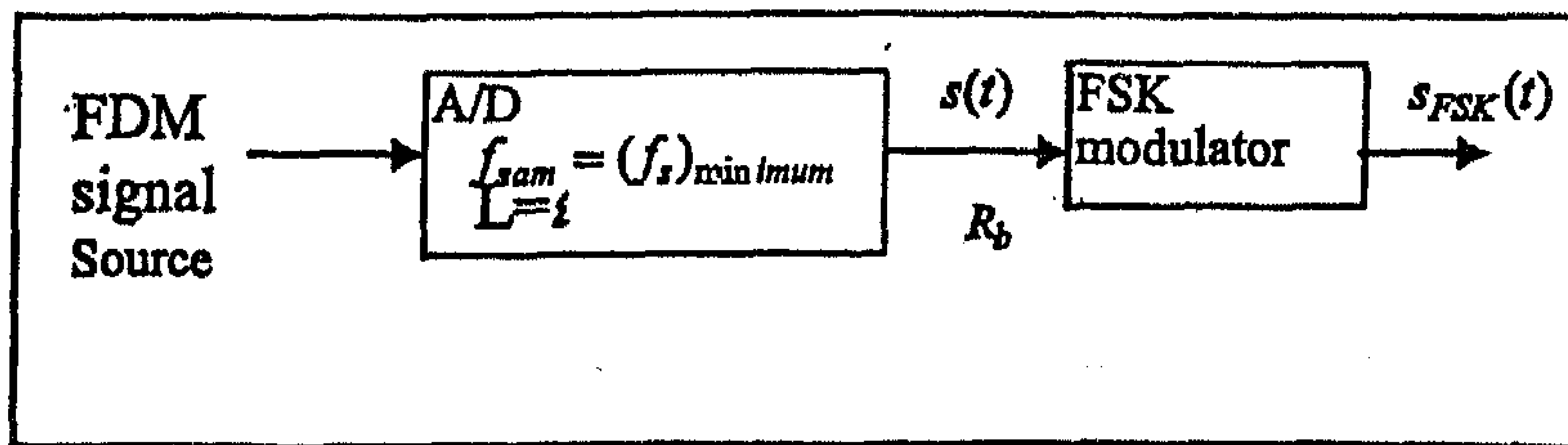
سؤال (11):

إذا كانت إشارة الإرسال المضاعف الترددي في سؤال (9) مدخلاً للنظام المبين في شكل (س-11). أوجد ما يلي:

أ. قيمة معدل المعلومات R_b.

ب. مدى طيف إشارة s(t).

ج. مدى طيف إشارة $S_{FSK}(t)$ إذا كانت قيمة h نسبة مدى الانحراف الترددي للإشارة h يساوي $h=1.5$.



شكل (س- 11)

الحل:

جهاز A/D هو عبارة عن جهاز sampler وجهاز الـ (Quantizer)، جهاز sampler أو أخذ العينات يعمل بمعدل f_s samples/sec $f_s = 2\cdot(W_{\max})_{FDM} = 2\cdot 34080 = 68.16\,k\pi$ samples/sec بينما جهاز (quantizer) يمثل كل عينة من عينات الاشارة بـ 2-bits، ليصبح معدل المعلومات الناتجة من جهاز A /D هي R_b.

أ. $$R_b = \frac{2\cdot 34080\,\text{samples}}{\text{sec}}\cdot\frac{2\,\text{bits}}{\text{sample}} = 136.32\,k\,bits/\sec$$

ب. إشارة S(t) عبارة عن اشارة قليلة التردد (بدون عملية التعديل)، قيمة مدى طيف هذه الاشارة $BW_{s(t)}$ يساوي معدل المعلومات R_b

$$BW_{s(t)} = 136.32\,kHz$$

ج. باستخدام (carson's rule)، قيمة مدى طيف اشارة $S_{FSK}(t)$

$$BW_{FSK} = 2\cdot R_b(1+h) = 2\cdot(2.5)\cdot 136.32k = 681.6\,KHz$$

سؤال (12):

إذا استخدم نظام التعديل الرقمي باستخدام الزاوية PSK لإرسال إشارة معلومات متعددة المدى. حيث إن إشارة MPSK يمكن أن تمثل كالتالي:

$$S_{MPSK}(t) = A\cos[w_c t + \theta_i(t)] \qquad \theta_i = \frac{\pi\cdot i}{M}, i = 0,1,..M-1$$
$$= A\angle\theta_i \qquad \theta_i = \frac{\pi\cdot i}{M}, i = 0,1,..M-1$$

أ. ارسم الفضاء العيني لهذه الإشارة (Signal Constellation) إذا كانت قيمة M=4 , 8.

ب. ما هو ناتج المستقبل (demodulator) في حالة M=4 إذا كانت الإشارة على مصدر المستقبل كالآتي:

$$r_1(t) = A\angle 76^\circ, r_2(t) = A\angle -20^\circ, r_3(t) = A\angle 250^\circ$$

حيث تمثل الإشارة r(t) الإشارة الناتجة من قناة الإرسال: $r(t) = S_{MPSK} + noise$

الحل:

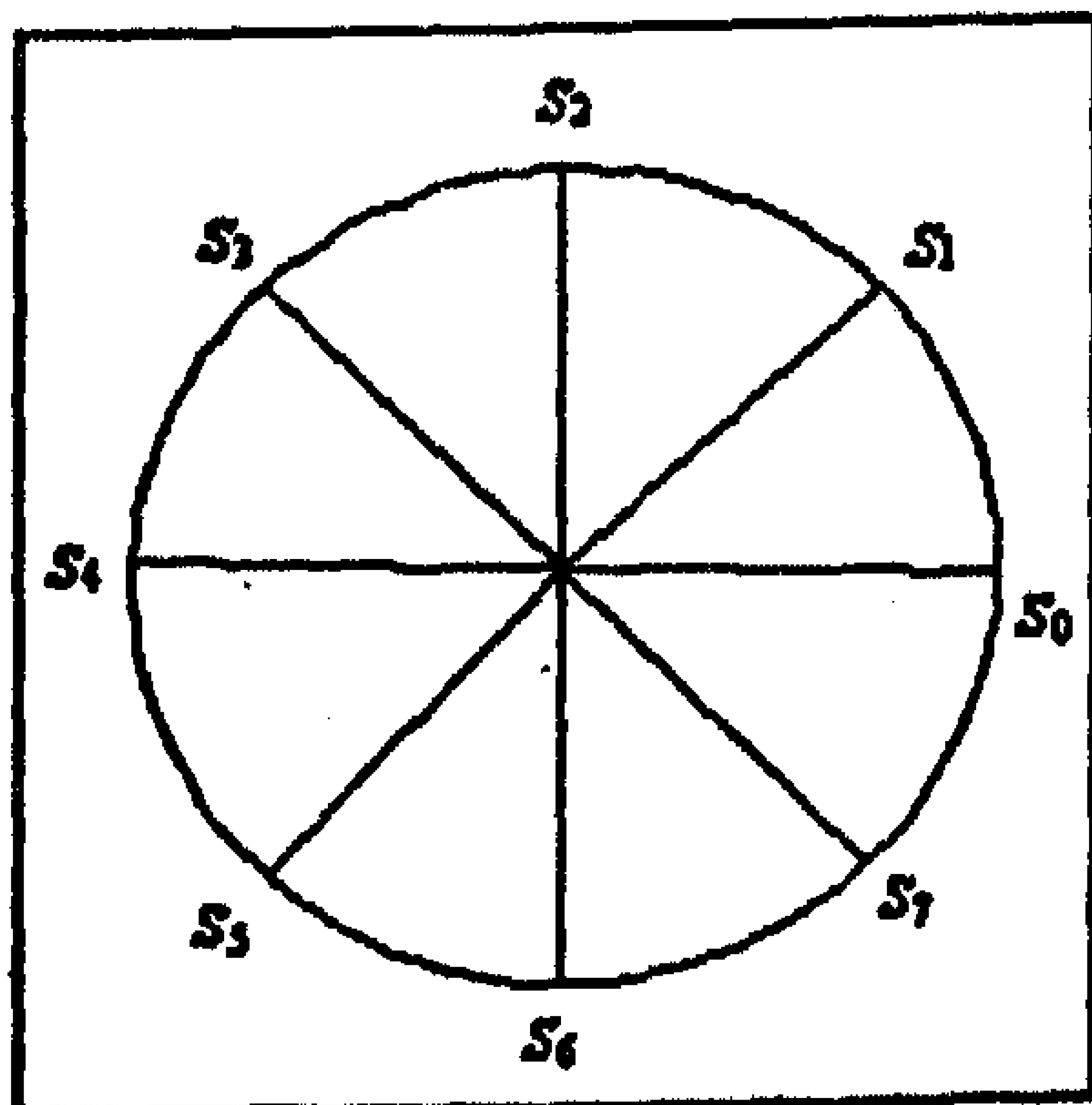
أ. عدد الزواية الموجودة في الفضاء العيني يساوي M، حيث يمكن تمثيل إشارة الـ PSK كفيزار (phasor) كما في (50):

$$s_i(t) = A\angle\theta_i \quad , \; i = 0,1,2.....M-1$$

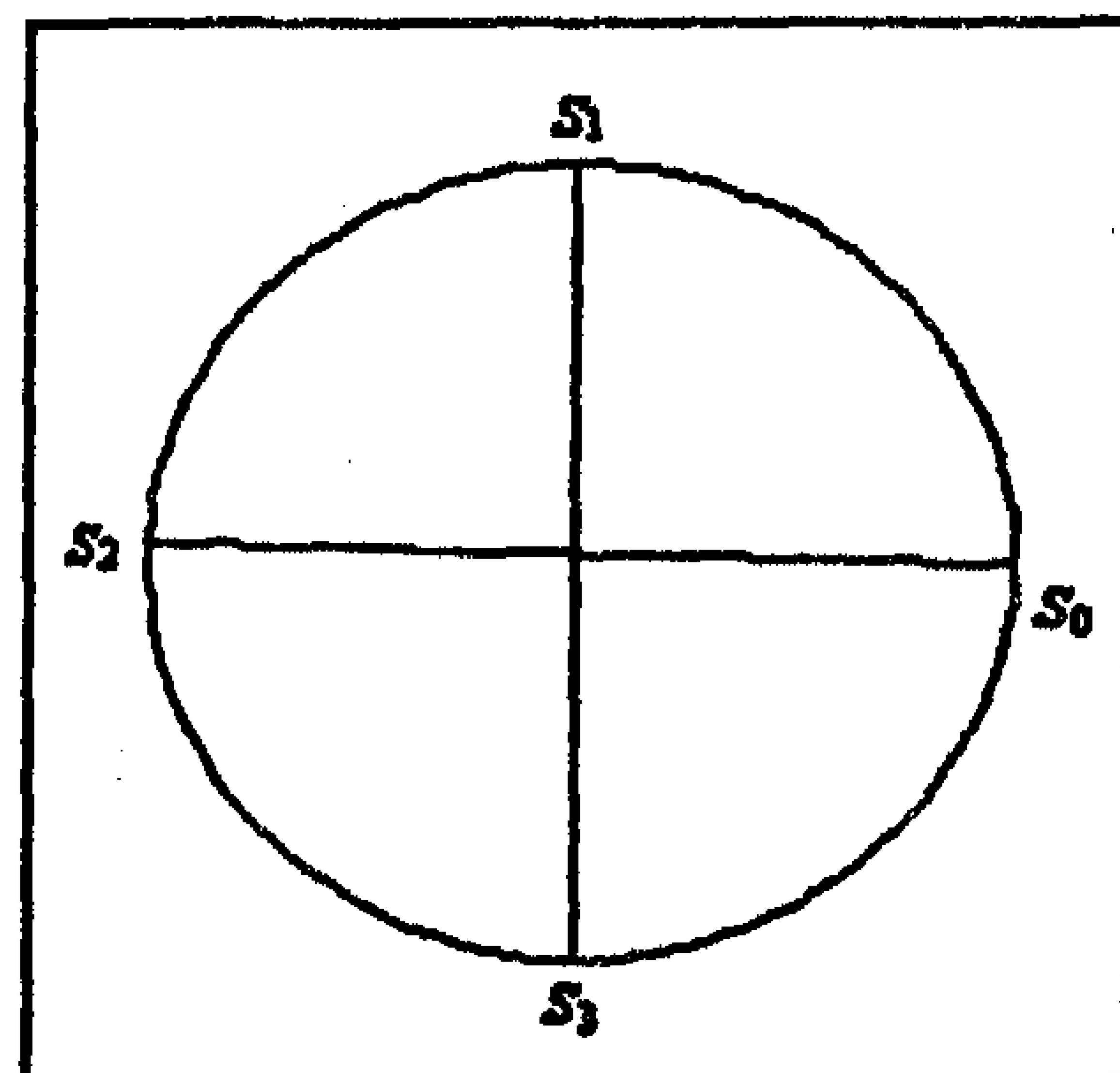
$$\theta_i = \frac{2\cdot\pi}{M} \quad , \quad i = 0,1,2.....M-1$$ حيث إن

الفضاء العيني هنا هو عبارة عن دائرة نصف قطرها يساوي قيمة مدى الإشارة الحاملة A مجزئة إلى M أجزاء وكل جزء منها بزاوية مقداره θ_i كما هو مبين في الجدول أدناه.

[illegible]	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	θ_7
M=4	0	90	180	270				
M=8	0	45	90	135	180	225	270	315

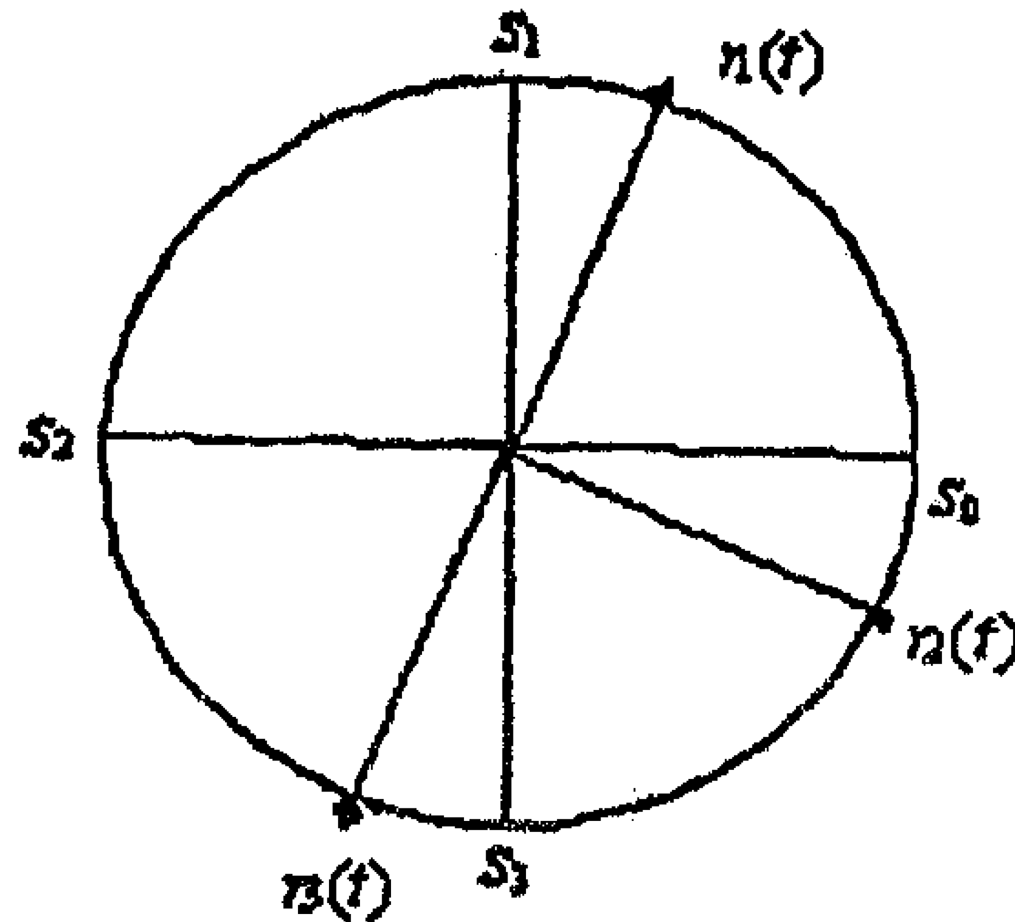


الفضاء العيني M=8



الفضاء العيني M=4

ب. الإشارات المستقبلة وضعت بالنسبة للفضاء العيني في الشكل (س-12) عند مقارنة الإشارات $r_1(t)$, $r_2(t)$، $r_3(t)$ بالفضاء العيني، نلاحظ أن الإشارة $r_1(t)$ أقرب ما تكون إلى الإشارة $s_1(t)$، والإشارة $r_2(t)$ أقرب ما تكون إلى الإشارة $s_0(t)$، والإشارة $r_3(t)$ أقرب ما تكون إلى الإشارة $s_3(t)$. بناءاً على ناتج المستقبل كالتالي: $s_0(t)$ $s_3(t)$ $s_1(t)$ التي تمثل البت التالية: 010011.



الشكل (س-12)

سؤال (13):

شكل (س -10) يوضح نظاماً لإرسال الإشارة S(t) بقيم $\pm A$ volts. إشارة الضوضاء n(t) عبارة عن إشارة عشوائية تتبع توزيع القاوسيان (Gaussian Distributed)، بمتوسط حسابي $\bar{n}$ يساوي صفراً $\bar{n}=0$ ومنحنى معياري قيمته $\sigma_n=1$. واحتمالية إرسال المعلومة A+ أو المعلومة A- :

$$p_r(s(t)=+A)=p_r(s(t)=-A)=p_i$$

أ. أوجد مصطلح إقتران الكثافة الاحتمالية للخطأ في حالة إرسال $+A$. $p_r(error/s(t)=+A)$ والدالة $p_r(error/s(t)=+A)$ تعني (Error When S(T)=+A Is Transmitted).

ب. أوجد مصطلح اقتران الكثافة الاحتمالية (Probability Density Function) للخطأ في حالة إرسال $-A$، $p_r(error/s(t)=-A)$. والدالة $p_r(error/s(t)=-A)$ تعني (Error Pdf When S(T)=-A Is Transmitted).

ج. أوجد احتمالية الخطأ للنظام ككل $p(error)$. في هذه الحالة استخدم نظرية مجموع الاحتمالات المنشقة من (Bay's Theorem).

الحل:

أ. في حالة إرسال المعلومة $s(t)=+A$ تصبح قيمة الاشارة $r(t)$ عبارة عن:

$$r(t)=+A+n(t)$$

اقتران الكثافة الاحتمالية المشروط للاشارة $r(t)$ عند إرسال المعلومة $s(t)=+A$ يصبح

$$p_{|s=+A}(r)=p_n(n=r+A)=\frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi\sigma_n}}e^{-\frac{1}{2}(\frac{r+A-\bar{n}}{\sigma_n})^2}=\frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}e^{-\frac{1}{2}(r+A)^2}$$

الخطأ في هذه الحالة يحدث عند استقبال الإشارة $\hat{s}(t)=-A$ علماً بأن الاشارة التي أرسلت كانت $s(t)=+A$، احتمالية هذا الحدث ممثلة بإيجاد المساحة تحت المنحنى $p_{r|s=+A}(r)$

$$\int_0^{\infty} p_{|s=+A}(r)\cdot dr=\int_0^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}e^{-\frac{1}{2}(r-A)^2}\cdot dr\ p_r(error/s(t)=+A)=$$

$$=\int_{+A}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}e^{-\frac{1}{2}(m)^2}\cdot dm=Q(A)$$

ب. في حالة إرسال المعلومة $s(t)=-A$ تصبح قيمة الاشارة $r(t)$ عبارة عن:

$$r(t)=-A+n(t)$$

اقتران الكثافة الاحتمالية المشروط للاشارة $r(t)$ عند إرسال المعلومة $s(t)=-A$ يصبح

$$p_{|s=-A}(r)=p_n(n=r+A)=\frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi\sigma_n}}e^{-\frac{1}{2}(\frac{r-A-\bar{n}}{\sigma_n})^2}=\frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}e^{-\frac{1}{2}(r-A)^2}$$

الخطأ في هذه الحالة يحدث عند استقبال الإشارة $\hat{s}(t)=-A$ علماً بأن الاشارة التي أرسلت كانت $s(t)=+A$، احتمالية هذا الحدث ممثلة بإيجاد المساحة تحت المنحنى $p_{|s=-A}(r)$

$$\int_{-\infty}^{0} p_{|s=-A}(r)\cdot dr=\int_{-\infty}^{0}\frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}e^{-\frac{1}{2}(r-A)^2}\cdot dr\ p_r(error/s(t)=+A)=$$

$$=\int_{-\infty}^{-A}\frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}e^{-\frac{1}{2}(m)^2}\cdot dm=Q(A)$$

ج. الخطأ للنظام ككل يحدث عند إرسال الاشارة $s(t) = -A$ ويتم إستقبالها وكأنها الاشارة $s(t) = +A$ أو عند إرسال الاشارة $s(t) = +A$ ويتم إستقبالها وكأنها الاشارة $s(t) = -A$، يمكن حسابة احتمالية هذا الحدث $p(error)$ باستخدم نظرية مجموع الاحتمالات المنشقة من (Bay's Theorem) كالآتي:

$$p(error) = p_r[s(t) = -A \cdot \hat{s}(t) = +A) + p_r[s(t) = +A \cdot \hat{s}(t) = -A]$$

$$= p_r[\hat{s} = +A / s = -A] \cdot p_r[s = -A] + p_r[\hat{s} = -A / s = +A] \cdot p_r[\hat{s} = +A]$$

باستخدام النتائج في فرع أ وفرع ب، الخطأ ككل للنظام يصبح:

$$p(error) = 2 \cdot Q(A) \cdot p_i$$

سؤال (14):

ما هي قيمة الخطأ لسؤال (13) إذا كانت قيمة المتوسط الحسابي $\bar{n} = 0$ وقيمة المنحنى المعياري $\sigma_n = 2$. ما هو تأثير المنحنى المعياري للضوضاء على قيمة الخطأ في هذه الحالة.

الحل:

المنحنى المعياري سيؤثر على الكثافة الاحتمالية للضوضاء ليصبح اقتران الكثافة الاحتمالية للضوضاء:

$$p_n(n) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \sigma_n}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{n-\bar{n}}{\sigma_n})^2} = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{n}{2}\right)^2}$$

وتصبح كل من اقترانات الكثافة الاحتمالية المشروطة $p_{|s=+A}(r)$ و $p_{|s=-A}(r)$ كالآتي:

$$p_{|s=+A}(r) = p_n(n = r - A) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \sigma_n}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{r+A}{2})^2}$$

$$p_{|s=-A}(r) = p_n(n = r + A) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \sigma_n}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{r-A}{2})^2}$$

أ. احتمالية الخطأ عند استقبال الإشارة $\hat{s}(t) = +A$ علماً بأن الاشارة التي أرسلت كانت $s(t) = -A$، ممثلة بإيجاد المساحة تحت المنحنى $p_{r|s=-A}(r)$

$$\int_{0}^{\infty} p_{|s=-A}(r)\cdot dr=\int_{0}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi\cdot 2}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r+A}{2}\right)^2}\cdot dr$$

$$=\int_{\frac{A}{2}}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}e^{-\frac{1}{2}(m)^2}\cdot dm=Q(\frac{A}{2})$$

ب. احتمالية الخطأ عند استقبال الإشارة $\hat{s}(t)=-A$ علماً بأن الاشارة التي أرسلت كانت $s(t)=+A$، ممثلة بإيجاد المساحة تحت المنحنى $p_{r|s=+A}(r)$

$$\int_{-\infty}^{0} p_{|s=-A}(r)\cdot dr=\int_{-\infty}^{0}\frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi\cdot 2}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r-A}{2}\right)^2}\cdot dr$$

$$=\int_{-\infty}^{\frac{-A}{2}}\frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}e^{-\frac{1}{2}(m)^2}\cdot dm=Q(\frac{A}{2})$$

ج. الخطأ للنظام ككل :

$$p(error)=p_r[s(t)=-A\cdot\hat{s}(t)=+A)+p_r[s(t)=+A\cdot\hat{s}(t)=-A]$$

$$=p_r[\hat{s}=+A/s=-A]\cdot p_r[s=-A]+p_r[\hat{s}=-A/s=+A]\cdot p_r[\hat{s}=+A]$$

باستخدام النتائج في فرع أ وفرع ب ،الخطأ ككل للنظام يصبح:

$$p(error)=2\cdot Q(\frac{A}{2})\cdot p_i$$

من الواضح أنه عند زيادة المنحنى المعياري للضوضاء ستزيد نسبة الاخطاء للنظام. حيث الاقتران Q(x) هو عبارة عن اقتران تنازلي، أي كلما تزداد قيمة x تصبح قيمة الاقتران Q(x) أقل.

سؤال (15):

إذا كان معدل الأخطاء لنظام التعديل الرقمي الثنائي باستخدام الزاوية (BPSK) يساوي 800 في اليوم الواحد (800 errors /day) وكان معدل إرسال المعلومات يساوي 1000 بت بالثانية الواحدة ($R_b=1000$ bits/sec) والقيمة الكهربائية لكثافة طيف الضوضاء تساوي $N_o=10^{-11}$ watts/Hz .

أ. ما هو معدل الخطأ في البت المرسلة (Bit Error Rate: p_B).

ب. إذا كانت القوة الكهربائية للإشارة الحاملة P عند مصدر المستقبل تساوي $P = 5 \cdot 10^{-7}$ watts ، هل هذه القيمة للإشارة الحاملة كافية لتحقيق معدل الخطأ في البت المرسلة في فرع (أ).

ج. ما هو معدل احتمالية وقوع الأخطاء للرموز في هذه الحالة (Probability Of Symbol Error).

الحل:

أ. معدل إرسال المعلومات في اليوم الواحد يساوي

$$R_{day} = [1000\ \text{bits/sec}] \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 86.4 \cdot 10^6\ \text{bits/day}$$

معدل الخطأ في البت المرسلة $p_{bits}(error)$

$$p_{bits}(error) = \frac{800}{84.6 \cdot 10^6} = 9.2593 \cdot 10^{-6}$$

ب. باستخدام مصطلح الخطأ لإشارة BPSK

$$p_{BPSK}(error) = Q(\sqrt{2 \cdot E_b / N_o}) = Q(\sqrt{(2 \cdot 5 \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-3})/10^{-11}}$$

$$p_{BPSK}(error) = Q(\sqrt{100}) = Q(10) = 7.6 \cdot 10^{-23}$$

نعم كافية لتحقيق قيمة خطأ في البت المرسلة أفضل من فرع أ، حيث إن نسبة الخطأ هنا تساوي $7.6 \cdot 10^{-23}$ وهي أفضل بكثير من فرع أ.

ج. استناداً إلى فرع ب، معدل احتمالية وقوع الأخطاء للرموز في هذه الحالة

$$p_{BPSK}(error) = Q(\sqrt{100}) = Q(10) = 7.6 \cdot 10^{-23}$$

سؤال (16):

ما هي نتيجة القيم للأفرع الثلاثة في سؤال (15) إذا استخدم نظام التعديل 8PSK بدلًا من BPSK.

الحل:

أ. النظام هنا يرسل المعلومات عن طريق الرموز بدلاً من البت، حيث إن كل رمز يحتوي على $n = 3$ bits. في هذه الحالة معدل إرسال المعلومات مقاسة بالرمز في اليوم الواحد يساوي

$$R_{day} = [\frac{1000}{3}\text{ symbols/sec}]\cdot 24\cdot 60\cdot 60 = 28.8\cdot 10^6 \text{ symbols/day}$$

معدل الخطأ في الرموز المرسلة $p_{sym}(error)$

$$p_{sym}(error) = \frac{800}{28.8\cdot 10^6} = 2.77\cdot 10^{-5}$$

يمكن حساب معدل الخطأ في البت المرسلة $p_{bits}(error)$ باستخدام العلاقة (61)

$$p_{bits}(error) = \frac{p_E}{\log_2 M} = \frac{2.77\cdot 10^{-5}}{3} = 9.259\cdot 10^{-6}$$

لاحظ في هذه الحالة معدل الخطأ اليومي مقاس بالرموز error rate = 800 symbols/day

ب. باستخدام مصطلح الخطأ لإشارة 8PSK

$$p_{symbol}(error) = 2\cdot Q\left(\sqrt{\frac{2\cdot E_s \log_2 M}{N_o}}\sin\frac{\pi}{M}\right)$$

حيث تمثل $E_s = (\text{Power})\cdot T_{symbol} = (5\cdot 10^{-7})\cdot 10^{-3}$ jouls ، الطاقة الكهربائية للرمز الواحد بينما يمثل الرمز T_{symbol} قيمة مدى الامتداد الزمني للرمز الواحد

$$T_{symbol} = n\cdot T_{bit} = 3\cdot 10^{-3}\text{ sec}$$

$$p_{symbol}(error) = 2\cdot Q\left(\sqrt{\frac{2\cdot 5\cdot 10^{-7}\cdot 3\cdot 10^{-3}}{10^{-11}}}\sin\frac{\pi}{8}\right) = 3.58\cdot 10^{-11}$$

$$p_{bit}(error) = \frac{3.58\cdot 10^{-11}}{3} = 1.19\cdot 10^{-11}$$

نعم كافية لتحقيق قيمة خطأ في البت المرسلة أفضل من فرع أ، حيث إن نسبة الخطأ هنا تساوي $1.19\cdot 10^{-11}$ وهي أفضل بكثير من فرع أ.

ج. استناداً إلى فرع ب، معدل احتمالية وقوع الأخطاء للرموز في هذه الحالة $3.58\cdot 10^{-11}$

سؤال (17):

إذا كانت الإشارة $S_{MFSK}(t) = 0.06\cos[w_i t]$, $i = 0,....M\text{-}1$ ، تمثل إشارة التعديل الرقمي باستخدام التردد متعدد المدى، وكان معدل إرسال المعلومات $R_b = 10^6$ bits/sec وقيمة نسبة مدى الانحراف الترددي h تساوي $h = 2$ ، بالإضافة إلى أن القيمة الكهربائية لكثافة طيف الضوضاء تساوي $N_o = 10^{-11}$ watts/Hz .

أ. ما هي قيمة القوة الكهربائية للإشارة الحاملة.

ب. ما هي قيمة معدل القوة الكهربائية (Energy) لكل من البت (Bit) والرمز (Symbol) في حالة M=2 , 8.

ج. أوجد قيمة مدى الطيف (Bandwidth) لإشارة $S_{MFSK}(t)$ في حالة M=2 , 8.

د. أوجد قيمة احتمالية وقوع الخطأ بالنسبة للبت لهذا النظام في حالة M=2 , 8.

الحل:

أ. قيمة القوة الكهربائية للإشارة الحاملة p هي عبارة عن

$$P = 0.5 \cdot (.06)^2 = 0.0018 \text{ watts}$$

ب. قيمة معدل القوة الكهربائية (Energy) لكل من البت E_b والرموز E_s ، يمكن حسابتها باستخدام

$$E_s = E_b \cdot \log_2(M)$$

$E_b = P \cdot T_b = (0.0018) \cdot 10^{-6} = 1.8 \cdot 10^{-9}$ jouls ، ومعدل القوة الكهربائية للرمز

$$M = 2: \quad E_s = E_b = 1.8 \cdot 10^{-9} \text{ jouls}$$

$$M = 8: \quad E_s = 3 \cdot 1.8 \cdot 10^{-9} \text{ jouls}$$

ج. يمكن إيجاد قيمة الطيف لإشارة $S_{MFSK}(t)$ باستخدام Corson's Rule:

$$(BW)_{FSK} = 2 \cdot R_s(1+h)$$

$$M=2: \quad (BW)_{FSK} = 2 \cdot 10^6(1+2) = 6 \cdot 10^6 \text{ Hz} = 12 \cdot \pi \cdot 10^6 \text{ rad}$$

$$M=8: \quad (BW)_{FSK} = 2 \cdot \frac{10}{3}(1+2) = 1.33 \cdot 10^6 \text{ Hz} = 2.66 \cdot \pi \cdot 10^6 \text{ rad}$$

د. في حالة M=2 وباستخدام جدول 5 يمكن حساب وقوع الخطأ بالنسبة للبت

$$p_{bit}(e) = Q\left(\sqrt{\frac{2 \cdot E_b}{N_o}}\right)$$

حيث إن قيمة E_b تمثل معدل القوة الكهربائية من فرع ب

$$p_{bit}(e) = Q\left(\sqrt{\frac{2 \cdot 1.8 \cdot 10^{-9}}{10^{-10}}}\right) = Q(6) = 9.9 \cdot 10^{-10}$$

بينما في حالة M=8 وباستخدام جدول (6) يمكن حساب وقوع الخطأ بالنسبة للرمز

$$p_{symbol}(e) = Q\left(\sqrt{\frac{2 \cdot E_s}{N_o}} \sin\frac{\pi}{M}\right)$$

$$p_{symbol}(e) = Q\left(\sqrt{\frac{2 \cdot 5.4}{10^{-10}}} \sin\frac{\pi}{M}\right) = Q(3.97) = 7.24 \cdot 10^{-5}$$

ويمكن حساب وقوع الخطأ بالنسبة للبيتس من حساب وقوع الخطأ بالنسبة للرموز باستخدام (61)

$$p_b(e) = \frac{p_{symbol}(e)}{\log_2 M} = \frac{7.24 \cdot 10^{-5}}{3} = 2.413 \cdot 10^{-5}$$

سؤال (18):

في نظم الاتصالات تقاس فعالية النظام عن طريق فعالية القوة الكهربائية للنظام (Power Efficiency) بمحاربة الضوضاء الموجودة في قناة الإرسال أو عن طريق مدى فعالية النظام لإستغلال قيمة مدى الطيف (Bandwidth Effiecincy). إذا كان معدل إرسال المعلومات يساوي $R_b = 10^6$ bits/sec وكانت الإشارة الحاملة لنظام التعديل ممثلة بالإشارة $c(t) = .01\cos(10^8 \pi t)$ بالإضافة إلى أن قيمة كثافة القوة الكهربائيه لطيف إشارة الضوضاء تساوي $N_o = 10^{-10}$ watts/Hz .

أ. أي من النظم التالية يكون أكثر فعالية بالنسبة للقوة الكهربائية BASK ,BPSK , BFSK.

ب. أي من النظم التالية يكون أكثر فعالية بالنسبة لقيمة مدى الطيف: BASK، BPSK , BFSK.

الحل:

أ. فعالية النظام بالنسبة للقوة الكهربائية تقاس بمعدل نسبة الخطأ في استقبال وإرسال المعلومات. باستخدام جدول (5) من الواضح أن نظام الـBPSK أكثر فعالية بالنسبة للقوة الكهربائية حيث إن نظام الـ BPSK يعطي أقل قيمة من الخطأ في البت.

ب. فعالية النظام بالنسبة لقيمة مدى الطيف تعني النظام الذي يرسل المعلومات بأقل قيمة ممكنة من الطيف. قيمة الطيف لنظام ASK، BW_{ASK} تحسب باستخدام (22) :

$$BW_{ASK} = 2 \cdot BW_{d(t)} = 2 \cdot R_b = 2 \cdot 10^6 \text{ Hz}$$

بينما في حالة BPSK والـ BFSK يمكن حسابة قيمة الطيف باستخدام (31)

$$(BW)_{FSK} = 2 \cdot R_b(1+h) \text{ Hz}$$

ومن الواضح هنا أن هذه القيمة ستكون أكبر من قيمة الطيف بالنسبة لنظام الـ ASK. لذلك نستنتج أن نظام الـASK الأفضل بالنسبة لفعالية الطيف.

سؤال (19):

إذا استخدم كل من الأنظمة التالية: 4PSK و 4ASK للإجابة عن فرع (أ) وفرع (ب) من سؤال (18). علل سبب الاختلاف بين الحالتين.

الحل:

في هذه الحالة المعلومات ترسل عن طريق الرموز وليس عن طريق البت كما في سؤال (18). يبقى نظام الـASK أكثر فعالية بالنسبة لمدى الطيف ويبقى نظام الـPSK الأكثر فعالية بالنسبة للقوة الكهربائية.

14. مسرد المصطلحات

- آخذ العينات (Commutator): عبارة عن جهاز بسرعة عدد من الدورات في الثانية الواحدة حيث يعمل هذا الجهاز على أخذ عينات من عدد معين من الإشارات المختلفة في كل دورة زمنية بانتظام.
- إشارة الأصل الترددي أو إشارة المعلومات (Base band or signal message): عبارة عن الإشارة الناتجة من مصدر المعلومات وتكون هذه الإشارة قليلة التردد.
- اقتران الكثافة الاحتمالية (Probability Density Function): عبارة عن إقتران يعطي علاقة ما بين قيم المتغير العشوائي وقيمها الاحتمالية.
- اقتران كثافة طيف القوة الكهربائية (Power Spectral Density Function): عبارة عن إقتران يربط ما بين القوة الكهربائية للإشارة وتوزيعها الطيفي.
- الإرسال المضاعف الزمني :(Time division multiplexing: TDM): نوع من أنواع الإرسال المضاعف يتم عن طريق تقسيم زمن القناة بين الإشارات المختلفة.
- الإرسال متعدد الإشارات أو الإرسال المضاعف (Multiplexing): الإشارة المرسلة تحتوي على عدد معين من الإشارات المختلفة.
- البيانات متعددة المدى (M-ary Signaling or Multi Level Signaling or Grouping): عبارة عن المعلومات الرقمية التي يكون عدد قيم مداها أكبر من 2 ويتبع قاعدة الرقم 2: .... , 64 , 32 , 16 , 8 , 4 .
- التحويل من النظام التناظري إلى النظام الرقمي (Analog To Digital Conversion «A /D»): عملية يتم فيها تحديد قيم مدى الإشارة إلى مدى محدد القيم يتبع قاعدة الرقم 2: ...32 , 16 , 8 , 4 , 2 .
- التداخل الناتج عن عملية أخذ العينات (Aliasing): تداخل يحدث في المجال الترددي للإشارة الممثلة بعيناتها.

- التدهور (Distortion): عملية تسبب تغيرات غير مرغوب بها في إشارات المعلومات.

- التدهور الخطي (Linear Distortion): نوع من التدهور يسبب إنحراف خطي بزاوية الإشارة.

- الترميز الخطي (Line Coding): هو عبارة عن عملية يتم فيها تحويل قيم البيانات الرقمية من القيم المنطقية إلى القيم الحقيقية قبل عملية التعديل أو البث.

- التعديل النبضي (Pulse Modulation): نوع من أنواع التعديل قليل التردد حيث تعتمد عملية التعديل فيه علي إحداث نوع من التغير على الأنباض المرسلة عن طريق المدى أو الامتداد الزمني أو الموقع الزمني لهذه الأنباض.

- التعديل باستخدام التردد (Frequency modulation «FM»): نوع من أنواع التعديل عالي التردد يتم فيه إحداث تغيرات بتردد إشارة الجيب بطريقة تتناسب مع إشارة المعلومات قليلة التردد.

- التعديل باستخدام الزاوية (Phase Modulation «PM»): نوع من أنواع التعديل عالي التردد يتم فيه إحداث تغيرات بزاوية إشارة الجيب بطريقة تتناسب مع إشارة المعلومات قليلة التردد.

- التعديل باستخدام المدى (Amplitude Modulation «AM»): إحدى أنواع التعديل عالي التردد يتم فيه إحداث تغيرات بمدى إشارة الجيب بطريقة تتناسب مع إشارة المعلومات قليلة التردد.

- التغيرات الكهربائية (Electrical Variations): تغيرات يمثل الأس العمودي فيها إحدى الوحدات الكهربائية والأس الافقي وحدة الزمن.

- الإرسال المضاعف الترددي (Frequency Division Multiplexing «FDM»): نوع من أنواع الإرسال المضاعف يتم عن طريق تقسيم طيف القناة بين الإشارات المختلفة.

- الضبط الزمني للمعلومات (Synchronization): قدرة النظام على تحديد

بداية ونهاية كل معلومة.

- الضوضاء (Noise): إشارة عشوائية غير مرغوب بها تؤثر على إشارة المعلومات بطرق سلبية مختلفة. يسبب هذا التأثير ضعف في إشارة المعلومات وإحداث أخطاء في عملية الإستقبال مما يؤدي في ضياع المعلومات المرسلة.
- الفضاء العيني (Free Space): الوسط الفضائي الذي تنتقل به الإشارة.
- قدرة الترميز الخطي الذاتية على اكتشاف وتصحيح الأخطاء في المعلومات (Self Error Detection and Correction): أن يكون قدرة اكتشاف وتصحيح الأخطاء في المعلومات المستقبلة جزء من طبيعة الترميز الخطي ولا تحتاج إلى بناء نظام خارجي في إكتشاف الأخطاء وتصحيحها.
- المرشح قليل التردد (Low Pass Filter «LPF»): عبارة عن مرشح يقوم بتمرير الترددات قليلة القيم. أصغر قيمة تردد للمرشح هي الصفر (يكون عندها أكبر قيمة مطلقة لمدى المرشح)، وأكبر قيمة تردد تسمى بقيمة طيف المرشح ويكون عندها القيمة المطلقة لمدى المرشح يساوي (0.707) من قيمة مدى المرشح لنقطة التردد صفر.
- المرشح متوسط التردد (BandPass Filter «BPF»): عبارة عن مرشح يقوم بتمرير ترددات عالية المدى محصورة بين قيمة صغرى وقيمة كبرى وقيمة الفرق بينهما يمثل قيمة طيف المرشح. قيمة التردد المتصفة بين القيمة الكبرى والصغرى تسمى بقيمة مركز تردد المرشح ويكون عندها أكبر قيمة مطلقة لمدى المرشح. القيمة المطلقة للمرشح عند النقطة الكبرى والصغرى تساوي (0.707) من قيمة مدى المرشح عند نقطة مركز التردد.
- المستقبل (Receiver): جهاز يعمل على استئصال إشارة المعلومات من الإشارة المستقبلة.
- المصدر الرقمي (Digital Source): مصدر إشارة المعلومات حيث تكون طبيعة هذه المعلومات رقمية.
- نبضات منفصلة (Discrete Pulses): أن تكون الأنباض معرفة على فترات منفصلة من الزمن.

- الإشارة محدودة الطيف (Bandlimited Signals): عبارة عن الإشارة التي يكون طيفها يمتد بين قيمتين محددتين.

- تغيير المدى الزمني للنبض (Pulse Width modulation: «PWM»): نوع من أنواع التعديل النبضي يتم فيه تغير قيمة مدى الإمتداد الزمني للأنباض المرسلة.

- تغيير موقع النبض (Pulse Position Modulation «PPM»): نوع من أنواع التعديل النبضي يتم فيه تغير قيمة الفترات الزمنية بين الأنباض المرسلة.

- جهاز الباعث أو جهاز المرسل (Transmitter): نظام يقوم بعدة عمليات على إشارة المعلومات قبل بثها على قناة الإرسال. بعض هذه العمليات: عملية التعديل، عملية التكبير وعملية الترشيح......إلخ

- دو بايناري (Duobinary): نظام ترميز خطي يتم فيه تحويل قيم المنطق ثنائية المدى(0 or 1) إلى قيم انباض ثلاثية المدى: A+ 0 A- .

- رمز التعديل النبضي (Pulse Coded modulation «PCM»): إشارة قليلة التردد ممثلة بسلسلة من كلمات الرمز ويمكن أن تعتبر هذه الإشارة نوع من أنواع التعديل قليلة التردد.

- الرمز (Symbol): عبارة عن مجموعة من البت.

- زمن القناة (Channel Time): قيمة الفترة الزمنية لإرسال إشارة المضاعف الزمني.

- سرعة إرسال البيانات أو المعلومات (Data Rate): عدد المعلومات التي ترسل بالثانية الواحدة.

- ضغط طيف الإشارة (Spread Spectrum): عملية يتم فيها زيادة قيمة طيف الإشارة بطريقة تتناسب مع مدى الإشارة أو ترددها.

- عملية الإرسال (Transmission): تعمل عملية الإرسال على ضمان بث إشارة المعلومات من المرسل إلى المستقبل.

- عملية الترشيح (**Filtering**): عبارة عن عملية تستخدم لتحديد طيف الإشارة الداخلة إلى المرشح.
- عملية التساوي (**Equalization**): عملية يتم فيها الحفاظ على مستوى ثابت لمدى أو قيمة الإشارة.
- عملية التعديل (**Modulation**): عبارة عن عملية يتم فيها إحداث نوع من التغيرات على الإشارة المرسلة مع طريقة تتناسب مع طبيعة نوع التعديل.
- عملية التعديل عالي التردد (**Bandpass Modulation**): عبارة عن عملية يتم فيها إزاحة طيف إشارة المعلومات قليلة التردد إلى إشارة عالية التردد باستخدام إشارة أخرى تسمى بالإشارة الحاملة بطريقة تتناسب مع نوعية عملية التعديل المستخدمة، والإشارة الحاملة هي عبارة عن إشارة الجيب.
- عملية التعديل قليل التردد (**Baseband Modulation**): نوع من أنواع التعديل يتم فيها إحداث تغيرات في إحدى مكونات إشارة المعلومات الأصلية (قليلة التردد) قبل بثها.
- عملية تحويل الفورير (**Fourier Transfom**): عملية يتم فيها تحويل المجال الزمني للإشارة إلى مجالها الترددي.
- عملية تقريب مدى الإشارة (التكميم) (**Quantization**): تقريب قيم مدى الاشارة إلى عدد محدد من القيم التقريبية وتكون عدد هذه القيم التقريبية تتبع قاعدة الرقم 2.
- قاعدة الرقم 2 (**Base 2 System**): عبارة عن نظام رقمي يكون أعداد قيم هذا النظام يتبع قاعدة الرقم 2: .... , 32 , 16 , 8 , 4 , 2 .
- قيم المنطق (**Logic Levels**): عبارة عن النظام الرقمي المستخدم في الحاسوب حيث تكون هذه القيم غير عددية.
- قيمة الطيف (**Bandwidth**): الفرق ما بين أكبر قيمة لتردد طيف الإشارة وأقل قيمة.
- كلمة الرمز (**Code Word**): رمز يحتوي على عدد من الأنباض ثنائية المدى

تمثل القيمة التقريبية المستخدمة في عملية تقريب مدى الإشارة.

- محول الطاقة (Input Transducer): جهاز يقوم بتحويل إشارة المعلومات من مصدرها إلى إشارة كهربائية.

- محول الطاقة العكسي (Output Transducer): عبارة عن جهاز يقوم بتحويل الإشارات الكهربائية إلى إشارات تتناسب مع طبيعتها مثل إشارة: الصوت والتلفاز......إلخ.

- الطاقة الكهربائية (Energy): تمثل الطاقة الكهربائية للإشارة حاصل ضرب قوتها الكهربائية بالوقت الزمني لامتدادها.

- معلومات ثنائية المدى (Binary bits or binary data): سلسلة المعلومات الرقمية تمثل قيمة مدى كل معلومة بإحدى القيمتين: صفر أو واحد.

- مفتاح الكتروني (Electronic Switch): عبارة عن مفتاح إلكتروني ينتج أنباض بفترات زمنية منتظمة.

- نظرية أخذ العينات (Sampling Theorem): تمثيل إشارة محدودة الطيف بعينات منها متباعدة زمنياً بقيمة تسمى بـ الوقت الزمني لأخذ العينات.

- تغيير مدى النبض أو التعديل باستخدام مدى النبض (Pulse Amplitude Modulation ،PAM): نوع من أنواع التعديل النبضي يتم فيه تغير قيمة مدى الأنباض المرسلة.

- نمط البولار (Polar Format): نظام ترميز خطي يتم فيه تحويل قيم المنطق ثنائية المدى (0 or 1) إلى قيم انباض ثنائية المدى: ±A.

الوحدة الرابعة

الترميز والتشفير

Coding and Encryption

1 . المقدمة

1.1 تمهيد

والآن عزيزي القارئ بعدما اطلعنا على مفهوم البيانات الرقمية وآليات تعديلها لإرسالها عبر قنوات الاتصال المختلفة نجد أنه من أهم القيم التي تحدد جودة الاتصال هي معدل الخطأ (أو احتمال خطأ كل بت)، (BER). وعادة ما نستخدم هذه القيمة للإشارة على مقدار صحة إرسال المعلومات، فعندما نقول إن هذا النظام يعمل على $BER = 10^{-5}$ مثلاً. فإننا نتوقع حصول خطأ في إرسال بت واحدة كل 10^{5} بت. وإذا نظرنا بتمعن إلى هذا الرقم نجد أنه لا يعتبر جيداً في كثير من التطبيقات وخاصة التطبيقات المتعلقة بإرسال بيانات عبر شبكات الحواسيب. لذلك فإننا ندرس نظام الإرسال ونضع الأهداف المباشرة حتى يتمكن هذا النظام من خدمتنا، فمثلاً من تطبيقات إرسال البيانات عبر شبكات الحواسيب يجب أن تكون $BER \leq 10^{-12}$ وهذا الرقم بعيد جداً عن ما نحصل عليه من التصاميم العملية لأنظمة الإرسال الرقمية.

وحل مثل هذه المشكلة يكمن في استخدام طرق تصحيح الأخطاء الأوتوماتيكي وهو موضوع هذه الوحدة. فمثلاً نستطيع أن نستخدم طريقة تضمن تصحيح أي خطأين في الإرسال مما يحسن أداء النظام بما يقارب $(BER)^3$ أي في المثال السابق يصبح معدل الخطأ $BER \approx 10^{-15}$ مما يجعل النظام قابلاً للتطبيق ويعتمد عليه عملياً لإرسال البيانات.

2.1 أهداف الوحدة

يتوقع منك عزيزي القارئ بعد الانتهاء من دراسة هذه الوحدة أن تكون قادراً على أن:

1. تشرح مفهوم حماية المعلومات من الأخطاء في الإرسال.
2. تشرح مفهوم الترميز الحزمي الخطي وأنواعه.
3. تشرح مفهوم الترميز الدوار.
4. تشرح مفهوم حماية المعلومات عن طريق التشفير.
5. تستخدم أساليب التشفير لحماية المعلومات.
6. تستطيع تشفير المعلومات بالطرق المشروحة.
7. تطبق عمليتي الترميز والتشفير عملياً.

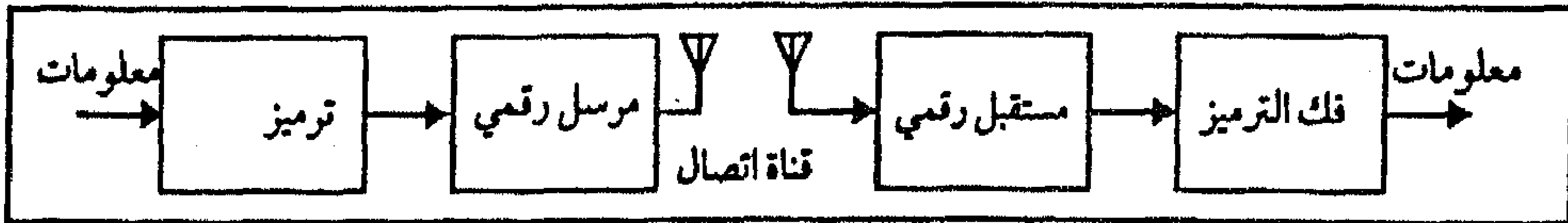
3.1 أقسام الوحدة

تقسم هذه الوحدة إلى ستة أقسام رئيسة تشرح المبادئ العامة للترميز والتشفير وهي:

1. الترميز الحزمي الخطي: ويحقق الهدفين الأول والثاني.
2. الترميز الدوار: ويحقق الهدف الثالث.
3. مبادىء التشفير: ويحقق الهدفين الرابع والخامس.
4. التشفير باستخدام المفتاح العام والمفتاح الخاص: ويحقق الهدف السادس.
5. مشروع عملي على الترميز ويحقق الهدف السابع.
6. مشروع عملي على التشفير ويحقق الهدف السابع.

2. الترميز الحزمي الخطي (Linear Block Codes)

إن من أهم صفات أنظمة الإرسال الرقمي، إمكانية تعليق عملية الترميز وفك الترميز على المعلومات قبل الإرسال وبعد الإستقبال كما هو موضح بالشكل (1). وكما نرى فإن عملية التعديل هنا منفصلة عن عملية الترميز لذلك فإن هذا التركيب يعطينا حرية أكبر في ضبط جودة الإرسال حسب متطلبات التطبيقات العملية لهذا الإرسال.



شكل (1): رسم تخطيطي لنظام اتصال مع نظام ترميز.

وإذاً فالمطلوب من الترميز وفك الترميز هو إجراء عملية تصحيح الأخطاء وهذه العملية هي ما نسميها (Error Correcting Codes) وهو عندما يكون الهدف من الترميز تصحيح الأخطاء إن حصلت أثناء الإرسال. وطبعاً نفهم من ذلك أنه يوجد أهداف أخرى للترميز ألا وهي:

1 - كشف الأخطاء.
2 - كشف وتصحيح الأخطاء.
3 - تشفير المعلومات.
4 - توزيع المعلومات بشكل يجعلها مقاومة لبعض أنواع التشويش.

ولكل هدف من هذه الأهداف نوع من الترميز الخاص به ليقوم بالعملية ويمكن استخدام أكثر من نوع من هذه الأنواع في النظام الواحد. وعلى سبيل المثال نعرض هنا مثال بث الصور من مسبار فضاء حيث إن المسبار يلتقط الصور (لنقل من كوكب زحل كما شاهدنا مؤخراً على شاشات التلفاز) ويقوم بتحويل هذه الصور إلى صور رقمية وإذا حسبنا بعد المسبار عن الأرض نجد أنه كبير جداً ونحتاج لطاقة عالية جداً من مرسل

المسبار حتى نتمكن من التقاط هذه الصور على الأرض بشكل مناسب، وهذه الطاقة للأسف غير متوفرة لاعتماد المسبار على الطاقة الشمسية التي هي قليلة على ذلك البعد لذلك فإننا نستخدم في الإرسال طاقة قليلة مما يتناسب مع قدرة بطاريات المسبار وهذه الطاقة لا تعطينا جودة عالية في استقبال الصور حيث إن نسبة الخطأ في الاستقبال تصل إلى (BER= 0.2= ٪20) وحتى نتمكن من رؤية صور جيدة لابد من وصول هذه النسبة إلى $BER \leq 10^{-3}$ مما يعني أننا بحاجة إلى ترميز يصحح خمسة أخطاء كل 25 بتاً. وحتى نفهم كيف حصلنا على هذا الرقم نفرض إن كل خدمة للإرسال تحتوي على 100 بت مما يعني احتمال 20 بتاً خطأ لذلك فإن الترميز يجب أن يصحح 20 بتاً كل 100، أو 10 بت كل 50 أو....! وكان الخيار عندنا هو خمس بتات كل 25 بت مرسلة. وستتعلم كيف نختار مثل هذه الأرقام خلال دراستنا لهذه الوحدة.

وكما ذكرنا في عرض أنواع الترميز من حيث الهدف من استخدامه فهنالك أنواع تستخدم فقط لكشف الأخطاء وهي الأكثر شيوعاً في الاستخدام حيث تكتفي بمعرفة أن هنالك خطأ كي نطلب إعادة إرسال المعلومة وأهم مثال على ذلك في شبكة الانترنت حيث إن المعلومة التي تصلنا خطأ نطلب إعادة إرسالها من المصدر.

نستطيع استخدام الترميز أيضاً لتشفير المعلومات حيث نعيد ترتيب رموز المعلومات بشكل آخر تفقد فيها قيمتها بالنسبة للمستقبلات التي لا تعرف آلية الترتيب الجديدة وفقط من يعرف هذه الآلية يستطيع إرجاع المعلومات إلى حالتها الأصلية ويستفيد منها. وتجدر الإشارة هنا إن هذا التطبيق للترميز قد كسب أهميته من التطبيقات العسكرية وهو الأن من أهم التطبيقات للاستخدامات المدنية في حماية البيانات المرسلة من المتطفلين ولصوص شبكات الحواسيب وكذلك نستخدم نفس التقنية لبث خدمات رقمية للمشتركين في أنظمة برامج معينة على الفضائيات التلفزيونية واستخدامات كثيرة لا حصر لها.

أما استخدام الترميز لمقاومة بعض أنواع التشويش فهو وارد في جميع أنظمة الاتصال الرقمية الحديثة إذ إنه يوجد نوع من التشويش يحدث من جراء فتح وإغلاق الدوائر الكهربائية المختلفة من إضاءة إلى تشغيل محركات كهربائية... إلخ وكذلك يحدث في الأنظمة التي تعمل على ترددات عالية من جراء تخميد الإشارات المستقبلة عن طريق

التداخلات المتعددة. وتأثير هذا النوع من التشويش يجعل الأخطاء تظهر متلاصقة بمعنى إنه يحدث خطأ في مجموعة بتات متلاحقة في آنٍ واحد. ولحل مثل هذه الظاهرة يستخدم بعض أنواع الترميز بالإضافة إلى طرق إعادة ترتيب المعلومات وتكون النتيجة إننا نستطيع التخلص من هذه التأثيرات.

كما نرى هنا من خلال ما سبق فإن هنالك استخدامات مهمة جداً للترميز وتصل لدرجة إن بعض الأنظمة لن تكون ذات قيمة عملية ما لم نستخدم الترميز فيها (كما رأينا في اتصالات المسبار الفضائي). وكذلك لكثرة هذه الاستخدامات وتعدد الأنواع فإن نظرية الترميز تطورت وأخذت شكلها النهائي عن طريق جهود كبيرة ومحاولات عديدة لجعل عملية الترميز تخدمنا منذ المراحل الأولى في تصميم أنظمة الاتصالات الرقمية.

لقد بنيت نظرية الترميز على أسس رياضية قوية وإثباتات عملية مما جعلها تصبح نظرية قائمة بذاتها وعلماً لا يستغنى عنه في مجال الاتصالات. فقد بدأت النظرية من مفهوم بسيط على يد العالم (Hamming) وذلك بإضافة بعض المعلومات المشتقة بطريقة رياضية على المعلومات الأصلية مما يمكننا عند المستقبِل من معرفة فيما لو حدث خطأ واحد أو لم يحدث وإن حدث نصححه بطريقة آلية وبعد ذلك فقد قام بعض العلماء باكتشافات جديدة في مجال نظرية الترميز ونتج عن هذه الاكتشافات أنواع من الترميز عالية الكفاءة ومتعددة الاستخدامات. لذلك فقد تنوعت هذه الطرق في الترميز وأصبح التقسيم لأنواع الترميز كما يلي:

1 - الترميز الحزمي الخطي ومنه ترميز هامنغ والترميز الدوراني الحزمي والترميز الأكثر شمولية المسمى بترميز BCH.

2 - الترميز الدوار وهو ترميز يستخدم مفهوم النظام ذي الذاكرة كي يضيف المعلومات اللازمة لكشف وتصحيح الأخطاء ومنه نوعان رئيسيان العادي والمختصر ونتج عن هذا النوع نوع جديد يسمى (Turbo Code) وهو الأفضل على الإطلاق وسيعتمد استخدامه في أنظمة الاتصالات المستقبلية وكذلك في الاتصالات الفضائية العميقة (Deep Space).

3 - الترميز المهجن وهو مزيج من النوعين السابقين.

1.2 مقدمة إلى الترميز الخطي

كما ورد في المقدمة العامة لهذه الوحدة فإن الترميز الحزمي الخطي هو أحد أنواع الترميز الرئيسية التي تستخدم لكشف الأخطاء وكشف وتصحيح الأخطاء وكذلك فإن أنواعاً خاصة من هذا الترميز يمكن استخدامها للتشفير كما سيرد في نهاية هذه الوحدة. ويقسم الترميز الحزمي الخطي إلى ثلاثة أنماط رئيسة حسب التسلسل التاريخي لها وهي ترميز هامنغ ثم الترميز الدوراني الحزمي وأخيراً ترميز (BCH).

لقد سمي هذا النوع من الترميز بالحزمي لأنه يعتمد على تقسيم المعلومات الداخلة للمرمز إلى حزم بأطوال (عدد البتات) محددة وأيضاً سمي بالخطي لأن عملية الترميز نفسها يمكن كتابتها بصيغة رياضية خطية.

لكي نفهم الأسس الرياضية للترميز فإننا نستعرض مقدمة عامة عن بعض المفاهيم الجبرية التي سنستخدمها خلال شرحنا لنظرية الترميز وأنواعه. ونبدأ بتعريف الحقل الثنائي (Binary Field) وهو مجموعة الأعداد المكونة من رمزين أحدهما صفر والآخر واحد ويسمى هذا الحقل بـ GF(2) حقل غولي الثنائي (Binary Golios Field) (GF). ويعرف بالمجموعة {1 , 0}، وللمقارنة فإن الحقل العشري الذي اعتدنا عليه GF(10) يعرف بالمجموعة {9 , 8 , 7 , 6 , 5 , 4 , 3 , 2 , 1 , 0}. حيث إنه يجب أن يحقق الحقل الخواص التالية:

- يعرف عملية ثنائية وتسمى الجمع.
- يعرف عملية ثنائية وتسمى الضرب.
- يحتوي على العنصر المحايد لعملية الجمع ويسمى بالصفر (0).
- يحتوي على العنصر المحايد لعملية الضرب ويسمى بالواحد (1).
- يحقق الخاصية التوزيعية.
- يحقق الخاصية التجميعية.

فمثلاً الحقل الثنائي GF(2) والمعرف على {1 , 0} يعرف عليه عملية الجمع

(+) كالتالي:

[illegible]	[illegible]	١
٠	٠	١
١	١	[illegible]

فكما نرى عملية الجمع هي العملية المنطقية المكافئة بـ XOR

وتعرف عليه عملية الضرب (×) كالتالي:

×	[illegible]	١
٠	٠	٠
١	[illegible]	١

وكما نرى فإن عملية الضرب هي العملية المنطقية المكافئة بـ AND.

وكما هو الحال في الأعداد العشرية فإنه يمكن تكوين عدد مركب من هذا الحقل، ولغايات استخدام الحقل الثنائي في عمليات الترميز فإننا نعرف الحزمة {مجموعة من البتات} على أنها عدد مركب من الحقل الثنائي فمثلاً الحزمة ذات الطول = 4 تكتب على أنها عدد ثنائي مركب من أربع خانات مثلاً 0111 كما كانت تمثل في مواضيع المنطق الرقمي ولكن هنا يجب ملاحظة شيء مهم ألا وهو أن هذا العدد لا يعرف بقيمته العشرية (0111 = 7) وإنما يمثل ترتيبة معينة من البتات بطول 4 خانات وتحتوي الخانة الأولى على صفر (0) والثانية على واحد (1) والثالثة على واحد (1) والرابعة على واحد (1) أي يقرأ من اليسار إلى اليمين $\overline{0111}$.

ولغايات استخدام الحقل الثنائي المركب فإننا نهمل القيمة العددية لهذا الرقم ونهتم فقط بترتيب الأرقام. ويعرف الحقل الثنائي المركب من m من الخانات على الحقل $GF(2^m)$ وهذا يعني بأننا نركب كل عنصر في هذا الحقل من m من البتات المتجاورة وتكتب على شكل مصفوفة أبعادها $1 \times m$ فمثلاً في المثال السابق يكتب العدد 0111 كالتالي [0111]. وهذه الطريقة من التعبير عن العنصر في $GF(2^4)$ تسمى طريقة المصفوفة Vector Representation وتستخدم كما سيمر معنا لاحقاً لإجراء بعض العمليات الرياضية على هذا الحقل.

وهنالك طريقة أخرى لكتابة العنصر في الحقل الثنائي المركب عن طريق تعريف دالة تمثل العنصر ولفهم ذلك نستخدم الرقم الموجود في $GF(2^4)$ كالتالي:

$x+x^2+x^3 = 0.x^0 + 1.x^1 + 1.x^2 + 1.x^3$ ويعتمد الاتجاه من اليسار إلى اليمين لكتابة الدالة حيث إن كل خانة تمثل قوة للمتغير x.

مثال (1)

اكتب العنصر 1001011 باستخدام الدالة في $GF(2^7)$.

الحل:

$$1.x^0 + 0.x^1 + 0.x^2 + 1.x^3 + 0.x^4 + 1.x^5 + 1.x^6$$

العنصر = $1+x^3+x^5+x^6$

ويكتب هذا العنصر بالمصفوفة كما يلي: [1001011]

مثال (2)

اكتب العنصر $1+x^6+x^9$ بطريقة المصفوفة في الحقل $GF(2^{15})$

الحل:

[1000001001000000]

حيث إنه فقط في الموقع x^0, x^6, x^9 هنالك واحد والبقية أصفار.

وتعطينا هذه الطرق في تمثيل الأعداد المركبة في الحقول الثنائية إمكانية إجراء العمليات الرياضية الأخرى كالجمع والضرب والقسمة وهي العمليات الرئيسية التي سنحتاجها في بقية هذه الوحدة.

أولاً: عملية جمع الأعداد المركبة:

تجمع الأعداد المركبة في هذا السياق بدون باقٍ لكل خانة على حدة والعملية تكون ثنائية وتكافئ (XOR). فمثلاً لجمع العنصر 1 0 1 1 0 0 مع العنصر 011011110 نقوم بالتالي:

نفرض الخانات الناقصة على يمين العدد أصفاراً 10110000 ثم نقوم بعمل

XOR بين البتات من العدد الأول مع البتات من العدد الثاني 0110111 بالترتيب. النتيجة بدون باقٍ لكل خانة هي: 11011110.

ويمكن إجراء نفس العملية باستخدام الدوال كالتالي:

العنصر الأول $1+x^2+x^3$

العنصر الثاني $x+x^2+x^4+x^5+x^6$

حاصل الجمع $(1.x^o+o.x^o)+(o.x^1+1.x)+(1.x^2+1.x^2)$

$$+(1.x^3+o.x^3)+(o.x^4+1.x^4)+(o.x^5+1.x^5)+(o.x^6+1.x^6)$$

$$=1+x+x^3+x^4+x^5+x^6$$

ويكافئ 11011110.

وبشكل عام فإن جمع العنصر الممثل بالدالة $v_o=\sum_{i=o}^{M} a_i x^i$

مع العنصر الممثل بالدالة $v_1=\sum_{j=o}^{N} a_j x^j$

يتم عن طريق إجراء عملية XOR بين معاملات الأسس المتشابهة للمتغير x في كلتا الدالتين وإذا كانت العناصر ممثلة عن طريقة المصفوفة فإننا نرتب العنصرين تحت بعض والنتيجة تكون حاصل عملية XOR بين كل خانتين لهما نفس المنزلة.

مثال (3)

اجمع العنصرين في $GF(2^8)$

$$V_o=1+x^3+x^5$$

$$V_1=1+x+x^3+x^7$$

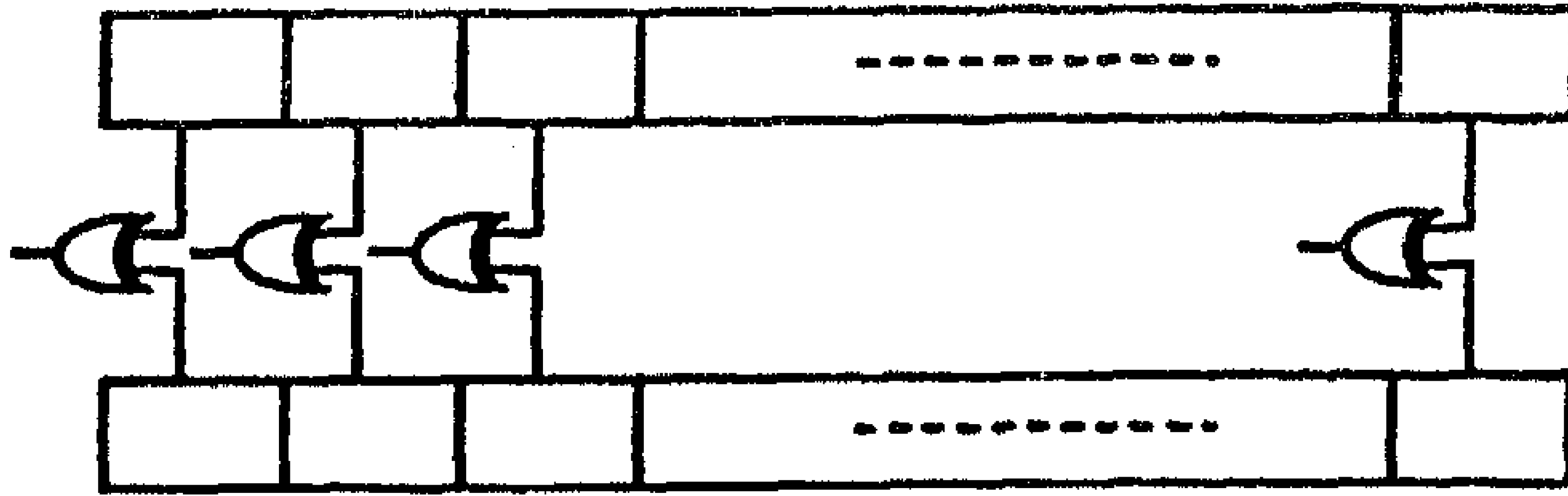
الحل:

باستخدام الدوال $V_o+V_1=x+x^5+x^7$

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0 \\ \underline{1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1} \\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1 \end{array} = x + x^5 + x^7$$

باستخدام المصفوفة:

وكما نرى فإن عملية الجمع يمكن تنفيذها الكترونياً عن طريق دائرة ذاكرة ودائرة XOR كما نرى في الشكل (2).

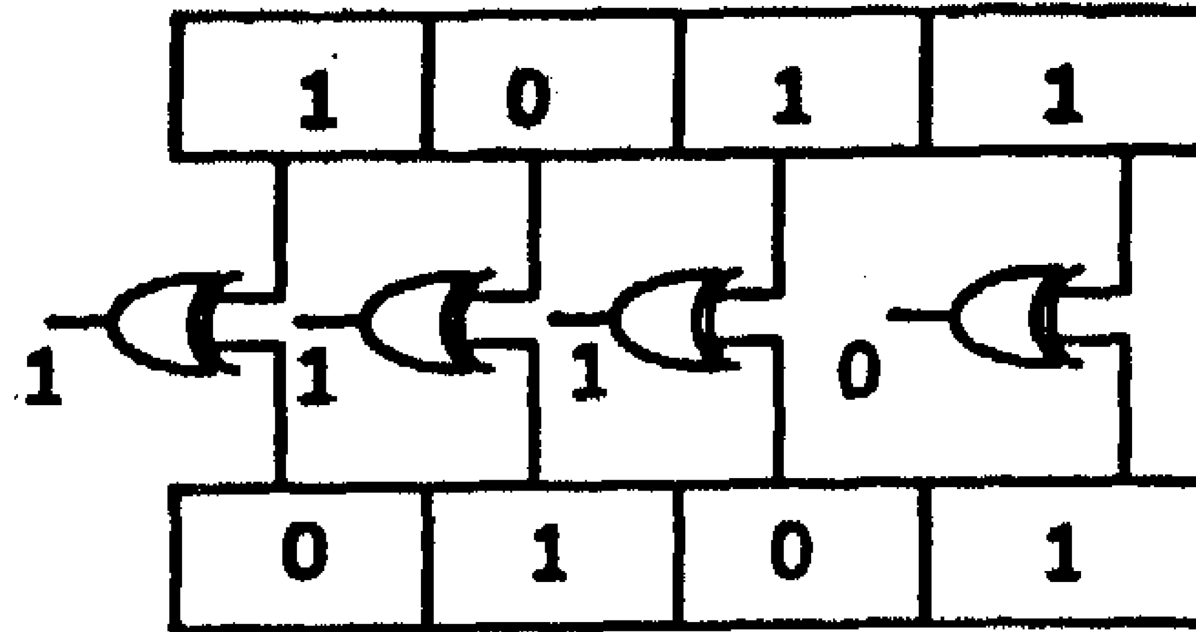


شكل (2): تنفيذ عملية الجمع

مثال (4)

ارسم دائرة جمع العناصر في حقل $GF(2^4)$ واجمع العنصرين 10111 و 0101.

الحل:



شكل (3): ناتج الجمع للمثال (4).

تتكون الدائرة من ذاكرتين كل منهما من أربع خانات وبينهما أربع بوابات من نوع XOR كما في الشكل (3) وناتج الجمع كما هو مبين هو 1110.

وخلال هذه الوحدة فإننا لن نركز على عملية تنفيذ الترميز ومتعلقاته باستخدام الدوائر الالكترونية، وذلك لأن جميع هذه العمليات يمكن تنفيذها باستخدام معالجة

دقيقة وتصبح عمليه التنفيذ مجرد إدخال البرنامج المناسب في ذاكرة هذه المعالجة الدقيقة.

ثانياً: عملية ضرب العناصر المركبة

كما ورد سابقاً فإن عملية الضرب في الحقل الثنائي تكافئ العملية المنطقية AND ولكن عملية الضرب في الحقل المركب $GF(2^m)$ نقوم بها بتوزيع عملية الضرب على عملية الجمع وذلك بضرب الحد الأول من العنصر الأول بجميع الحدود في العنصر الثاني وثم ضرب الحد الثاني من العنصر الأول بجميع الحدود من العنصر الثاني وهكذا إلى أن تنتهي جميع العناصر ومن ثم جمع العناصر المتشابهة بدون باقٍ وإخراج النتيجة، ولتوضيح ذلك فإننا نورد المثال التالي:

مثال (5):

أوجد حاصل ضرب العنصر 0110 مع العنصر 1011.

الحل:

لإجراء عملية الضرب نفضل كتابة العناصر بطريقة الدوال فالعنصر الأول نكتبه $x+x^2$ والعنصر الثاني نكتبه $1+x^2+x^3$

لذلك فإن عملية الضرب $(x+x^2)(1+x^2+x^3) = x+x^2+x^3+x^2+x^4+x^5$

$= x+x^3+x^4+x^5$ ويكافئ 010111.

ونلاحظ هنا بأن عدد الخانات بالناتج يكون حاصل جمع أعلى أس من كل عنصر بالإضافة إلى واحد. ففي المثال السابق فإن عدد الخانات بالناتج هو 2+ 3+1= 6 وبكلمات أخرى فإن أعلى أس في الناتج عندما يكتب كذلك يساوي مجموع أعلى أس من كل عنصر. أي 2 + 3= 5 في المثال السابق.

ويمكن إجراء عملية الضرب عن طريق كتابة العناصر كمصفوفة وذلك بكتابة أحد العناصر بمصفوفة أكبر وإضافة أصفار على يسار ويمين ذلك العنصر وتكوين صفوف بعدد عناصر العدد الثاني. وفي المثال التالي نوضح هذه العملية.

الحل:

نكتب العنصر الأول كالتالي: 0110

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

كما نرى نضيف أصفار إلى يمين ويسار العنصر لتكوين المصفوفة. ثم نقوم بعملية الضرب كالتالي:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= [0101110] = x + x^3 + x^4 + x^5$$

وكما نرى فإن ناتج أول عنصر عبارة عن حاصل ضرب الصف بالعامود الأول من المصفوفة الجديدة وجمع الناتج جمعاً ثنائياً بدون باقٍ. وهكذا حتى ننهي جميع أعمدة المصفوفة الجديدة.

ثالثاً: عملية قسمة العناصر المركبة

وفي عملية القسمة نستخدم طريقة الدوال لتمثيل الأعداد الثنائية المركبة. وذلك لتسهيل عملية القسمة الطويلة وأفضل طريقة لشرح عملية القسمة هي باستخدام مثال على هذه العملية.

مثال (6)

اقسم العنصر 10111 على 101.

الحل:

نكتب العنصر الأول $1+x^2+x^3+x^4$ والثاني $1+x^2$ ثم نجري عملية القسمة الطويلة كالتالي:

نكتب العنصر الأول معكوساً

$$1+x^2 \overline{\big) x^4+x^3+x^2+1}^{\;x^2+x}$$

$1+x^2$ في x^2 حاصل ضرب $\rightarrow x^4+x^2$

حاصل الجمع $\rightarrow x^3+1$

$1+x^2$ في x حاصل ضرب $\rightarrow x^3+x$

الباقي $\leftarrow x+1$

النتيجة هي x^2+x والباقي $(x+1)$.

ونكتب النتيجة كالتالي:

$$\frac{x^4+x^3+x^2+1}{x^2+1}=x^2+x+\frac{x+1}{x^2+1}$$

وكي نتأكد من النتيجة نقوم بضرب x^2+x في $1+x^2$ ونجمع لها $1+x$ والنتيجة يجب أن تساوي العنصر الأول.

أولاً نضرب: $(1+x^2)(x+x^2) = x+x^2+x^3+x^4$ ثم نجمع:

$1+x^2+x^3+x^4=(1+x)+(x+x^2+x^3+x^4)$

وكما نرى فإن النتيجتين متساويتان.

مثال (7)

أوجد حاصل قسمة ما يلي: $\frac{1+x^2+x^7}{1+x^3}$

الحل:

$$\begin{array}{r|l} & x^4+x \\ 1+x^3 & x^7+x^2+1 \\ & x^7+x^4 \\ \hline & x^4+x^2+1 \\ & x^4+x \\ \hline & x^2+x+1 \end{array}$$

ونكتب الإجابة كالتالي: $\frac{1+x^2+x^7}{1+x^3}=x^4+x+\frac{x^2+x+1}{1+x^3}$

ونستطيع استخدام العمليات السابقة لإيجاد العوامل الأولية لعنصر ولغرض عمليات الترميز فإننا نهتم في العناصر على شكل $1+x^n$.

فمثلاً لإيجاد العوامل الأولية للعنصر $1+x^7$ نستخدم طريقة التجربة والخطأ مما ينتج إن $(1+x^2+x^3)$ و $(1+x+x^3)$ و $(1+x)$ هي العناصر الأولية لـ $(1+x^7)$ ولأن عملية إيجاد العناصر الأولية طويلة فهنالك جداول لهذا الغرض. وكما سيرد معنا في هذه الوحدة فإن هذه العمليات الرياضية ستكون الأساس لعمليات الترميز والتشفير ونستطيع تحقيقها جميعها باستخدام الحاسوب أو المعالجات الدقيقة المتخصصة لعمليات الترميز أو التشفير.

2.2 ترميز هامنغ (Hamming Code)

يعتبر ترميز هامنغ الأبسط في أنواع الترميز الحزمي الخطي ويعتمد على مبدأ بسيط حيث يختار مجموعة جزئية من عناصر الحقل ويعتمدها لترميز عناصر حقل أصغر حجماً. وتتوضح هذه الفكرة بالمثال التالي:

مثال (8)

لدينا الحقل $GF(2^2)$ والمطلوب ترميز عناصره بحيث نكتشف وجود أي خطأ أثناء عملية الإرسال الثنائية.

الحل:

نكتب أولاً عناصر الحقل $GF(2^2)$ وهي أربعة كالتالي: 00,01,10,11 .

ثانياً: نختار حقلاً أكبر لنقل $GF(2^4)$ وعناصره هي:

0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1
12	1	1	0	0
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0
15	1	1	1	1

ونحتاج الآن لآلية اختيار من بين عناصر $GF(2^4)$. وهذه الآلية يجب أن تلبي الهدف المنشود من عملية الترميز ألا وهو اكتشاف أي خطأ واحد أثناء عملية الإرسال. وهذه العملية تحتاج لتعريف الخطأ في الإرسال فمثلاً إن قمنا بإرسال العنصر 0000 وحدث خطأ واحد فإن احتمال الاستقبال يكون

$$\begin{cases} 0\ 0\ 0\ 1 \\ 0\ 0\ 1\ 0 \\ 0\ 1\ 0\ 0 \\ 1\ 0\ 0\ 0 \end{cases}$$

لذلك فإن آلية الاختيار يجب أن لا تتضمن هذه العناصر كعناصر مسموح بها لإرسال أي العناصر أو 2 و 4 و 8 غير مسموح بها أن تكون من المجموعة الجزئية للاختيار. ونحتاج عنصراً آخر بحيث يكون الاختلاف بين العنصر الأول الذي هو 0000 وهذا العنصر أكبر أو يساوي خانتين مثلاً العنصر 0011 وكما نرى هنا فإن

حدث خطأ واحد يصبح هذا العنصر أحد التالية: 0010 و0111 و 0001 و1011 .

إذاً فإننا نستبعد عنصرين آخرين جديدين وهما 0111 و 1011 بالإضافة إلى الأربعة الأولى، ثم نختار العنصر الثالث وهنا يجب إن يحقق هذا العنصر بأنه يختلف عن كلا العنصرين الأولين وهما (0000 , 0011) بخانتين على الأقل وهذا ينطبق على (1100) وهذا العنصر يستبعد العناصر التالية:

1101 و 1110 ويكون مجموع العناصر المستبعدة هو 8 وأخيراً نختار العنصر النهائي وهو (1111) وهذا العنصر يحقق شرط الاختلاف بخانتين أو أكثر للعناصر الثلاثة الأولى ويستبعد هذا العنصر العناصر التالية:

1 1 1 0
1 1 0 1
1 0 1 1
0 1 1 1

ونجد أن هذه العناصر قد تم استبعادها مسبقاً من خلال اختيارنا للعناصر السابقة. والآن تكون عملية الترميز عن طريق وضع جدول يربط العناصر الموجودة في الحقل $GF(2^2)$ مع المجموعة الجزئية التي تم اختيارها من $GF(2^4)$ كالتالي:

والجدير بالملاحظة فإن هذا الحل ليس الحل الوحيد الذي يحقق الهدف من اكتشاف خطأ بالإرسال.

$GF(2^2)$	$GF(2^4)$
0 0	0 0 0 0
0 1	0 0 1 1
1 0	1 1 0 0
1 1	1 1 1 1

ولتفعيل هذا الترميز فإنه عندما يظهر عنصر من $GF(2^2)$ على مدخل المرمز (Coder) فإنه يظهر العنصر المقابل له في الجدول من $GF(2^4)$ على المخرج.

كما نرى من هذا المثال فإن عملية الترميز بهذه الطريقة تثير تساؤلات عديدة وخاصة

أنه لم يكن لها آلية أو خوارزمية ثابتة تنتج الرمز المطلوب وكذلك فإنها تتعقد أكثر عندما يكون المطلوب هو تصحيح الأخطاء وليس فقط اكتشافها. لذلك فإن هامنغ وضع آلية رياضية لتكوين الرموز بحيث نستطيع تصحيح خطأ واحد إن حصل أو اكتشاف أي خطأين إن حصلا في الإرسال وحتى تتم هذه العملية على أسس رياضية فإن هامنغ قام بتعريف مقياس للاختلاف بين العناصر سمي بـ مسافة هامنغ (Hamming Distance) ويرمز لها (d^H).

وهذه المسافة تعرف بمقدار الاختلاف بين عنصرين. فمثلاً مسافة هامنغ بين 1011 و 0111 هي $d^H = 2$ حيث إن الاختلاف في موقعين فقط.

مثال (9)

أوجد مسافة هامنغ بين 10111011 و 11001101.

الحل: 10111011

11001101 نعد الاختلافات وتساوي 5

↑ ↑↑ ↑↑

إذاً: $d^H = 5$.

ونستطيع أن نرى أن هذه المسافة هي مجموع العدد 1 في نتيجة حاصل الجمع ففي المثال السابق حاصل جمع العنصرين هو

$$\begin{array}{r} 10111011 \\ \underline{11001101} \\ 01110110 \end{array}$$

ومجموع العدد 1 هو 5 إذاً $d^H = 5$.

ونسمي مجموع العدد 1 في أي عنصر بوزن العنصر (weight) فوزن حاصل الجمع هو 5.

وقد استخدم هامنغ هذا التعريف لكي يصمم الرمز عن طريق اختيار العناصر التي تكون المسافة بينها على الأقل 3 مما يعني إنه عند حدوث خطأ واحد فقط فإن المسافة بين

العنصر الصحيح والعنصر الخطأ تكون فقط 1 والمسافة بين بقية العناصر المسموح بها وهذا العنصر الخطأ تكون أكبر من 1 لذلك فإننا بهذه الحالة نستطيع إرجاع العنصر الخطأ لقيمته الصحيحة وتصحيح الخطأ.

والجدير بالملاحظة هنا بأنه لو حدث أن حصل خطآن في العنصر المرسل فإن ذلك يبعده بمسافة مقدارها 2 عن العنصر الصحيح مما قد يجعل هذا العنصر أقرب إلى عنصر مسموح به آخر ليس العنصر الصحيح وهذا يجعل عملية الترميز تفشل في تصحيح هذين الخطأين. ولكن احتمال حدوث خطأين أقل بكثير من احتمال حدوث خطأ واحد ولمعظم التطبيقات العملية فإن تصميم مثل هذا الرمز يعتمد على احتمال حدوث الأخطاء كما مر معنا سابقاً.

ولتحقيق عملية الترميز بطريقة آلية عرف هامنغ طريقة وأسساً رياضية لتنفيذ عملية الترميز عند المرسل وفك الترميز عند المستقبل وذلك عن طريق تعريف ما يسمى بمصفوفة التوليد (Generator Matrix) ويرمز لها G ومصفوفة كشف الأخطاء (Parity Check Matrix) ويرمز لها H. وكذلك فإن هامنغ حدد أبعاد هذه المصفوفات وعناصرها كي تقوم بتصحيح خطأ واحد أي أن المسافة الصغرى بين عناصر الرمز تكون $d_{min}^{H} = 3$. وتكون العناصر على المدخل من الحقل $GF(2^k)$ والمخرج من الحقل $GF(2^n)$ ويعرف الرمز بالرقمين (k , n) والعلاقة التي تربط هذين الرقمين كالتالي:

$$n = 2^m - 1 \qquad (1)$$
$$k = n - m$$

حيث m رقم صحيح أكبر من 3. وهذا يعني أن طريقة هامنغ تنجح لبعض الأعداد من (n , k) فمثلاً هنالك (7 , 4) و (11 , 15) و (26 , 31) وهكذا. ولتوضيح ترميز هامنغ نورد المثال التالي:

مثال (10)

.(7 , 4) Hamming Code

هنا $m = 3$, $n = 2^m - 1 = 7$

$k = 7 - 3 = 4$

وهذا يعني أن المدخلات هي عناصر الحقل $GF(2^4)$ والمخرجات هي مجموعة جزئية من حقل $GF(2^7)$.

ولهذا الرمز فإن مصفوفة التوليد G تعطى كالتالي:

$$G = \begin{bmatrix} 1101000 \\ 1010100 \\ 0110010 \\ 1110001 \end{bmatrix}$$

وكما نرى فإن مصفوفة التوليد تكتب على شكل $G = [P \vdots I]$

وتكتب مصفوفة كشف الأخطاء H كالتالي: $H = \left[I \vdots P^t \right]$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

وعملية الترميز تتم عن طريق ضرب العنصر على المدخل بمصفوفة التوليد كما يلي:

$$V = uG \qquad (2)$$

حيث u هو العنصر على المدخل و V هو العنصر على المخرج.

ومثال على ذلك $u = [1 \ \ 0 \ \ 1 \ \ 1]$ فإن

$$V = uG \qquad (3)$$

$$= [1 \ \ 0 \ \ 1 \ \ 1] \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$V = [0 \ \ 1 \ \ 0 \ \ 1 \ \ 0 \ \ 1 \ \ 1]$$

العنصر المرمز هو V. وكما نرى فإن طول عنصر المدخل هو k = 4 وطول عنصر

المخرج هو $n=7$ لذلك فإن نسبة طول عنصر المدخل إلى طول عنصر المخرج $\frac{k}{n}$ يسمى بمعدل الرمز Code Rate. ويرمز له بالرمز R. حيث $R=\frac{k}{n}$.

ويمثل الفرق $(n-k)$ عدد البتات المضافة إلى المدخل لتكوين الرمز وهذه البتات لا تحمل المعلومات بل تحمل إشارات عن ترابط المعلومات حيث يمكننا استخدامها لكشف الأخطاء.

وعندما نرسل العنصر V السابق فإنه سيصلنا كما هو بدون أخطاء أو يمكن حدوث خطأ واحد في إحدى خاناته. لذلك نستخدم المصفوفة H في فحص ذلك. هذا يتم عن طريق ضرب العنصر V في H كالتالي:

$$s=VH^t \qquad (4)$$

والناتج s يسمى العرض (Syndrom). حيث إنه إذا كانت قيمة $s=[0 \quad 0 \quad 0]$ فإن ذلك يعني عدم وجود خطأ وإن كانت قيمته غير ذلك فإنها تعني وجود خطأ ما.

فمثلاً $s=VH^t$

$$s=[0 \;\; 1 \;\; 0 1 \;\; 0 \;\; 1 \;\; 1]\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\\1&1&0\\1&0&0\\0&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}$$

$$s=[0 \quad 0 \quad 0]$$

أي إن العنصر المستقبل صحيح وتكون u هي آخر 4 خانات من V أي $u=[1 \quad 0 \quad 1 \quad 1]$.

وإذا حدث خطأ واحد لنقل في الخانة الخامسة يصبح V عنصراً غير مسموح به لنقل V١ حيث خطأ في الخانة الخامسة

$$V'=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 1 & \overset{\downarrow}{1} & 1 & 1\end{bmatrix}$$

وهذا يعطينا عرضاً

$$s=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\\1 & 1 & 0\\1 & 0 & 1\\0 & 1 & 1\\1 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

$$s=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

وهذا يعني أن هنالك خطأ. وتدل قيمة s على مكان الخطأ حيث $s^t=\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}$ هو العامود الخامس في H.

$$H=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1\\0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1\\0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

s^t = العامود الخامس.

لذلك فإننا نصحح الخطأ بقلب قيمة الخانة الخامسة في V، لتصبح 0 بدلاً من 1 وعندما نستخرج قيمة u من القيمة المصححة منها

$$V=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

$$u=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

وهكذا قمنا بتصحيح الخطأ الذي حدث أثناء الإرسال.

ويمكن تلخيص عملية فك الرمز بالخوارزمية التالية:

1: احسب $s=VH^t$.

2: إذا كان وزن s يساوي صفراً فإن المعلومات تكون آخر k من البتات في V.

3: إذا كان وزن s لا يساوي صفراً فأوجد مكان العمود الذي يساوي s^t من المصفوفة H لنقل j.

4: اقلب الخانة j من V وتكون المعلومات هي آخر k من البتات في V بعد التصحيح.

مثال (11)

(15 , 11) Hamming Code

تعطى مصفوفة التوليد ومصفوفة كشف الأخطاء كالتالي:

$$G=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & & & \\ 0 & 1 & 1 & 1 & & & \\ 0 & 0 & 1 & 1 & & & \\ 1 & 0 & 0 & 1 & & & \\ 1 & 0 & 1 & 0 & & & \\ 1 & 0 & 1 & 1 & & & \vdots \\ 1 & 1 & 0 & 0 & & & \\ 1 & 1 & 0 & 1 & & & \\ 1 & 1 & 1 & 0 & & & \\ 1 & 1 & 1 & 1 & & & 1 \end{bmatrix}$$

$$G=[P \ \vdots \ I]$$

$$H=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H=\begin{bmatrix} I & & P^t \end{bmatrix}$$

وهذا الرمز يمكنه تصحيح خطأ واحد إن حصل ويمكنه اكتشاف خطأين إن حصلا. وهنا يضاف 4 بتات على 11 بتاً لتكوين 15 بتاً على المخرج وذلك يضمن أن تكون العناصر على المخرج مختلفة جميعها على الأقل بثلاث خانات. الأمر الذي يمكننا من تصحيح الخطأ.

لذلك فإن المسافة الصغرى $d_{min}^{H} = 3$ بين عناصر الرمز على المخرج.

3.2 الترميز الدوراني الحزمي (Cyclic Codes)

يعتبر الترميز الدوراني الحزمي أحد الرموز المكافئة لترميز هامنغ وقد سمي بهذا الاسم لطريقة إيجاد مصفوفة التوليد عن طريق تدوير أحد عناصر المخرج ويفضل استخدام الدوال لوصف هذا الترميز لذلك فإن خصائص هذا الترميز تعطى كالتالي:

$$n = 2^m - 1$$
$$k = n - m$$

ويشترك هذا النوع مع ترميز هامنغ بأنه يمكنه تصحيح خطأ واحد واكتشاف خطأين والمسافة الصغرى هي 3. وفي هذا النوع من الترميز يكفي ايجاد دالة التوليد Generating Polynomial g(x) حيث تكون هذه الدالة إحدى عوامل $(x^n + 1)$ والتي يكون بها أعلى اس يساوي m. وعملية الترميز تكون كما يلي:

$$v(x) = u(x)g(x) \qquad (5)$$

حيث u(x) هي الدالة الممثلة للمدخلات (المعلومات) والمخرجات تمثل بـ v(x) ودالة التوليد هي g(x).

مثال (12)

.(7 , 4) Cyclic Code

لإيجاد دالة التوليد لهذا الرمز فإننا نوجد عوامل $(x^7 + 1)$ وهي

$$(x+1), (x^3 + x + 1), (x^3+x^2+1)$$

وحيث $m = 3$ فإننا نختار إحدى الدوال $(x^3 + x^2+1)$ أو $(x^3 + x+1)$ وأيتهما ستوفي بالغرض.

لنقل إننا اخترنا $g(x) = (x^3 + x+1)$

ولإرسال المعلومة $u(x) = 1 + x^2 + x^3 \quad = 1 \ \ 0 \ \ 1 \ \ 1$

نرمزها عن طريق ضربها بدالة التوليد

$$\begin{aligned} v(x) &= u(x)\ g(x) \\ &= (1+x^2+x^3)(1+x+x^3) \\ &= 1+x^2+x^3+x+x^3+x^4+x^3+x^5+x^6 \\ &= 1=x+x^2+x^3+x^4+x^5+x^6 \\ &= [1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\,1\ \ 1\ \ 1] \end{aligned}$$

ولفك الترميز نستخدم الخاصية في عملية الترميز وهي أن جميع العناصر $v(x)$ تقبل القسمة على $g(x)$ لأنها أصلاً وحسب المعادلة (5) تم تكوينها عن طريق ضرب المعلومات $u(x)$ بدالة التوليد $g(x)$. إذن

$$\frac{v(x)}{g(x)}=u(x) \qquad (6)$$

وإن حدث خطأ واحد على $v(x)$ فإن هذا الخطأ يمثل بدالة ذات خانة واحدة أي $e(x)=x^i$ حيث $i=(0,1,..n-1)$ وحيث إن $e(x)$ لا تقبل القسمة على $g(x)$ بدون باق فإنه إن حدث خطأ في الإرسال ستصبح $v(x)$ كما يلي:

$$v'(x)=v(x)+e(x) \qquad (7)$$

ويكون العنصر المتوفر عند المستقبل هو $v'(x)$ وهذا يعطينا

$$\frac{v'(x)}{g(x)}=\frac{v(x)+e(x)}{g(x)}=\frac{v(x)}{g(x)}+\frac{e(x)}{g(x)} \qquad (8)$$

وتؤدي إلى

$$\frac{v'(x)}{g(x)}=u(x)+\frac{e(x)}{g(x)} \qquad (9)$$

$$\frac{v'(x)}{g(x)}=u(x)+a(x)+\frac{r(x)}{g(x)} \qquad (10)$$

حيث إنه

$$\frac{e(x)}{g(x)}=a(x)+\frac{r(x)}{g(x)}$$

ونستطيع ايجاد $r(x)$ و $a(x)$ بعمل جدول رقم (1) والذي يمثل كل احتمالات الخطأ:

جدول (1): احتمالات الخطأ

$r(x)$	$a(x)$	$e(x)$
1	–	1
x	–	x
x^2	–	x^2
$x+1$	1	x^3
x^2+x	x	x^4
x^2+x+1	x^2+1	x^5
x^2+1	$1+x^3+x$	x^6

فمثلاً لو حصل خطأ في الخانة الثانية (أي $e(x) = x$) فإن العنصر المستقبل يكون $v'(x)=1+x^2+x^3+x^4+x^5+x^6$.

ولفك الرمز نقسم هذا العنصر على دالة التوليد

$$\frac{v'(x)}{g(x)}=x^3+x^2+1+\frac{x}{g(x)}$$

أي أن $r(x)=x$ ومن خلال الجدول نجد إن $a(x)=0$ ولذلك فإن

$$u(x)=x^3+x^2+1$$
$$=[1\quad 0\quad 1\quad 1]$$

حيث إنه لم يؤثر هذا الخطأ على المعلومات $u(x)$ مباشرة ولكننا علمنا ذلك بعد إن أوجدنا باقي نتيجة القسمة. فلو كان الخطأ $e(x)=x^5$ فإن

$$v'(x)=v(x)+x=1+x+x^2+x^3+x^4+x^5$$

ولفك الرمز هنا نقسم $v'(x)$ على $g(x)$

$$\frac{v'(x)}{g(x)}=x^3+\frac{x^2+x+1}{g(x)}$$

وهنا نرى أن $r(x) = x^2 + x + 1$ ومن الجدول نجد إن هذا الباقي مقابل $a(x)=x^2+1$

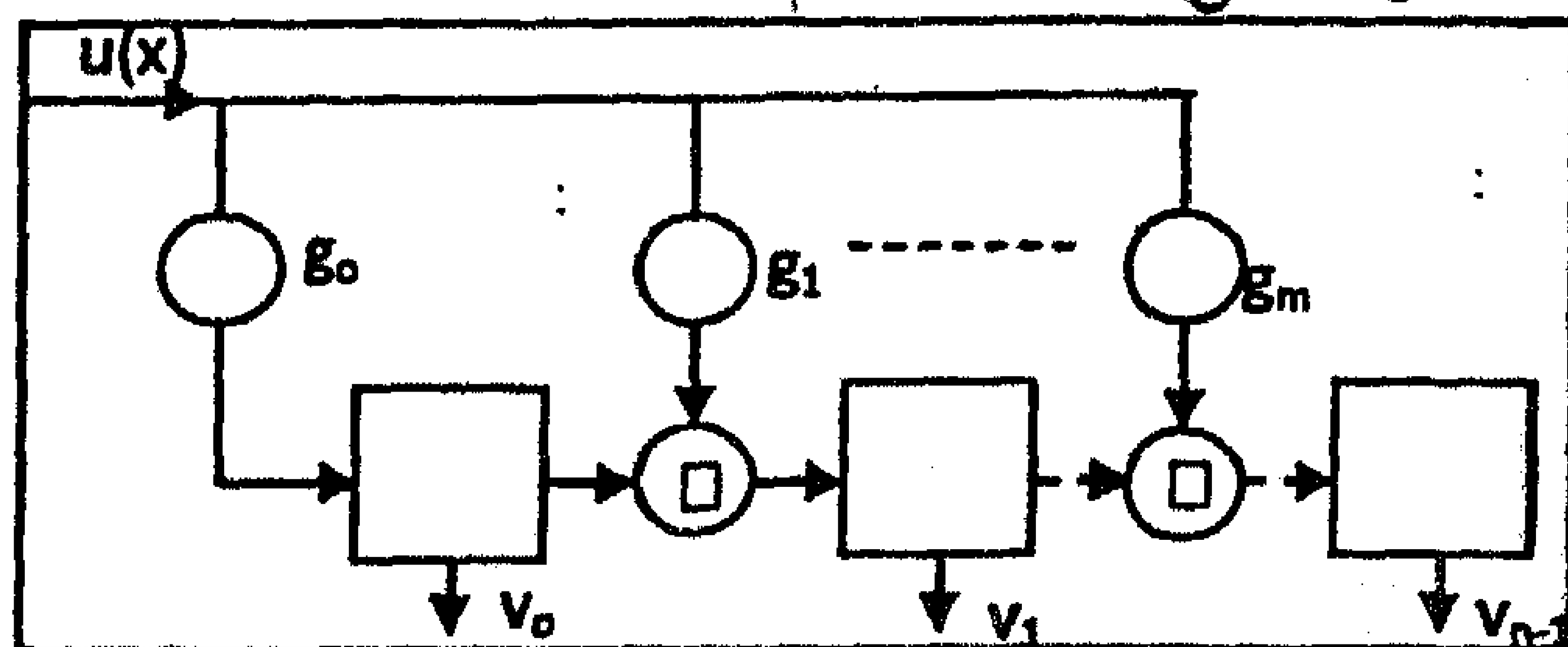
$$u(x) = x^3 + a(x)$$

إذاً $= x^3 + x^2 + 1$

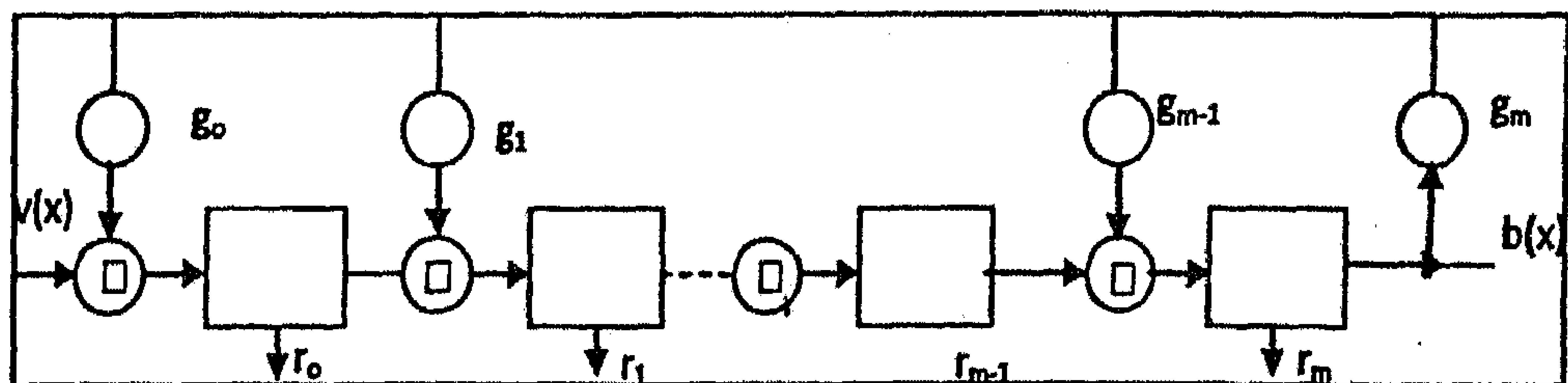
$= [1 \ 0 \ 1 \ 1]$

وبهذا قمنا بتصحيح الخطأ الذي ورد في الإرسال.

وحيث إن هذا النوع من الترميز يعتمد على فك $(x^n + 1)$ إلى عواملها الأولية فإن تصميم مثل هذا الرمز أصبح أكثر سهولة وكذلك فإن تنفيذه أيضاً سهل ويمكن تنفيذ عمليات الضرب والقسمة هذه باستخدام دوائر إلكترونية متخصصة نورد هنا مثالاً على ذلك في الشكل (4) والشكل (5).



شكل (4) دائرة عملية الضرب. تضرب u(x) في g(x) والناتج يبقى في خلايا الذاكرة V(x)



شكل (5) دائرة القسمة. قسمة V(x) على g(x) يخرج الناتج b(x) ويبقى باقي القسمة داخل خلايا الذاكرة (r(x))

في الشكل (4) تقوم الدائرة بضرب العنصر u(x) في العنصر g(x) والناتج يبقى في الذاكرة على شكل v(x) حيث تكون حالة الذاكرة في بداية عملية الضرب في وضع

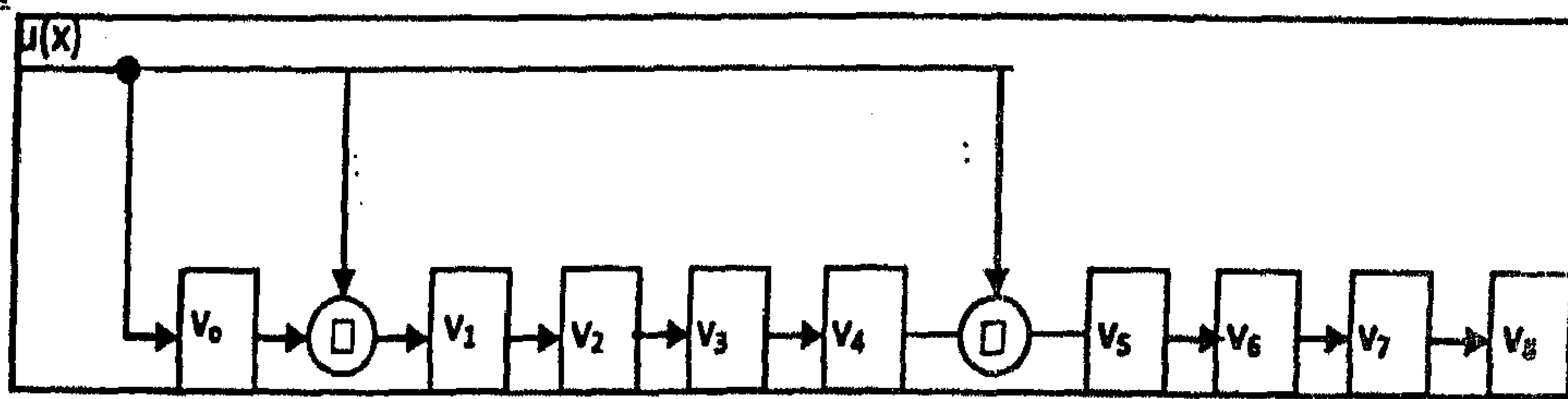
الصفر بجميع عناصرها وبعدها تدخل المعلومات الممثلة بـ $u(x)$ متلاحقة وبشكل معكوس وبعد الانتهاء تكون محتويات الذاكرة تمثل ناتج عملية الضرب. والدالة $g(x)$ هنا تمثل وجود أو عدم وجود توصيلة لدائرة الجمع بين خلايا الذاكرة.

مثال (13)

ارسم دائرة الضرب ثم نفذ العملية بالخطوات لضرب $u(x)=1+x^3$ في $g(x)=1+x+x^5$.

الحل:

الواضح بأن ناتج الضرب سيحتاج إلى 9 خلايا ذاكرة للاحتفاظ به. لذلك فالشكل (6) يمثل دائرة الضرب هذه.



شكل (6) دائرة عملية الضرب. ضرب $1 + x^3$ في $1 + x + x^5$

والجدول رقم (2) يمثل خطوات عمل الدائرة لتنفيذ عملية الضرب.

جدول (2): خطوات عمل الدائرة لتنفيذ عملية الضرب

[illegible]	V_0	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8
I.C.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$u_1=1$	1	1	0	0	0	1	0	0	0
$u_2=0$	0	1	1	0	0	0	1	0	0
$v_1=0$	0	0	1	1	0	0	0	1	0
$v_0=1$	1	1	0	1	1	1	0	0	1
[illegible]	$1+x+x^3+x^4+x^5+x^8$								

النتيجة $v(x) = 1 + x + x^3 + x^4 + x^5 + x^8$

ونستطيع التحقق من النتيجة بإجراء العملية يدوياً كالتالي:

$$v(x) = (1 + x^3)(1 + x + x^5)$$
$$= 1 + x + x^5 + x^3 + x^4 + x^8$$
$$= 1 + x + x^3 + x^4 + x^5 + x^8$$

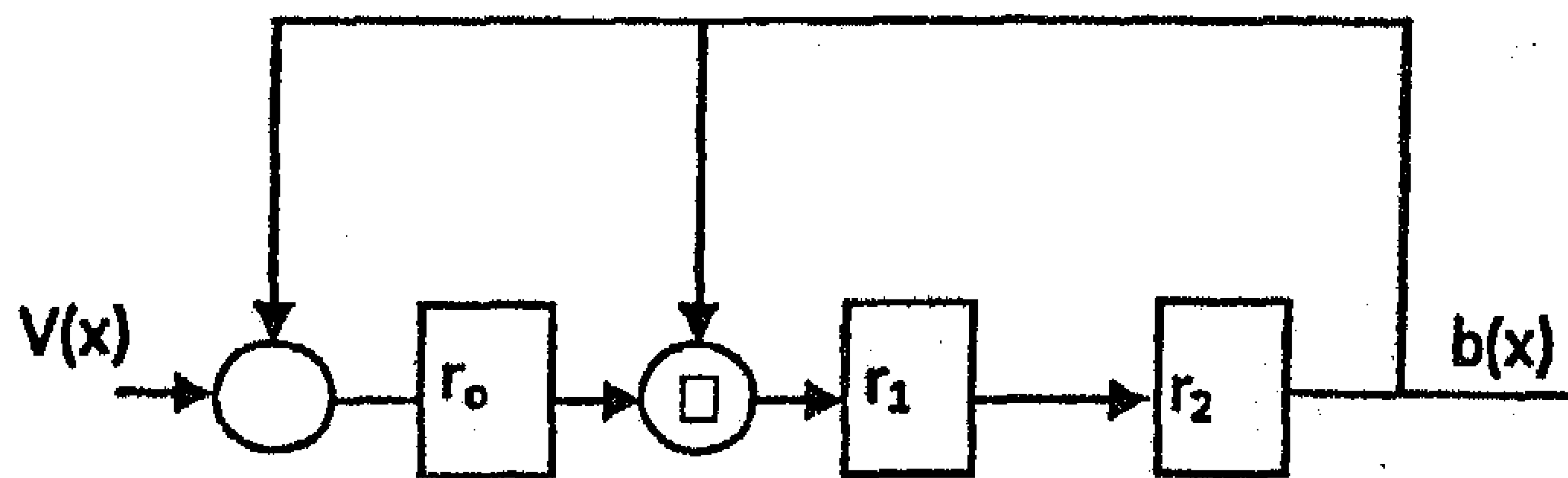
وهي نفس النتيجة التي حصلنا عليها من الدائرة الإلكترونية.

والشكل (5) يبين دائرة عملية القسمة حيث يدخل العنصر المراد قسمته $v(x)$ بشكل معكوس ويخرج حاصل القسمة $b(x)$ أيضاً بشكل معكوس ويبقى الباقي داخل الذاكرة.

مثال (14)

ارسم دائرة القسمة بحيث تقسم $v(x) = x^2 + x^5$ على $g(x) = 1 + x + x^3$

الحل: الشكل (7) يبين دائرة القسمة



شكل (7) دائرة قسمة $v(x)$ على $g(x)$

والجدول رقم (3) يبين خطوات عملية القسمة.

جدول (3): خطوات عملية القسمة لمثال (4)

$v(x)$	r_0 r_1 r_2	$b(x)$
وضع البداية	0 0 0	0
$v_5 = 1$	1 0 0	0
$v_4 = 0$	0 1 0	0
$v_3 = 0$	0 0 1	0
$v_2 = 1$	0 1 0	1
$v_1 = 0$	0 0 1	0
$v_0 = 0$	1 1 0	1 $\uparrow b(x)$
	$\rightarrow r(x)$	

ونقرأ ناتج القسمة من الجدول من الأسفل للأعلى x^2+1 وباق القسمة من اليسار لليمين $x+1$.

وللتحقق من ذلك فإننا نجري عملية القسمة يدوياً كما يلي:

$$\begin{array}{r|l} & x^2+1=b(x) \\ \hline 1+x+x^3 & x^5+x^2 \\ & x^5+x^3+x^2 \\ \hline & x^3 \\ & x^3+x+1 \\ \hline & x+1=r(x) \end{array}$$

وكما نرى فإن النتيجتين متطابقتان.

4.2 استخدام الترميز الدوراني لكشف الأخطاء

لقد اشتهر استخدام الترميز الدوراني لما له من إمكانية كشف الأخطاء وليس لتصحيحها. فلا يكاد يخلو نظام منه وسمي لهذا الغرض بـ Cyclic Redundancy Check (CRC) ترميز فحص الأخطاء الدوراني. وشهرة هذا النوع من الترميز أتت من استخدامه في أغراض الحاسوب وشبكاته. والسبب في ذلك أنه عند اكتشاف أخطاء

في الإرسال يطلب المستقبل من المرسل إعادة إرسال آخر معلومة. وهنالك عدة طرق لإنتاج أنواع جيدة من هذه الترميزات من أهمها استخدام دالة أولية وضربها في (1+x) كدالة التوليد لهذا الرمز.

$$\text{CRC:} \quad g(x)=b(x)(1+x) \qquad (11)$$

حيث b(x) هي دالة أولية. الملحق A1 يبين بعض الدوال الأولية التي يمكن الاستفادة منها لإنتاج دوال التوليد. وهنا نستعرض طريقة لتصميم رمز CRC بحيث تضمن وجود خاصية كشف الأخطاء بشكل جيد.

أولاً: نختار دالة أولية (من الجدول في الملحق A1) = b(x).

ثانياً: تكون $g(x) = (1+ x)\, b(x)$.

ثالثاً: يكون أعلى أس في الدالة g(x) هو m وهذا يعني أن باستطاعتنا استخدام دالة التوليد هذه لكشف الأخطاء بأبعاد $n = 2^{m-1} - 1$ $k = n - m$.

مثال (15)

أحد الرموز المشهورة في CRC هو CRC 12. أوجد دالة التوليد لهذا الرمز.

الحل:

في هذا الرمز فإن $m = 12$.

لذلك نجد دالة أولية بأعلى أس = $m - 1 = 11$. من الجدول في الملحق A1

$$b(x) = 1 + x^2 + x^{11}$$

ثم نوجد

$$g(x) = b(x)\,(1+ x)$$

$$g(x) = x^{12}+ x^{11}+ x^3+ x^2 + x + 1$$

وهذا الترميز يمكن استخدامه حيث:

$$n = 2047 = 2^{11} - 1$$
$$k = 2047 - 12 = 2035$$

ويعني هذا أنه يمكننا وضع 2035 بتاً على المدخل وإنتاج 2047 بتاً على المخرج ونستطيع اكتشاف الأخطاء إن وجدت في هذه البتات من خلال فك الرمز. وفك الترميز

هنا يبقى كما كان في حالة الترميز الدوراني الحزمي السابق الشرح وذلك عن طريق قسمة المعلومات الواصلة للمستقبل على $g(x)$ وإذا كان الباقي لا يساوي صفراً فإنه يكون قد حدث خطأ خلال الإرسال.

وكي نتعلم عن إمكانية كشف الأخطاء لهذا النوع من الترميز فإن الترميز الذي يستخدم $g(x)$ بأعلى أس يساوي m يستطيع اكتشاف جميع الأخطاء المتلاحقة والتي يبلغ طولها m من البتات. ويستطيع هذا الرمز اكتشاف نسبة عالية من الأخطاء التي طولها يبلغ أكبر من m وهذه النسبة تصل إلى

$$\gamma = (1-2^{-m})100\% \qquad (12)$$

ويمكن أن نستخدم نفس دالة التوليد لحماية أطوال أقل من $k = 2^m - m - 1$ وذلك حسب المعلومات المتوفرة لدينا. وبصفة عامة يمكن استخدام طول $k = 2^m - m - 1 - l$ من البتات على المدخل وتكون في هذه الحالة $n - k + m = 2^m - 1 - l$ من ألبتات على المخرج.

مثال (16)

بين كيف يمكن أن نستخدم أحد الأنواع المشهورة CRC -4 في كشف الأخطاء.

الحل:

هذا النوع له دالة توليد $g(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4$ ويعمل على $m = 4$، $n = 7$، $k = 3$.

ويمكن أن نستخدم هذا الرمز على $n = 6, k = 2$ أو $n = 5, k = 1$. فمثلاً لو استخدمنا $(n = 7, k = 3)$ فإن ذلك يعني أن كل ثلاث بتات على المدخل نضيف أربع بتات لحماية المعلومات وبذلك يمكننا إن نكشف أخطاء بطول 4 بتات متلاحقة. فإذا كانت المعلومة $u(x) = 1 + x$

$$v(x) = u(x)\, g(x)$$

فإن الرمز لها يكون $v(x) = (1 + x)(1 + x + x^2 + x^3 + x^4)$

$$v(x) = 1 + x^5$$

ولو حصل خطأ أثناء الإرسال بطول 4 بتات فإن حاصل القسمة سينتج عنه باقٍ. احتمال وجود الخطأ كالتالي:

$$e_1(x) = 1 + x + x^2 + x^3$$
$$e_2(x) = x + x^2 + x^3 + x^4$$
$$e_3(x) = x^2 + x^3 + x^4 + x^5$$
$$e_4(x) = x^3 + x^4 + x^5 + x^6$$

إن حصل الخطأ الأول تكون

$$v'(x) = v(x) + e_1(x)$$
$$= x + x^2 + x^3 + x^5$$
$$\frac{v'(x)}{g(x)} = x + 1 + \frac{x^3 + x^2 + x + 1}{g(x)}$$

وهذا يعني أنه يوجد خطأ ما.

وفي حالة حصول الخطأ الثاني تكون

$$v'(x) = v(x) + e_2(x)$$
$$= 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5$$
$$\frac{v'(x)}{g(x)} = 1 + x + \frac{1}{g(x)}$$

وأيضاً يعني إن هنالك خطأ ما.

وفي حالة الخطأ الثالث

$$v'(x) = v(x) + e_3(x)$$
$$= 1 + x^2 + x^3 + x^4$$
$$\frac{v'(x)}{g(x)} = 1 + \frac{x}{g(x)}$$

ويعني أنه هنالك خطأ ما.

وآخر حالة عندما يكون الخطأ الرابع

$$v'(x) = v(x) + e_4(x)$$
$$= 1 + x + x^3 + x^4 + x^6$$
$$\frac{v'(x)}{g(x)} = x^2 + x + 1 + \frac{x^2}{g(x)}$$

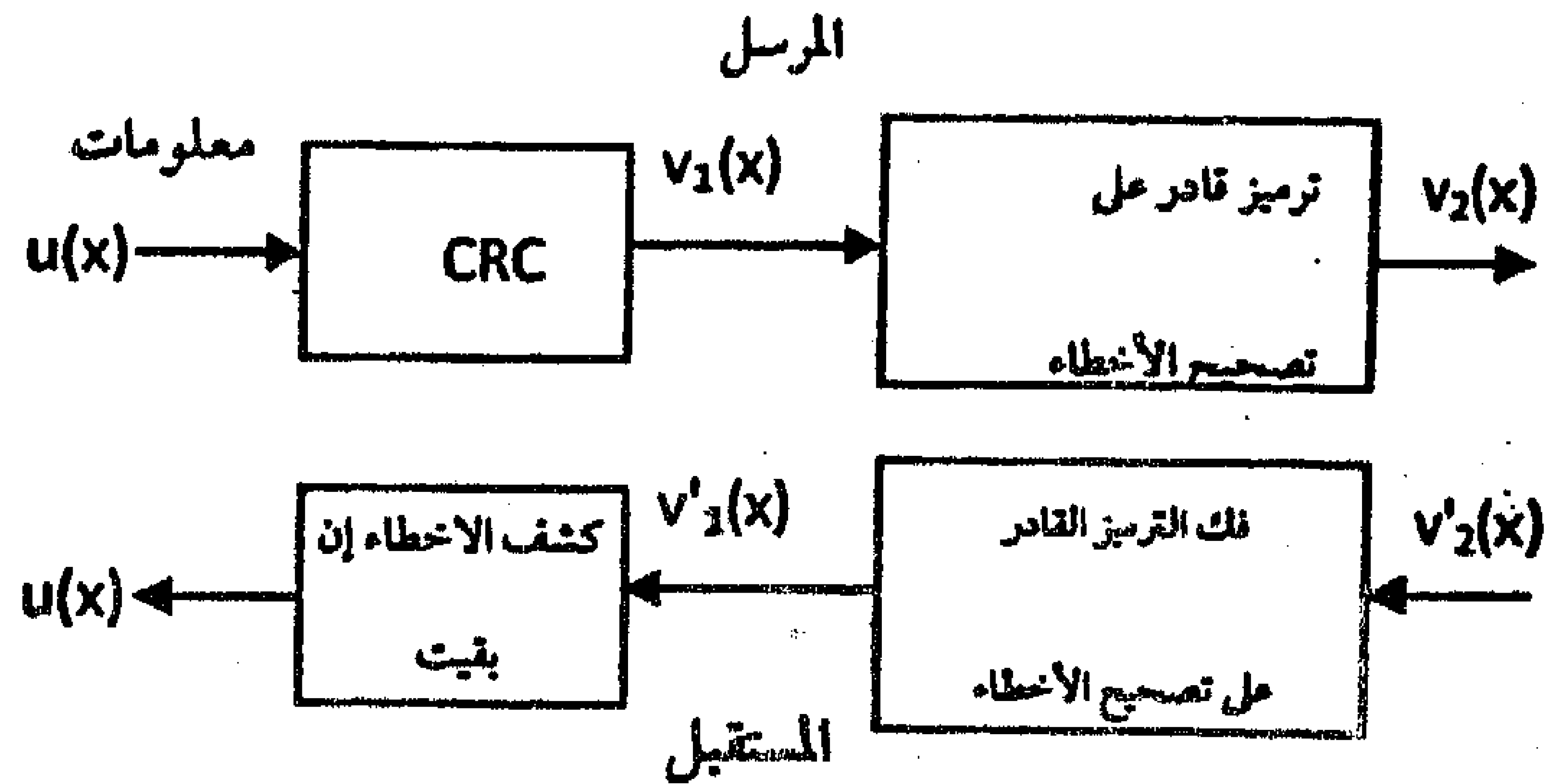
حيث إن CRC تُستخدم بكثرة فقد وجدت بعض الأمثلة الجيدة والتي أصبحت معيارية حسب كثير من الجهات المختصة بذلك والجدول رقم (4) يسرد أهم هذه الترميزات.

جدول (4): ترميزات CRC

اسم الترميز	$g(x)$
CRC-4	$1+x+x^2+x^3+x^4$
CRC-7	$1+x^4+x^6+x^7$
CRC-8	$(1+x)(1+x+x^2)(1+x+x^2+x^3+x^4+x^5)$
CRC-12	$1+x+x^2+x^3+x^{11}+x^{12}$
CRC-ANSI	$1+x^2+x^{15}+x^{16}$
CRC-CCITT	$1+x^5+x^{12}+x^{16}$
CRC-SDLC	$1+x+x^2+x^4+x^7+x^{13}+x^{15}+x^{16}$
CRC-24	$1+x^8+x^{12}+x^{14}+x^{23}+x^{24}$

وهنالك أنواع أخرى من الترميز الحزمي الخطي نذكر هنا أهمها وهو ترميز BCH وهذا النوع يستطيع أن يصحح أكثر من خطأ واحد في نفس الوقت وعملية فك هذا الرمز أكثر تعقيداً مما ورد معنا سابقاً بإيجاد العرض أو باق القسمة فقط وأيضاً يوجد من هذا النوع أشكال تستخدم فيها الحقول غير الثنائية في عملية الترميز وفك الترميز لذلك فهو خارج عن موضوعنا في هذا الكتاب وقد ذكر هنا للعلم ليس إلا.

ومما تقدم فإننا نلخص أهمية الترميز الدوراني الحزمي في استخدامه لكشف الأخطاء وليس لتصحيحها. شكل (8) يمثل استخدام ترميز CRC بالاضافة إلى نوع آخر من الترميز الذي يصحح الأخطاء وذلك للحصول على أفضل النتائج من تصحيح الأخطاء ثم الكشف عما إذا لم نتمكن من تصحيح جميع الأخطاء.



شكل (8): استخدام ترميز CRC مع ترميز آخر لضمان تصحيح وكشف الأخطاء غير المصححة.

وغالباً ما يكون الترميز المذكور في الشكل (8) والقادر على تصحيح الأخطاء ومن النوع الترميز الدوار الذي هو موضوعنا التالي:

تدريب (1)

1. **اجمع العناصر التالية في الحقل الثنائي**

أ - $(1+x^2+x^5)+(1+x+x^5)$

ب- $[0110111]+[1011101]$

ج- $(x+x^6+x^7)+(1+x^5)$

2. **أوجد حاصل ضرب العناصر التالية:**

أ - $(1+x+x^7)\times(1+x^2+x^5)$

ب- $[1011]\times[101101]$

ج- $(1+x+x^7)\times(1+x^2+x^3)$

3. **أوجد حاصل قسمة ما يلي:**

أ- $\dfrac{x^7+x^2+1}{1+x+x^3}$

ب- $\frac{x^7+x^5+x+1}{x^5+x^3+1}$

ج- $\frac{x^7+1}{x^3+x+1}$

4. استخدم مصفوفة التوليد التالية لإرسال المعلومات التالية $u=[101101101001]$

ثم فك الترميز وبين عدم وجود أخطاء في الإرسال.

$$G=\begin{bmatrix}1101000\\1010100\\0110010\\1110001\end{bmatrix}$$

5. إذا كان أحد أنظمة الترميز الحزمي الدوراني يستخدم دالة التوليد التالية

$$g(x)=1+x^2+x^5$$

وكانت المعلومات الواصلة للمستقبل هي $V'(x)=1+x^2+x^5+x^{22}+x^{25}$ أوجد إذا كانت المعلومات المستقبلة صحيحة.

6. إذا استخدمنا دالة التوليد $g(x)=1+x+x^7$ لكشف الأخطاء فما هي أطوال المعلومات $u(x)$ وطول الرمز. وكم خطأ يمكن لهذا الرمز إن يكتشف.

7. إذا علمت إن المعلومات المستقبلة هي

$$V(x)=1+x+x^{90}+x^{91}+x^{97}$$

ويستخدم النظام دالة $g(x)=1+x+x^7$

فهل المعلومات المستقبلة صحيحة أم لا ؟

8. لتفريق الأخطاء المتتالية نستخدم عملية التوزيع فإذا علمت إننا نريد تفريق ما مجموعه 4 أخطاء متتالية فأوجد التوزيع المناسب للمعلومات التالية.

$$v=[1011001000111010101110001]$$

أسئلة التقويم الذاتي (1)

- اكتب العنصر 11001011 باستخدام الحقل $GF(2^7)$.
- ارسم دائرة جمع العناصر في حقل $GF(2^4)$ واجمع العنصرين 110111 و 1010.
- أوجد حاصل ضرب 1011 مع العنصر 1110.
- اقسم العنصر 11001 على 101.
- أوجد مسافة هامنغ بين 01001100 و 00111001.
- أوجد الترميز الدوراني (6،3).

3 . الترميز الدوار (Convolutional Codes)

1.3 مقدمة إلى الترميز الدوار

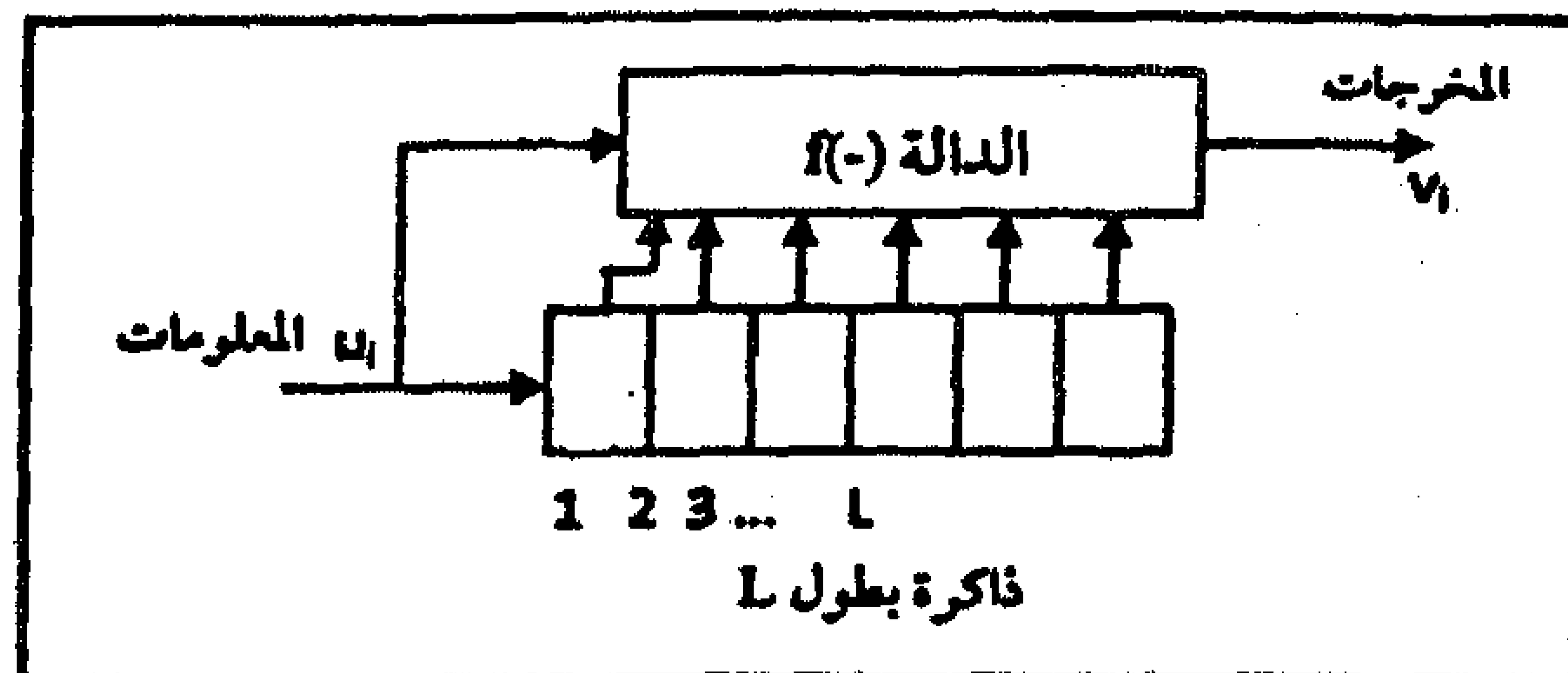
عزيزي القارئ، الأنواع التي درسناها حتى الآن كان لابد من تعريف طول الحزمة المراد ترميزها وإضافة عدد معين من البتات لتكوين توزيعة معينة لحماية بقية المعلومات من الأخطاء. وهذه الأنواع تشترك في أن معدل الرمز (R) يزداد كلما زاد طول الرمز وهذا المعدل يمثل كمية المعلومات الفعلية المراد إرسالها إلى مجموع المعلومات المرسلة، لذلك فإنه من المفضل زيادة هذا الرقم. ولو أردنا تصحيح عدد أكبر من الأخطاء في كل حزمة لأصبح معدل الرمز قليلاً جداً. فعلى سبيل المثال إن أردنا تصحيح خمسة أخطاء فإننا نحتاج إلى (n =31, k=11) حيث $R=\frac{11}{31}$ وهذا الرقم قليل. وإذا أردنا زيادة R فإن عملية فك الرمز تزداد تعقيداً. وقد ظهر الترميز الدوار الذي له خصائص جيدة في تصحيح الأخطاء وكذلك فإن فك الترميز لهذا الرمز يعتبر بسيطاً نوعاً ما.

2.3 الترميز الدوار (Convolution Codes)

يعرف الترميز الدوار عن طريق عملية زمنية مستمرة تكون المخرجات منها عبارة عن دالة تعتمد على المدخلات ومكونات ذاكرة تحتفظ بالمدخلات السابقة. ونستطيع كتابة هذا التعريف كالتالي:

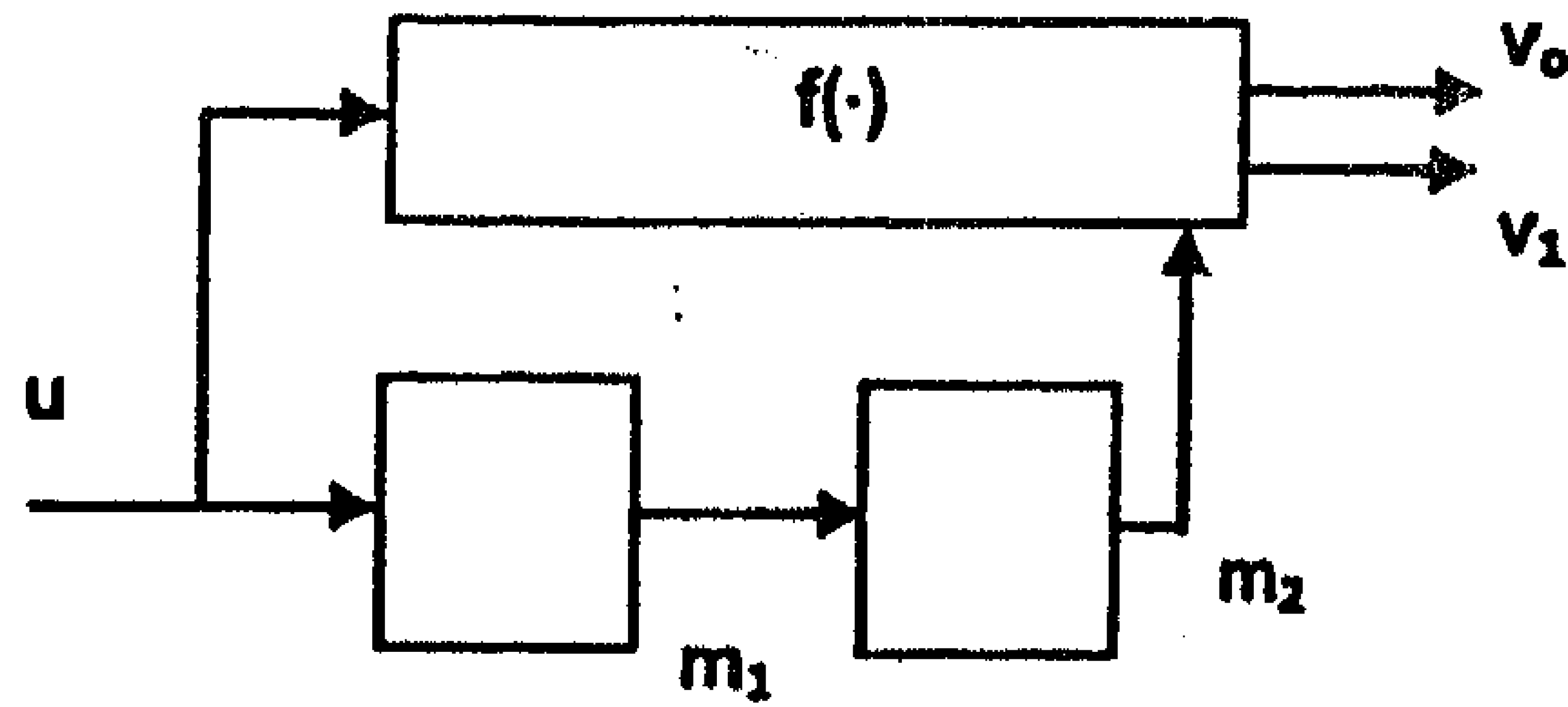
$$v_i = f(u_i, u_{i-1}, u_{i-2}, \ldots, u_{i-L}) \qquad (12)$$

حيث ( )f تعني دالة و L تمثل طول الذاكرة و v_i هي المخرجات عند اللحظة i و u_i هي المدخلات عند اللحظة i. الشكل (9) يبين مثالاً على الترميز الدوار.



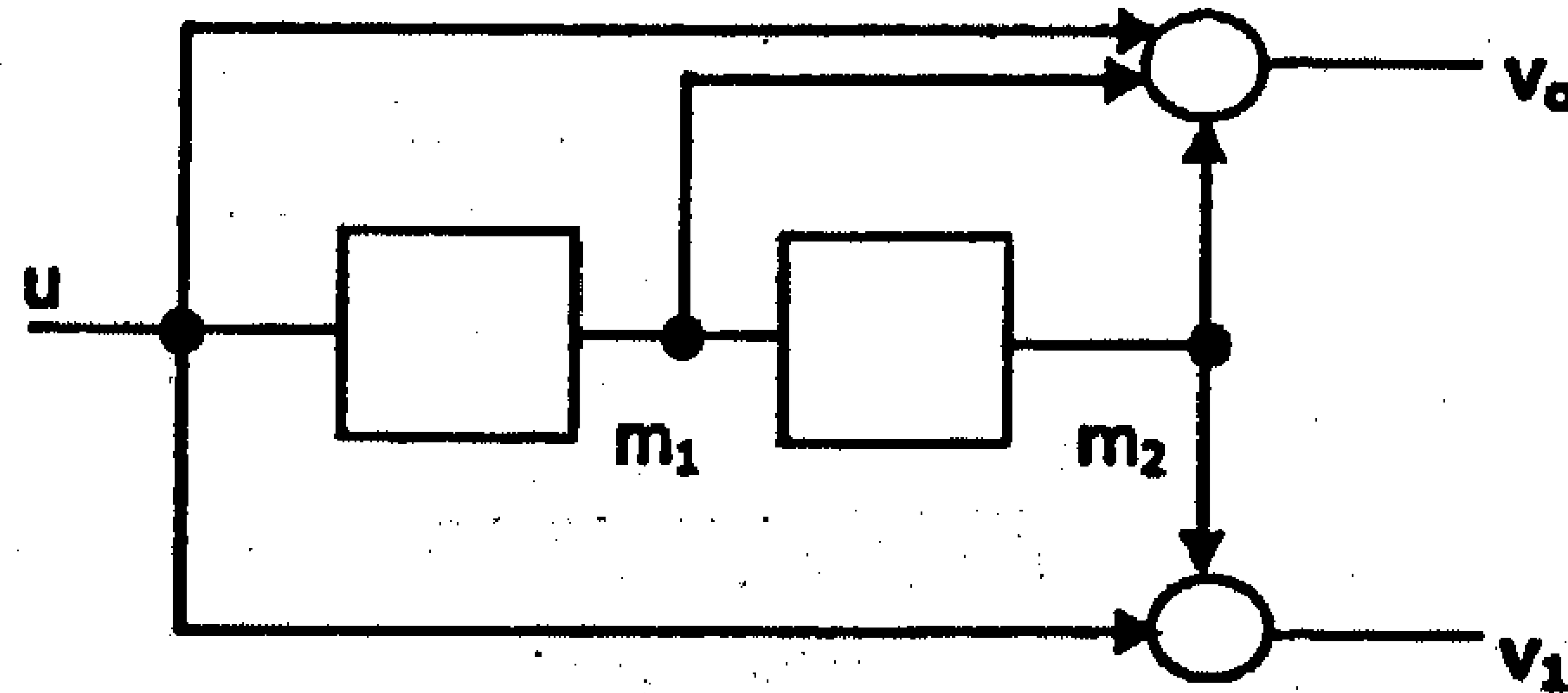
شكل (9) الشكل العام لنظام إنتاج الترميز الدوار

وحسب ما نرى في الشكل (9) فإن الدالة f( ) تربط المدخلات الحالية والمدخلات السابقة بطريقة ما لإنتاج المخرجات لذلك سميت هذه الدالة بدالة التوليد أو دالة التوصيل. والفكرة الرئيسية في الترميز الدوراني هي استخدام الذاكرة لذلك فإنه يمكن اعتبار محتويات الذاكرة كالوضع الحالي للنظام (Status) وبذلك فإن النظام يشبه (State Machine) ونستطيع استخدام النظريات والآليات الرياضية المستعملة في هذا المجال لتحليل نظام الترميز الدوار. ووجود مثل هذه العمليات الرياضية جعل الترميز الدوار يتطور بشكل ملحوظ وأيضاً مكننا من إيجاد أفضل تصميم للترميز الدوار. وحتى يمكننا من إضافة معلومات عن توزيعة الرمز على المخرجات فإن عدد المخرجات يجب أن يكون أكبر من عدد المدخلات، فلكل k بت عند المدخل يخرج n بت على المخرج وبذلك يعرف معدل الرمز بـ $R=\frac{k}{n}$



شكل (10) آلة الترميز بـ(2 , 1 , 2) ترميز دوار

والترميز الدوار بحاجة لتعريف طول الذاكرة L لذلك فإن الترميز الدوار يعرف بهذه الثلاثة عناصر (n , k, L). ويفضل البدء بمثال لشرح الترميز الدوار ومن ثم نعمم نتائج المثال على الحالة العامة. فلنبدأ بتصميم وتحليل ترميز دوار بعناصر (2 , 1 , 2) ويعني ذلك أنه لكل بت واحد من المدخل هنالك 2 بت على المخرج وطول الذاكرة هو 2. الشكل (10) يبين آلة الترميز لهذا المثال.



شكل (11) آلة الترميز بـ(2 , 1 , 2) الدوار

ودالة التوصيل يمكن اختيارها في هذه المرحلة لتكون:

$$v_0 = u + m_1 + m_2$$

$$v_1 = u + m_2$$

وعادة ما نمثل دالة التوصيل عن طريق المصفوفة وفي هذا المثال تكون دالة التوصيل كما يلي:

$$g_0 = [1 \quad 1 \quad 1]$$

$$g_1 = [1 \quad 0 \quad 1]$$

وبشكل عام تكتب دالة التوصيل كما يلي:

$$g_i = [1\ 0\ 1\ 0 \dots 1] \qquad (13)$$

ومقابل كل واحد في g_i يكون هنالك وصلة لدائرة الجمع المنتجة لـ v_i وإن كانت القيمة صفراً يعني عدم وجود وصلة؟ شكل (11) يبين آلة الترميز لهذا المثال.

وحتى نفهم طريقة عمل هذه الآلة نفترض وصول مجموعة من البتات على المدخل كالتالي:

♣♣[ ]

وفي البداية يكون محتوى الذاكرة أصفاراً. والجدول رقم (5) يبين كيفية ايجاد المخرجات.

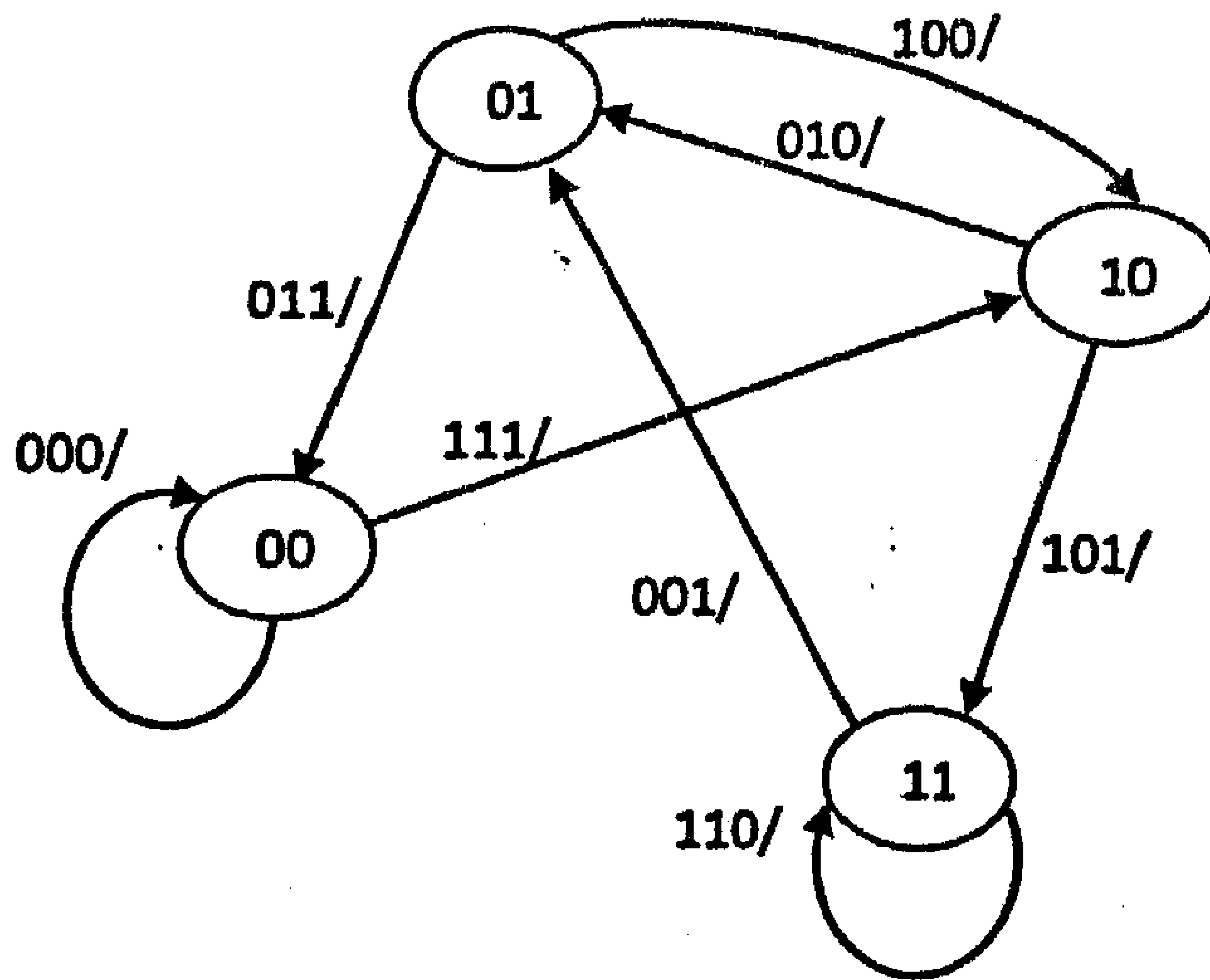
جدول (5): عملية ايجاد المخرجات

u	m_1	m_2	v_0	v_1
1	0	0	1	1
0	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	1	0	0	0

ونستطيع ترتيب المخرجات بطريقة متلاحقة $[v_0 \ v_1]$ كالتالي:

$$v=[11\ 10\ 00\ 01\ 01\ 00]$$

وكي نقوم بعملية إيجاد المخرجات بشكل أسهل فإننا نستطيع تعريف ما يسمى بـ State Diagram وهذا الرسم يبين المدخلات والمخرجات بشكل عام في آلة الترميز. شكل (12).

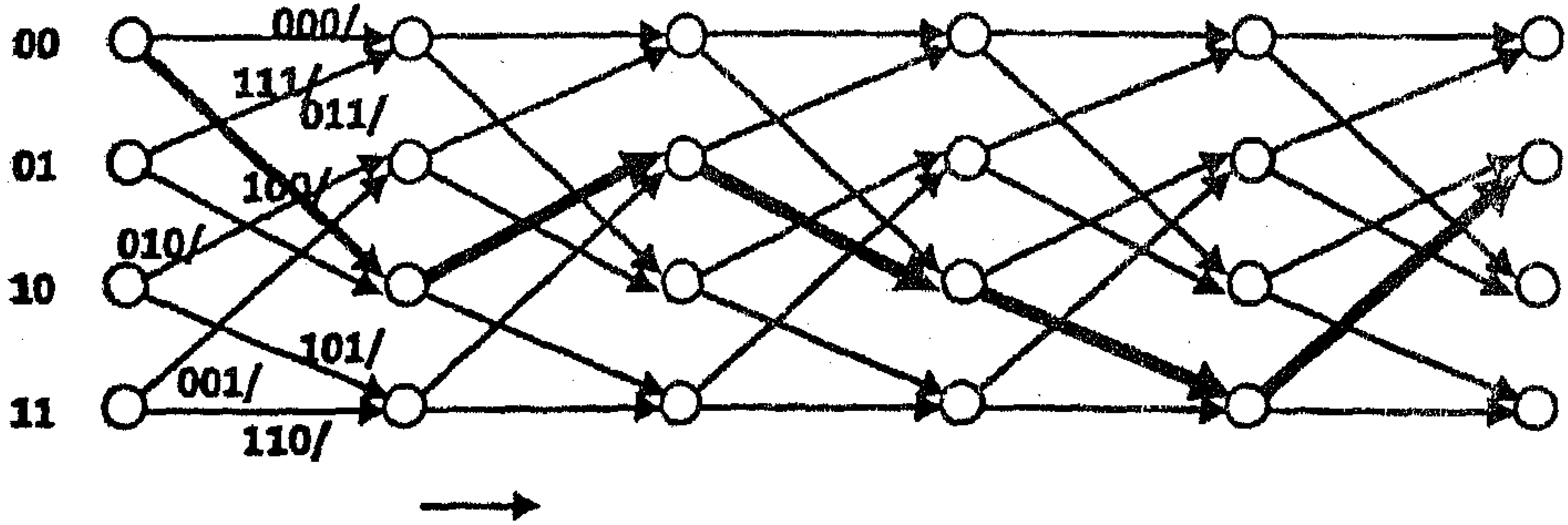


شكل (12) State Diagram للمثال السابق.

ففي هذا الرسم تمثل كل دائرة وضعاً من الأوضاع لمحتويات الذاكرة وتسمى State والأسهم الواصلة من كل وضع إلى آخر يبين إمكانية الانتقال من وضع إلى وضع عندما يتوفر على المدخل عنصر معين ويكون الرمز الخارج من الآلة على شكل $[v_0 \ v_1]$.

والعلاقة بين المدخلات والمخرجات تكتب على كل سهم على شكل $u/v_0 \ v_1$ فمثلاً عند الوضع 11 إذا دخل 0 على المدخل فإننا نتنقل إلى الوضع 01 ويكون المخرج هو 01 وإن دخل 1 على المدخل فإننا ننتقل إلى نفس الوضع 11 ويكون المخرج 10. وكذلك إن كنا عند وضع 01 ودخل 0 على المدخل فإننا ننتقل إلى الوضع 00 ويكون المخرج 11. وإن دخل 1 على المدخل فإننا ننتقل إلى الوضع 10 ويكون المخرج 00.

وهكذا لبقية الأوضاع. وهنالك رسم آخر يمثل عملية الانتقال بين الأوضاع المختلفة والعلاقة بين المدخلات والمخرجات وهذا الرسم يسمى الرسم الشجري Trallis Diagram.



شكل (13) يبين الرسم الشجري للترميز الدوراني (2،1،2).

ومن خلال هذه الشجرة فإن نفس الشكل يتكرر عند كل انتقال ويكون الترميز عبارة عن مسار داخل هذه الشجرة، ففي الشكل فإن المسار المبين يمثل الترميز من الجدول السابق. ومن خلال نظرنا إلى هذا المسار فإننا نرى إمكانية تصحيح الأخطاء واكتشافها عن طريق أنه ليست كل المسارات في الشجرة مسموحاً بها لذلك فإن حصل إنقطاع في هذا المسار عند المستقبل فإننا نعلم من ذلك إنه حصل خطأ ما في الإرسال. ونجد أيضاً إن عدد الأوضاع يعتمد على طول الذاكرة حسب العلاقة التالية:

$$N_{state} = 2^{L} \qquad (14)$$

وزيادة طول الذاكرة يعطينا احتمالات أكبر للتفرعات في الشجرة لذلك فإن المسارات الممكنة في هذه الشجرة تتباين أكثر ومن خلال ذلك فإن إمكانية كشف الأخطاء وتصحيحها يصبح أكبر. وهذه الخاصية للترميز الدوار من أهم خصائصه حيث إننا لا نغير معدل الرمز ولكن بزيادة طول الذاكرة فإننا نحصل على إمكانية أكبر في كشف وتصحيح الأخطاء. ولفك الترميز فإننا نستخدم الرسم الشجري حيث إنه يمكننا من متابعة المسار أولاً بأول واكتشاف الأخطاء وتصحيحها من خلال مقياس الاحتمال الأقرب للمسار الصحيح. فعلى سبيل المثال إن حصل خطأ ما في الاستقبال فإن المسار المستَقْبَل يمكن أن ينحرف عن المسار الصحيح وبذلك فإن الانحراف يزداد مع استقبال عدد أكبر من المعلومات وحتى نستطيع معرفة الخطأ وتصحيحه فإننا بحاجة إلى مقياس

المسافة بين المسار المستَقْبَل والمسارات الصحيحة الممكنة وأقرب مسار سيكون هو المسار الصحيح. هذه العملية تتحقق باستخدام خوارزمية فيتربي (Vitarbi Algorithm) كما يلي:

- في البداية نفترض وجود النظام عند الوضع المبدئي وهو الذي يمثل جميع محتويات الذاكرة بأصفار.

1. يحسب رقم يسمى برقم التقييم الأقرب (Likelihood Metric) وهذا الرقم يحسب بعدة طرق، هنا نتبنى طريقة مسافة هامنغ حيث إنه يعطى كالتالي:

$$m = d_H(\text{received data}, \text{correct branch data}) \qquad (15)$$

تحسب هذه المسافة لجميع الأفرع من الشجرة.

2. ينظر إلى المعلومات المستقبلة التالية ويحسب رقم التقييم بجميع احتمالات التفرعات التي حسبت في الخطوة الأولى وتجمع أرقام التقييم لكل مسار.

3. نبقي فقط المسارات التي لها أقل أرقام تقييم ونكرر الخطوة رقم 2 حتى تنتهي المعلومات المستَقْبَلة.

4. نأخذ المسار الذي له أقل رقم تقييم ويكون هو المسار الصحيح ونخرج المعلومات حسب العلاقات الموجودة على الشجرة (أي نخرج u_i).

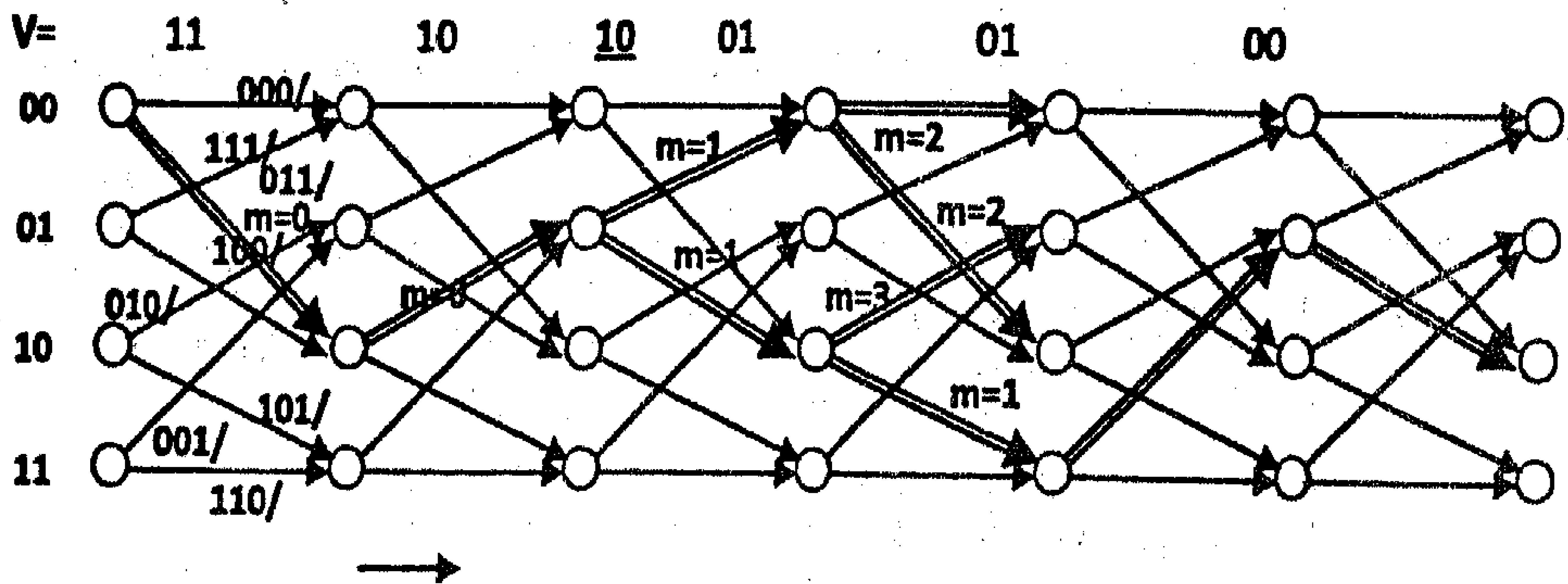
ولتوضيح هذه العملية فإننا نعود لنفس المثال السابق والذي نتج عنه v = [11 10 00 01 01 00].

ودعنا نفترض أنه حصل خطأ في الموقع الخامس لذلك فإن المستقبل وصل له v' = [11 10 10 01 01 00] ومن خلال الشجرة نجد أنه 11 احتمال صحيح على الشجرة ورقم تقيمه هو 0 حيث إن مسافة هامنغ هي صفر إذن ننتقل إلى وضع (10)، ثم عند وضع (10) نقارن الفرعين مع ما وصلنا وهو (10) فنجد أن المسار المؤدي إلى وضع (01) هو الصحيح ويكون مجموع أرقام التقييم هو صفراً، ثم عند وضع (01) نقارن بما نحصل عليه من المعلومات المستقبلة وهو 10 ولا يوجد أي من التفرعات عليه ذلك العنصر لذلك نفرع عندها إلى مسارين ويكون رقم التقييم للمسار الأول

هو 1 والذي يؤدي إلى وضع 00 ورقم التقييم إلى المسار الثاني هو1 والذي يؤدي إلى وضع 01 ثم نعود لنأخذ المسار الأول أي أننا الآن عند وضع (00) ونقارن بالمعلومات المستقبلة وهي 01 ولا نجد أياً من التفرعات لديه نفس العنصر لذلك نفرع الآن أيضاً إلى تفريعين الثالث يؤدي إلى الوضع 00 والرابع يؤدي إلى 10 وكلاهما يصبح رقم تقييمه هو 2. أما المسار الثاني فنرى عند وضع (10) أنه يوجد فرع أقرب إلى المعلومات (10) وهو الفرع المؤدي إلى وضع (11) ويبقى هنا رقم التقييم كما هو (1) وبالمقارنة مع المسار الثالث والرابع نجد أن هذا المسار هو أقل رقم تقييم، إذن فهو المسار الصحيح ونكمل بعدها فنحن الآن على المسار الثاني عند الوضع (11) والمعلومة الواصلة هي (01) مما يعني أننا ننتقل إلى الوضع (01) ويبقى رقم التقريب كما هو (1) ثم عند الوضع (01) نقارن مع المعلومة الواصلة وهي (00) وهي تمثل الفرع الذي يوصلنا إلى وضع (11). وكما هو موضح بالشكل (14). وهنا يكون المخرج هو

[ ]

وهو المخرج الصحيح. وبذلك نكون قد صححنا الخطأ الذي حصل في الإرسال.



شكل (14) تنفيذ خوارزمية فيتربي لإستقبال المعلومات.

ومن الجدير بالملاحظة أن هذا المثال من أبسط الأمثلة على الترميز الدوار وأن عملية إيجاد دوال التوصيل هي عملية معقدة لذلك فهنالك أبحاث عديدة لإيجاد أنواع جيدة من الترميز الدوار نعرض بعضها في الجدول رقم (6):

جدول (6): بعض أنواع الترميز الدوار

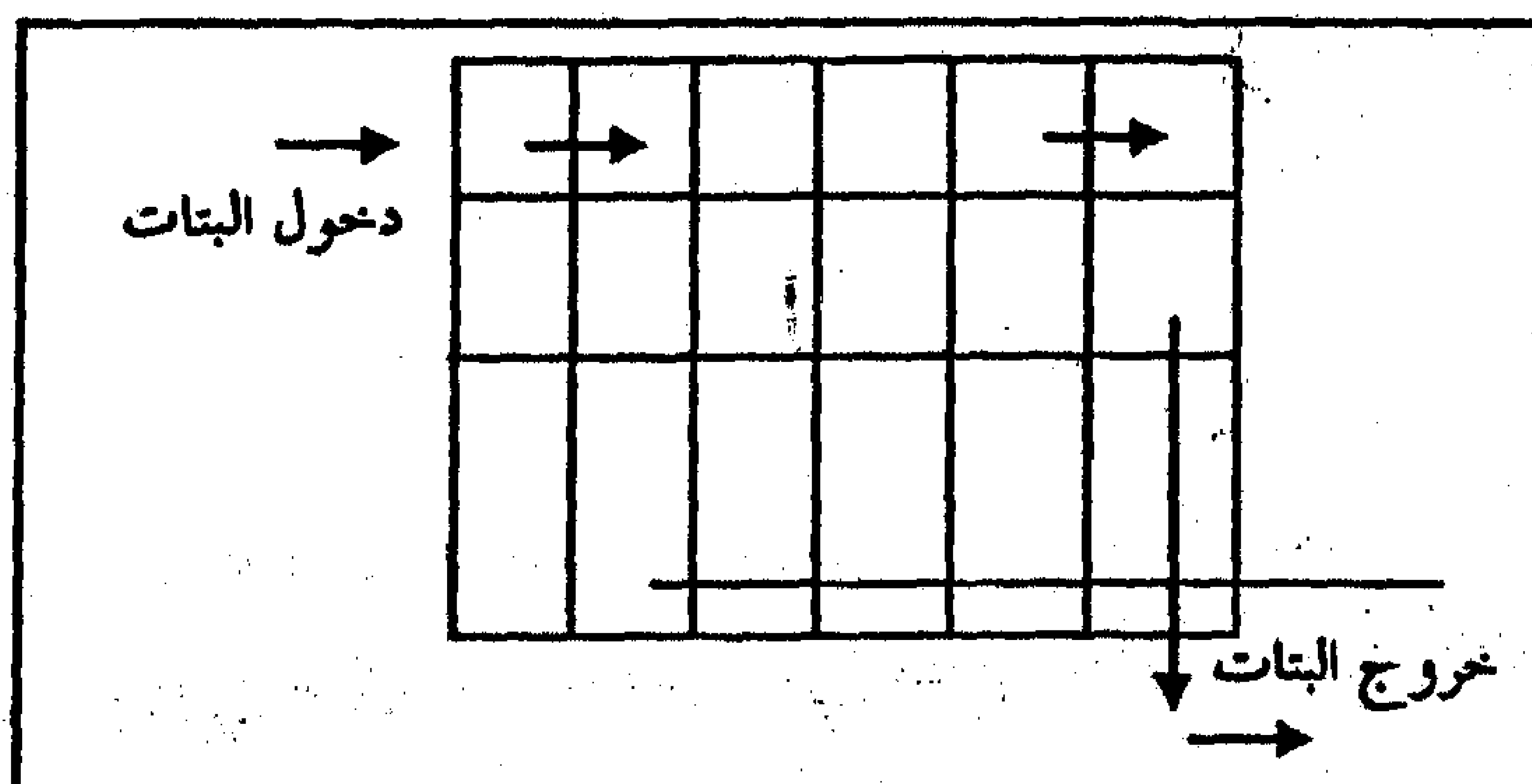
n=2, k=1			
طول الذاكرة L	g_o	g_1	d_{free}
3	[illegible]	1 1 1	5
4	[illegible]	1 1 1 0 1	6
5	[illegible]	1 1 1 1 0	7

وهنا فقد أضفنا المقدار d_{free} وتسمى المسافة الحرة للرمز وتمثل قدرة هذا الرمز على تصحيح الأخطاء حيث تعطى علاقة معدل الأخطاء كالتالي:

$$BER \cong b_{free}\left(2\sqrt{(P(1-P))}\right)^{d_{free}} \quad (16)$$

حيث b_{free} هو وزن المسار الأصغر في الشجرة و P هي معدل الأخطاء بدون الترميز الدوار.

ويجدر الذكر هنا بأنه يمكن للترميز الدوار تصحيح على الأقل $(d_{free}-1)$ خطأ ويمكنه تصحيح أكبر من هذا العدد إن كانت الأخطاء موزعة أثناء الإرسال بشكل عشوائي لذلك فغالباً ما نستخدم طريقة كي نفرق الأخطاء إن حدثت متتالية وهذه الطريقة تسمى التوزيع (Interleaving) وتتم عن طريق وضع المعلومات بعد عملية الترميز في صفوف وإخراجها بالتالي كل عمود تلو الآخر كما في الشكل (15).



شكل (15) عملية التوزيع Interleaving

وفي هذه العملية عندما تحدث أخطاء متتالية فإننا نقوم بتفريقها عند المستقبل عن طريق إعادة التوزيع (De Interleaving). كما في المثال التالي:

مثال(17): لدينا المعلومات 1011011100101001101101110101

ونستخدم مصفوفة أبعادها (7×4) لتوزيع هذه المعلومات كالتالي:

1	0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1	0
0	1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	1

فتكون هذه المعلومات بعد الخروج كالتالي:

1101001110111100001111101001

فلو فرضنا أنه حصل خطأ متتال طوله 5 بداية بالبت السادسة فإن المعلومات تصبح:

1101010001111100001111101001

وهذا الخطأ لا يمكن تصحيحه بنوع الترميز المستخدم (على فرض أن الترميز المستخدم يستطيع تصحيح فقط خطأين متتاليين). وبعد إعادة التوزيع كما في المصفوفة.

1	0	1	0	1	[0]	1
0	1	1	0	1	[0]	0
0	1	0	1	[1]	[1]	1
1	1	0	1	[0]	0	1

وعند فك التوزيع تصبح المعلومات كما يلي:

↓ ↓↓ ↓ ↓
1001011111101000101101010101

وكما نرى فإن الأخطاء توزعت بحيث يستطيع الترميز تصحيحها.

3.3 الترميز الدوار المختصر (Shortened Convolutional Codes)

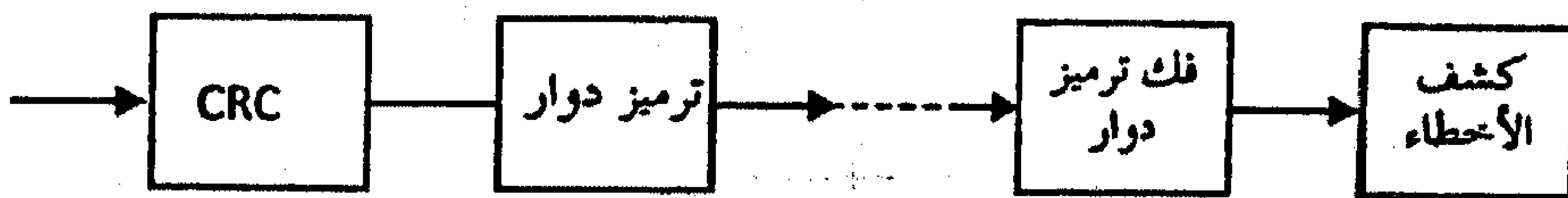
حيث إن معدل الترميز عادة ما يكون حاصل قسمة عدد صحيح على عدد صحيح فإن

تصميم أنظمة الاتصالات الرقمية يعتمد على اختيار أطوال مناسبة بعدد البتات المرسلة في كل حزمة وخاصة في تطبيقات الاتصالات الخلوية أو شبكات الأنترنت والحاسوب. لذلك فإن تصميم الحزم الرقمية للإرسال يمكن إن يتطلب تعديل معدل الترميز ليكون مطابقاً للأرقام المطلوبة في النظام. ولحل مثل هذه الحالات فإنه يمكننا الاستغناء عن بعض البتات بعد إجراء عملية الترميز وعدم إرسالها مع المعلومات المرسلة.

وقد وجد أن عدم إرسال بعض البتات من المعلومات المرمزة يكافئ رمزاً آخراً أعلى منه في معدل الرمز فمثلاً في الترميز الدوار (2،1،2) يمكن حذف البت الرابعة من كل أربع بتات متلاحقة فيصبح الرمز مكافئاً إلى ترميز دوار (2،2،3) وفوائد هذه العملية في أنه أفضل أنواع الترميز الدوار تأتي من الترميز الدوار المختصر حيث إنه يمكن تصميم ترميز متعدد المعدل إذ يعمل بمعدلات مختلفة حسب الحاجة للإرسال ويستخدم مستقبلاً واحداً لجميع هذه المعدلات دون الحاجة إلى تغيير التصميم عند المستقبل.

4.3 استخدام الترميز الدوار مع الترميز الحزمي

كما ذكرنا سابقاً فإن الأنظمة العملية تحتاج إلى طريقة ترميز بحيث تضمن إرسال المعلومات صحيحة لدرجة عالية من الدقة. وهذا يمكن تنفيذه عن طريق استخدام نوعين من الترميز أحدهما لتصحيح الأخطاء (ترميز دوار) والآخر لكشف الأخطاء (CRC) كما في الشكل (16).



شكل (16) استخدام الترميز الدوار مع ترميز حزمي

وحتى تتم هذه العملية فإن المعلومات تقسم إلى حزم ومن ثم يضاف إليها عدد من البتات لكشف الأخطاء ثم تدخل هذه المعلومات على الترميز الدوار الذي يستخدم لتصحيح الأخطاء إن حصلت بهذه الطريقة فإن الأخطاء التي لا يمكن تصحيحها يكتشفها الترميز الحزمي (CRC) ويتخذ النظام قراراً إما بإعادة الإرسال أو إهمال هذه الحزمة من المعلومات.

وعلى سبيل المثال لو استخدمنا ترميزاً دواراً يمكنه تصحيح m من الأخطاء واستخدمنا ترميزاً لكشف الأخطاء يمكنه كشف l من الأخطاء فإن احتمال مرور معلومات خاطئة سيقل بنسبة كبيرة حسب العلاقة التالية:

$$BER \approx (P)^{ml}$$

حيث p هو احتمال الخطأ دون وجود ترميز. وحتى يتمكن النظام من مقاومة الأخطاء المتلاحقة فإنه يستخدم عملية التوزيع وإعادة التوزيع السابقة الذكر مما يخلق قدرة عالية على تصحيح الأخطاء بجميع أنواعها وكشفها أيضاً.

تدريب (2)

1. ارسم الدائرة التي تولد ترميزاً دواراً (2,1,3) باستخدام دوال التوصيل،

$g_0 = [1001]$

$g_1 = [1101]$

2. في الترميز الوارد في تدريب (1) ارسم شكل الأوضاع والرسم الشجري.

3. في الترميز الوارد في تدريب (1). أوجد المعلومات المرسلة إذا كانت المعلومات الداخلة هي $u = [101101]$. وارسم المسار داخل الرسم الشجري لهذه المعلومات. ثم فك الرمز مبيناً التقييم على الشجرة.

4. في الترميز الوارد في تدريب (1)، يمكن اختصار هذا الترميز ليصبح (3,2,2) حيث نحذف كل رابع بت من ناتج الترميز.

أوجد ناتج الترميز المختصر للمعلومات [110101101] = u.

5. في الشكل إذا كان الترميز C_1 هو ترميز دوار (2، 1،2) والترميز C_2 هو CRC-7 فأوجد احتمال الخطأ في الاستقبال بعد فك الترميز إذا كان احتمال الخطأ في القناة هو 10^{-2}.

أسئلة التقويم الذاتي (2)

- عرف الترميز الدوار.
- عرف الـ (Statemachine).
- اشرح تصميم الترميز الدوار (2،1،2).
- عرف طريقة التوزيع (Interleaving).

4. مبادئ التشفير (Encryption)

1.4 لمحة عامة

في معظم أنظمة الإرسال الرقمية تظهر مسألة الأمان في الإرسال حيث يهتم المستخدمون بأن تبقى معلوماتهم سرية إلا على الطرف الصحيح من الإرسال. وهذه المشكلة تظهر في الاتصالات العسكرية حيث يهتم الجيش بسرية المعلومات وإن حصل عليها الأعداء تكون دون نفع لهم. وفي هذه الأيام ظهرت المشكلة في الاستخدامات المدنية عبر شبكة الانترنت حيث يقوم المستخدمون بتبادل معلومات هامة مثل أرقام بطاقات الائتمان ولا يشعرون بالأمان لوجود قراصنة الانترنت.

لحل هذه المشكلة فإننا نقوم بعملية تشفير المعلومات قبل إرسالها ونقوم بفك هذه الشيفرات بعد استقبالها. والخصائص الواجب توفرها في عملية التشفير هي صعوبة فكها لمن لا يعرف كيف تم التشفير وببساطة يجب أن تكون تبادل المعلومات كثيرة جداً حيث يصعب على المتجسس على هذه المعلومات فكها والاستفادة منها. وكذلك يجب أن تكون عملية التشفير بسيطة في التنفيذ وفك التشفير لا يتطلب عمليات رياضية معقدة لمن له حق الاستقبال. حيث إن الصعوبة في الطريقة التي يتم فيها فك التشفير وليس بالعمليات الرياضية.

يقوم مبدأ عملية التشفير على تغيير الرموز المرسلة بإحدى طريقتين أو كلتيهما. الطريقة الأولى نقوم بتغيير الرموز المرسلة بضربها بأرقام بتسلسل معين مما ينتج عنه رموز غير مفهومة وتظهر كأنها غير مترابطة. والطريقة الثانية هي بأخذ نفس الرموز وإعادة ترتيبها بتسلسل يظهر وكأنه عشوائي وبذلك تصبح المعلومات غير مفهومة المفردات. وفي كلتا الطريقتين نجد أننا بحاجة إلى تسلسل يظهر وكأنه عشوائي ويصعب تخمينه. وهذه المتسلسلات نسميها تشويشاً كاذباً (Pseudo Noise) ويرمز لها (PN).

مثال (18):

لو أردنا إرسال الجملة التالية مشفرة «حلول جميع الأسئلة موجودة في الملحق».

- الطريقة الأولى: تغيير المفردات. يمكن استخدام الجدول رقم (7) لعملية تغيير المفردات.
- فتصبح الجملة « إنبن قومر سنضعضنخ وبقبهخ جم سنونأي» .

ولعملية فك التشفير لابد من معرفة الجدول عند المستقبل لإعادة المفردات إلى حالتها الأصلية المقروءة.

جدول (7): مثال للحروف وتشفيرها

الحرف	الحرف المشفر
أ	س
أ	ض
ل	ن
ج	ق
ح	أ
م	و
و	ب
ع	ر
ف	ج
ة	خ
ق	ي
ي	م
س	ع
د	هـ

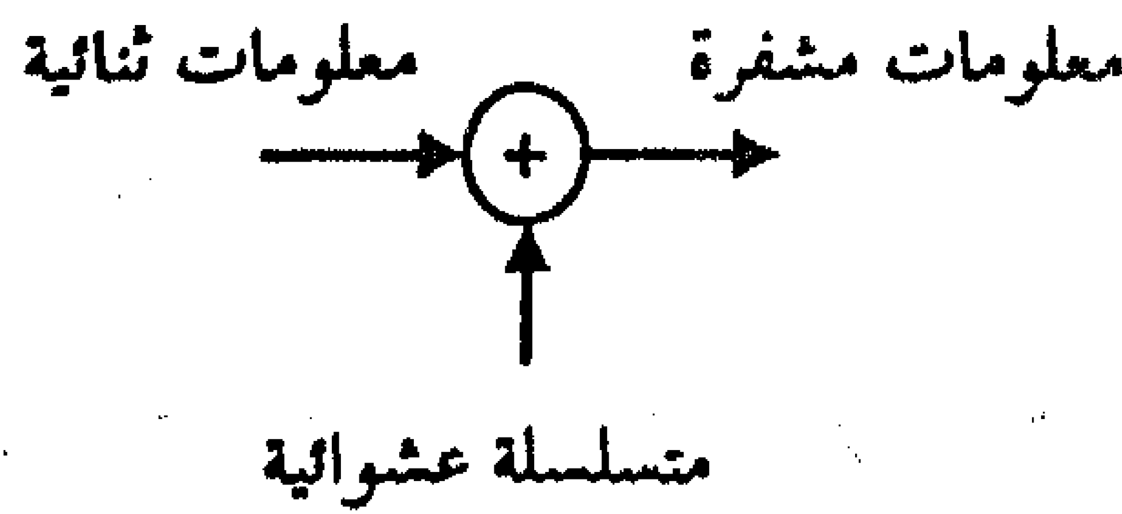
- الطريقة الثانية: تبديل المواقع: يمكن أن نستخدم قاعدة لتبديل المواقع مثلاً عكس مواقع الأحرف (للبساطة).

فتصبح الجملة

«الولح عيمج هلئسلأ تدوجوم يف قحلملا»

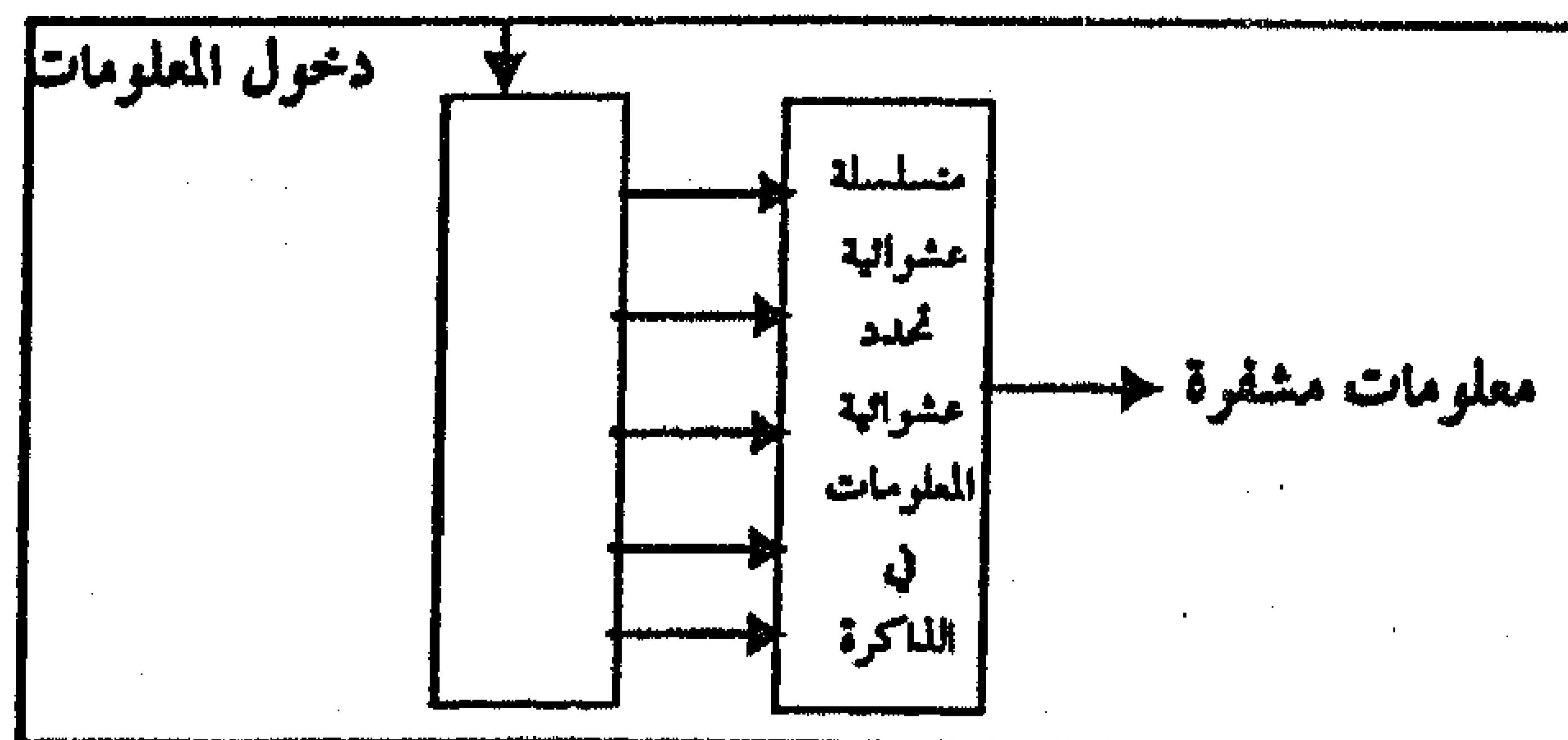
وكما نرى فإن الجمل المشفرة ليس لها معنى لغوي واضح ولمعرفة المعنى يجب أن نعلم عملية فك التشفير لإعادة الجملة كما كانت في الأصل.

وهذا المثال يحتاج لعملية بحث داخل الجدول لإنتاج التشفير وعملية بحث أخرى لفك التشفير ويجب أن نختار مدخلات الجدول بعناية بحيث إنه يصعب على الآخرين استنتاجه من المعلومات المشفرة. وهذه العملية تأخذ وقتاً كبيراً وخاصة عندما تكون المفردات كثيرة لذلك نحن بحاجة إلى طرق رياضية وخوارزميات معينة كي نقوم بعملية التشفير بسرعة وكفاءة. ولهذا الغرض فإننا نستخدم الحواسيب أو دوائر المنطق لاجراء هذه العمليات. وبما أن هذه الأجهزة تعمل على الحقل الثنائي فإننا نستخدم المعلومات على شكل حزم ثنائية، فمثلاً نعرف الأحرف بما يقابلها من رمز (ASCII). وتصبح عملية التشفير عملية قلب أو إبقاء البت على قيمتها حسب متسلسة عشوائية (PN) كما في الشكل (17).



شكل (17) عملية التشفير باستخدام متسلسلة عشوائية

ويمكن استخدام المتسلسلة العشوائية لإعادة الترتيب كما هو موضح في شكل (18).



شكل (18) عملية التشفير عن طريق إعادة الترتيب باستخدام متسلسلة عشوائية

مثال (19)

لتشفير المعلومات الثنائية التالية [10111101101]

باستخدام المتسلسلة العشوائية [1001110]=PN

حيث نقوم بتدوير المتسلسلة العشوائية عندما تنتهي كما يلي:

X=[10111101101]

PN=[10011101001]

X=[00100000100]⊕ Y =PN

ولفك التشفير فإننا نقوم بنفس العملية.

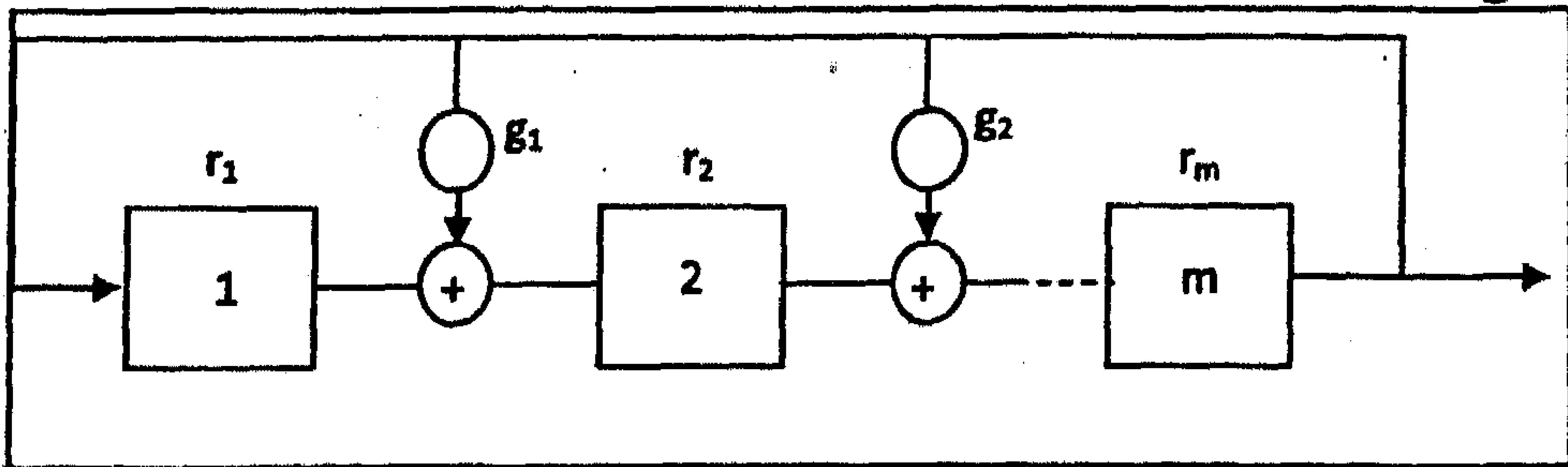
PN=[10011101001]

Y=[00100000100]

X=Y⊕ PN=[10111101101]

2.4 إنتاج متسلسلات التشويش التقريبي باستخدام (FBSR) وخواصها

كما ورد معنا فإن عملية التشفير تعتمد على إمكانية إيجاد متسلسلة عشوائية يصعب على الأطراف غير المعنية بالاستقبال معرفتها. ومن أهم هذه المتسلسلات متسلسلات التشويش التقريبي التي لها أفضل مواصفات من حيث بعثرة المعلومات. ويمكن توليد هذه المتسلسلة عن طريق (Feed Back Shift Register) (FBSR) كما هو موضح بالشكل (19).

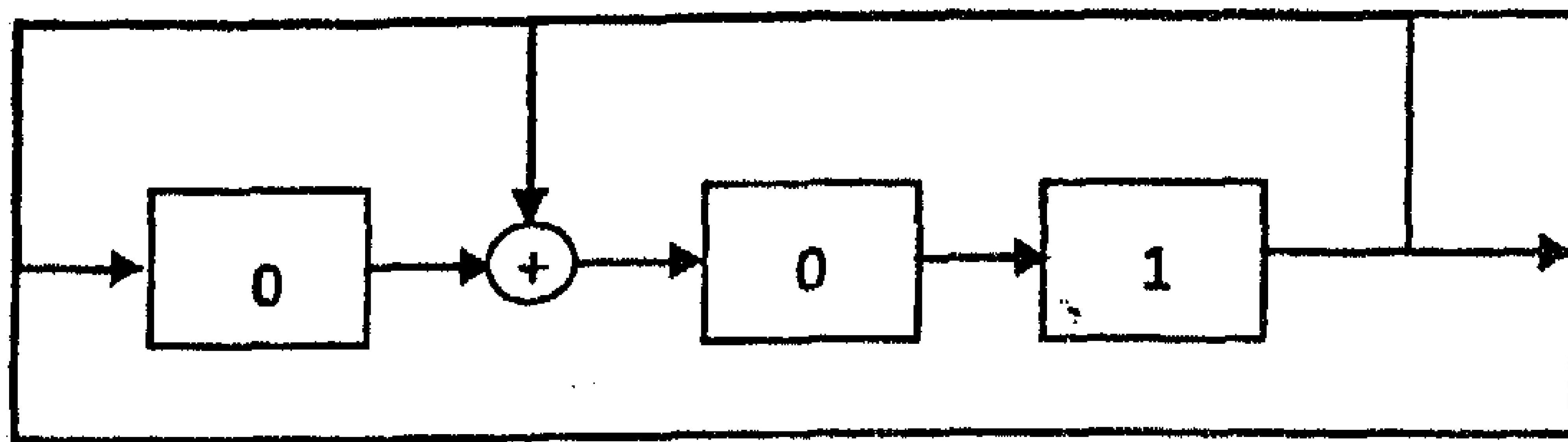


شكل (19): FBSR لتوليد متسلسلة تشويش تقريبي

وعن طريق هذه الدائرة يمكن توليد تشويش بطول $n=2^m-1$ من البتات وذلك عن طريق دالة توصيل $g(x)$ لها أعلى أس يساوي m وهي نفس الدالة التي استخدمناها سابقاً في الترميز الحزمي الدوراني وتكون من معاملات (x^n+1). وهنا يجب أن يكون وضع البداية بحيث تكون محتويات الذاكرة تحتوي إحداها على الأقل قيمة 1.

مثال (20)

لإيجاد PN بطول 7، نستخدم دالة التوصيل $g(x)=1+x+x^3$ كما يلي:



شكل (20)

ونفترض وضع البداية هو [001] كما في الشكل (20). ويبين الجدول رقم (8) عملية إيجاد المتسلسلة:

جدول (8): عملية إيجاد المتسلسلة PN

1	2	3	PN
0	0	1	1
1	1	0	0
0	1	1	1
1	1	1	1
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	1

وكما نرى فإن عملية إنتاج المتسلسلة العشوائية بسيطة وسريعة، وإن بدأنا بوضع بداية أخرى فإن المتسلسلة يصبح لها دوران فقط فمثلاً لو بدأنا عند [011] لكان الناتج PN = [1110010] لأن الجدول دوري كما هو واضح.

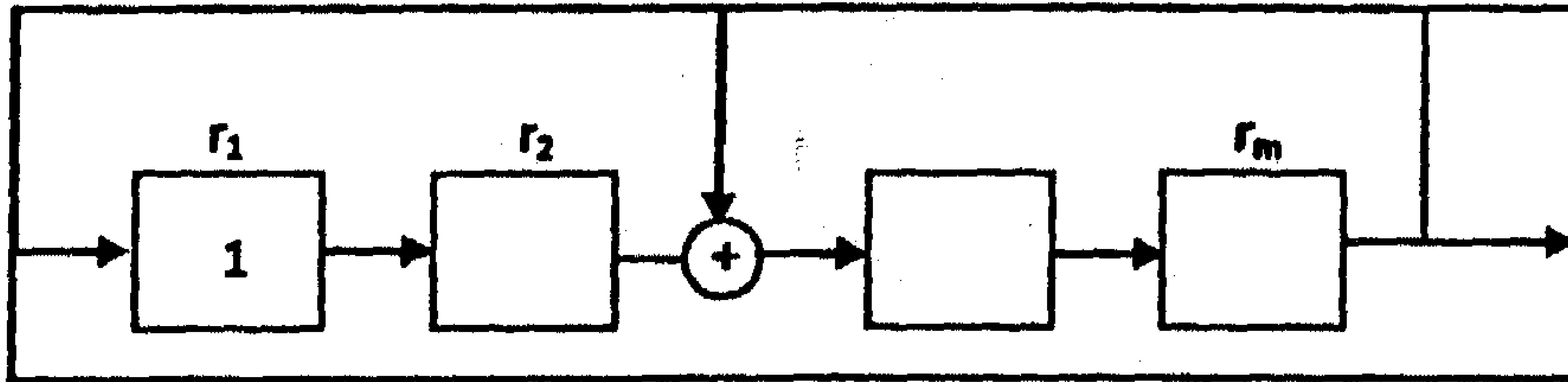
ومن خواص هذا التشويش أنه يعطي أكبر عشوائية ممكنة عند ذلك الطول من البتات وإنه يمكن إنتاجه بسهولة حتى لأطوال كبيرة جداً فمثلاً يمكن استخدام (FBSR) بعدد خانات $m = 15$ مما ينتج عنه طول المتسلسلة $n = 2^{15} - 1 = 32767$ وهذا العدد مهم جداً في عملية الحماية حيث إن المتجسس يحتاج لتجريب هذا العدد كي يتمكن من فك الشيفرة. وطبعاً للأرقام العملية نستخدم طولاً أكبر بكثير من ذلك فمثلاً $m = 127$ والتي تعطي $n=2^{127} - 1 = 1.7\text{x}10^{38}$ ولو أردنا تجريب هذه التباديل بسرعة 100 مليون تجربة في الثانية لاحتجنا إلى $4.7\text{x}10^{26}$ ساعة. ومن هنا تأتي قدرة هذه المتسلسلات على الحماية.

مثال (21)

أوجد متسلسلة التشويش بحجم ذاكرة $m = 5$.

الحل:

يمكن أن نستخدم دالة توصيل من الجدول في الملحق A1 والتي يكون أعلى أس بها = 5. مثلاً $g = 1 + x^2 + x^5$ ولذلك فإن دائرة (FBSR) تكون كما هو موضح في الشكل (21).



الشكل (21): دائرة FBSR لمثال (21)

وعند استخدام وضع بداية (000,01) فإن متسلسلة التشويش تكون [1001011001111100011011101010000] وينتج كما هو مبين في الجدول رقم (9).

جدول (9): عملية إيجاد متسلسلة التشويش

التسلسل	r_5	r_4	r_3	r_2	r_1	PN	التسلسل	r_5	r_4	r_3	r_2	r_1	PN
1	0	0	0	0	1	1	17	0	0	1	1	0	0
2	1	0	1	0	0	0	18	0	0	0	1	1	1

3	0	1	0	1	1	0	19	1	0	1	0	1	1
4	0	0	1	0	1	1	20	1	1	1	1	0	0
5	1	0	1	1	0	0	21	0	1	1	1	1	1
6	0	1	0	1	1	1	22	1	0	0	1	1	1
7	1	0	0	0	1	1	23	1	1	1	0	1	1
8	1	1	1	0	0	0	24	1	1	0	1	0	0
9	0	1	1	1	0	0	25	0	1	1	0	1	1
10	0	0	1	1	1	1	26	1	0	0	[illegible]	0	0
11	1	0	1	1	1	1	27	0	1	0	0	1	1
12	1	1	1	1	1	1	28	1	0	0	0	0	0
13	1	1	0	1	1	1	29	0	1	0	0	0	0
14	1	1	0	0	1	1	30	0	0	[illegible]	0	0	0
15	1	1	0	0	0	0	31	0	0	0	1	0	0
16	0	1	1	0	0	0	[illegible]	0	0	0	0	1	0

ونستطيع استخدام نفس دوال التوليد الأولية كدالة توصيل في دائرة (FBSR) لإنتاج مختلف متسلسلات التشويش ويمكن استخدام الحاسوب لتنفيذ عملية التشفير وذلك عن طريق تخزين متسلسلة التشويش في مصفوفة داخل الذاكرة لنقل PN(n) من نوع ثنائي ونفترض أن المعلومات موجودة داخل متغير نرمز له d. وحاصل التشفير هو v. الخوارزمية التالية تمثل عملية التشفير.

1. إنتاج التشويش وتخزينه في PN(n).
2. $V_{(i)} = PN_{(i)} \text{ XOR } d_i$

وهنالك خاصية مهمة في متسلسلات التشويش هذه، ألا وهي إن لكل دوران خانة واحدة ينتج عنه متسلسلة جديدة مما يعني إنه يمكن إنتاج n من المتسلسلات المختلفة من دائرة (FBSR) واحدة. فمثلاً المتسلسلة [1011100] ينتج عنها المتسلسلات التالية:

٢ [0101110]

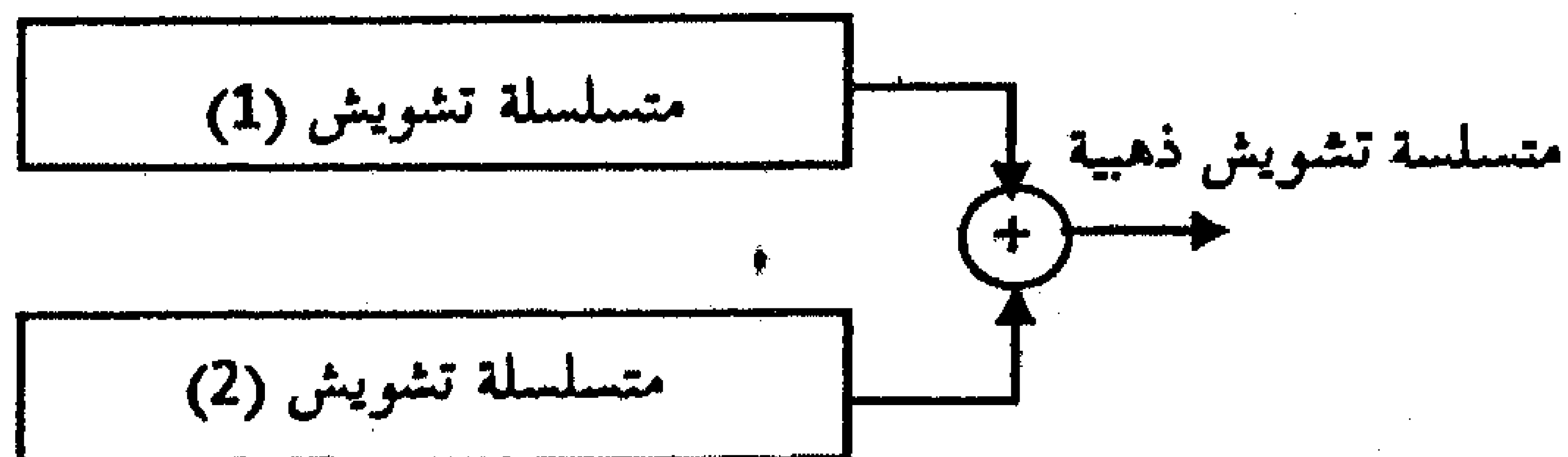
٣ [0010111]

٤	[1001011]
٥	[1100101]
٦	[1110010]
٧	[0111001]

وإن حاولنا فك التشفير بواحدة غير التي استخدمناها للتشفير ستبقى المعلومات مشفرة. لذلك فإننا نستطيع استخدام متسلسلة لكل مستخدم للنظام حتى يستطيع كل مستخدم فك التشفير الخاص به وهذه الطريقة تسمى المفتاح الخاص (Private Key) وسنقوم بشرحها بتفصيل أكثر فيما سيرد لاحقاً. إذن فعدد المستخدمين يزداد عند زيادة طول المتسلسلة وبنفس الوقت تزداد صعوبة التجسس على هذا التشفير. وكما نرى في الملحق A1 فهنالك لكل حجم ذاكرة يمكن أن توجد أكثر من دالة توصيل وهذه الدوال المختلفة تنتج متسلسلات مختلفة وبعض هذه المتسلسلات تربطها خاصية معينة بحيث تنتج أنواعاً جديدة من المتسلسلات وتسمى المتسلسلات الذهبية.

3.4 إنتاج المتسلسلات الذهبية وخواصها (Gold Codes)

كما مر معنا فإنه يمكن إنتاج متسلسلات تكون عملية كشفها أصعب بكثير من متسلسلات التشفير العادية وهذه المتسلشلات تسمى بالمتسلسلات الذهبية وتنتج هذه المتسلسلات الذهبية باستخدام متسلسلتين تكون العلاقة بينهما متعاكستان كما هو موضح بالشكل (22).



شكل (22): إنتاج متسلسلات التشويش الذهبية

ويمكن إنتاج المتسلسلة الثانية (المعاكسة) عن طريق أخذ عنصر والقفز عن العنصر الذي يليه بشكل دوراني حتى ينتج جميع العناصر وعددها n.

مثال (22)

أوجد متسلسلة ذهبية باستخدام $g(x)=1+x+x^3$

نفترض أن وضع البداية هو (100) ينتج عنه

$P1=[0010111]$

ويمكن إنتاج P2 عن طريق أخذ عينات من P1 بشكل دوراني حيث تتحقق الشروط التالية:

1. طول المتسلسلة P1 لا يقسم على 4 بدون باق.
2. نوجد الرقم q حيث $q = 2^k + 1$

أو $q = 2^{2k} - 2^k + 1$

بحيث إن القاسم المشترك الأعظم لـ n و k يحقق العلاقة التالية:

$$\gcd(n,k)=\begin{cases}1 & n \quad odd\\ 2 & n \quad even\end{cases}$$

وفي مثالنا تكون n=3 عدداً فردياً فنختار k = 1 ومنها q = 3. ونوجد P2 بأخذ عينات من P1 متباعدة بمقدار q كالتالي:

$P2=[1001011]$

وبعدها فإن المتسلسلة الذهبية هي

$PN=P1 \text{ XOR } P2=[1011100]$

ولإيجاد متسلسلة ذهبية أخرى فإننا نقوم بتدوير إحدى المتسلسلات P1 أو P2 كما يلي:

$$\begin{aligned}PN &= P1 \text{ XOR } P2' \\ &= [0010111] \text{ XOR } [1100101] \\ &= [1110010]\end{aligned}$$

وأيضاً

$$\begin{aligned}PN &= P1 \text{ XOR } P2'' \\ &= [0010111] \text{ XOR } [1110010] \\ &= [1100101]\end{aligned}$$

وكما نرى فإننا نستطيع إنتاج 7 متسلسلات ذهبية مختلفة عند تدوير P2 7 مرات.

4.4 استخدام المتسلسلات لتشفير المعلومات

تتم عملية التشفير باستخدام متسلسلات التشويش سالفة الذكر بطريقتين رئيستين.

الطريقة الأولى: عن طريق جمع المعلومات مباشرة مع متسلسلة التشفير باستخدام بوابة XOR وهذه الطريقة تسمى استخدام المفتاح الواحد

V = PN XOR D

حيث V هو الناتج و PN هو متسلسلة التشفير و D هي المعلومات (المفتاح هو PN).

مثال (23)

لدينا المعلومات التالية: D =[10111001010111] ونريد تشفيرها باستخدام المتسلسلة PN = [0010111].

الحل:

حيث إن طول المعلومات هي 14 بت فإننا نكرر متسلسلة التشفير مرتين ينتج.

V = [00101110010111]XOR [10111001010111]

= [100101110000000]

وكي نفك عملية التشفير فإننا نجمع الناتج V مع متسلسلة التشفير مرة أخرى كما يلي:

D = V XOR PN

= [10010111000000] [00101110010111]

= [10111001010111]

وكما نرى فإننا نستعيد المعلومات فقط إذا كنا نعرف رمز التشفير وهو في هذه الحالة متسلسلة التشفير.

الطريقة الثانية: عن طريق استخدام متسلسلات التشفير في ايجاد المفتاح العام والمفتاح الخاص كما سيرد شرحه في القسم التالي.

5. التشفير باستخدام المفتاح العام والمفتاح الخاص

1.5 لمحة عامة

عزيزي القارئ، مع زيادة الحاجة إلى حماية البيانات وإنتشار استخدام المعلومات المشفرة ظهرت بعض مساوئ استخدام التشفير المباشر عن طريق جمع المعلومات المراد تشفيرها مع مفتاح سري ممثل بإحدى المتسلسلات السابقة الذكر، وأهم هذه المساوئ هو الحاجة لمعرفة الشيفرة (المتسلسلة) لكلا المرسل والمستقبل مما يحتاج لإيصال هذه الشيفرة إلى المستقبل بطريقة غير قناة الاتصال بينهما حتى لا يستطيع من يراقب هذه القناة معرفة هذه الشيفرة. وهذه الطريقة ليست عملية خاصة عندما نحتاج لإرسال معلومات مشفرة عبر الانترنت لعدة مواقع وحتى بعض الأحيان نريد أن نرسل هذه المعلومات لأماكن متعددة لا نعرفها مسبقاً كما في حالة الشراء عبر الانترنت باستخدام بطاقات الائتمان.

وكان حل مثل هذه المشكلة باستخدام المفتاح العام والمفتاح الخاص الذي قدمه Whitfield عام 1976. حيث إنه يوجد مفتاح لكل من المرسل والمستقبل، فالمرسل لديه مفتاح خاص ومفتاح عام والمستقبل لديه مفتاح خاص ومفتاح عام. وهذان المفتاحان متلازمان. ويبقى المفتاح الخاص سرياً لكل منهما أما المفتاح العام فيستطيعان تبادلهما.

2.5 المفتاح العام والمفتاح الخاص

يقوم مبدأ استخدام المفتاح العام والمفتاح الخاص على وجود مفتاحين لكل مستخدم أحدهما عام وهذا يمكنه إرساله إلى جميع الجهات والآخر خاص يحتفظ به لنفسه. وحتى نبعث بمعلومات خاصة لذلك المستخدم فإننا نقوم بتشفيرها باستخدام مفتاحه العام وهذه المعلومات لا يمكن فكها إلا باستخدام المفتاح الخاص. لذلك فقط ذلك المستخدم يستطيع فكها. وهذه العملية يمكن كتابتها بطريقة رياضية كما يلي:

$$V=Enc(D, K_b) \qquad (17)$$

حيث V تمثل المعلومات المشفرة و D هي المعلومات غير المشفرة و k_b هي المفتاح العام والدالة ( )Enc تمثل عملية التشفير. وحتى تتم عملية فك التشفير نستخدم المفتاح الخاص K_p كما يلي:

$$D=Dec(V,K_p) \qquad (18)$$

حيث ()Dec تمثل دالة فك التشفير. ولو استخدمنا أي مفتاح غير المفتاح الخاص لنتج لدينا معلومات غير صحيحة كما يلي:

$$D'=Dec(V,K_x) \qquad (19)$$

حيث K_x هو مفتاح لا يساوي المفتاح الخاص و 'D لا تساوي D. من خلال هذا الشرح قد تتساءل عزيزي القارئ، عن إمكانية استنتاج المفتاح الخاص من المفتاح العام والجواب هو نعم ولكن لكل مفتاح عام هنالك عدد كبير جداً من المفاتيح الخاصة يجب تجربتها حتى نصل للمفتاح المطلوب فمثلاً لو كان طول المفتاح العام 1024 بتاً فهنالك 2^{96} احتمال للمفتاح الخاص وهذا يتطلب وقتاً كبيراً لتجربة كل الاحتمالات.

ولإنتاج المفتاح العام والخاص فإننا بحاجة أولاً لتعريف الطول المناسب لهذه المفاتيح، ويعتمد اختيار الطول المناسب على مقدار التشفير المطلوب حيث يزداد التشفير كلما ازداد هذا الطول. وفيما يلي نشرح كيفية إيجاد المفتاح العام والمفتاح الخاص.

1. نبدأ بتعريف عددين أوليين p , q ويكون الرقم n=pq ممثلاً لطول الشيفرة ويكون الرقم

$$Z=(p-1)(q-1)$$

2. نوجد العدد d حيث يكون القاسم المشترك الأعظم بينه وبين العدد Z هو 1،

$$gcd(Z,d)=1$$

3. نختار العدد e حيث ed=1 mod Z وهذا يعني أن ed=Zr+1 حيث r عدد صحيح.

4. يكون المفتاح العام معرَّفاً بالعددين (e , n). والمفتاح الخاص معرفاً بالعددين (d , n). وتتم عملية التشفير كالتالي:

1. يتم تحويل المعلومات المراد تشفيرها لأرقام من صفر إلى $n-1$.
2. تصبح الأرقام المشفرة $V = D^{e} \bmod n$.
3. تتم عملية فك التشفير بإيجاد $D = V^{d} \bmod n$.

وتكون صفات هذا النوع من التشفير معتمدة على طول التشفير n فإن معرفة (e, n) لا تعطينا معرفة بـ (d) وصعوبة استنتاج (d) من (e, n) مماثلة لصعوبة تحليل n إلى عواملها الأولية ومن هنا نجد أنه عندما تكون n كبيرة فإنه من الصعوبة إيجاد عاملين أوليين p, q يكون حاصل ضربهما يساوي n.

3.5 مثال على خوارزمية استخدام المفتاح العام والمفتاح الخاص للتشفير

فيما يلي نورد مثالاً بسيطاً على خوارزمية التشفير باستخدام المفتاح العام والخاص. ونفترض أن الشخص (أ) يريد إرسال معلومات سرية إلى الشخص (ب) وتتكون هذه المعلومات من الحروف الأبجدية فقط ولنقل أن الرسالة هي «سيكون لقاؤنا يوم الجمعة» فيكف يتم ذلك باستخدام تشفير المفتاح العام والخاص.

الجواب:

أولاً: يقوم الشخص (ب) بحساب المفتاح العام والخاص له ويعرف جدولاً يتم فيه إعطاء الحروف الأبجدية أرقاماً بدلاً عن الرموز. فمثلاً

نفترض أن $p = 3$ و $q = 11$ (عددان أوليان).

$n = 33 \quad , Z = 20$

ونختار $d=7$ حيث $gcd(20, 7)=1$.

ومنها $ed=Zr+1$.

نختار $ed=21$ $r = 1$ ومنها $e = 3$.

ونستخدم الجدول التالي لترقيم الحروف الهجائية

أ ب ت ث ج ح خ د ذ ر ز س ش ص ض ط ظ ع غ ف ق ك ل م ن ه و ي
0... 10 20 27

حيث كل حرف يقابل رقماً من 0 حتى 27 والرقم 29 للفراغ والرقم 30 يمثل ؤ كما نرى إن هذه الأرقام تكون أقل من (n−1) = 32.

ثانياً: يقوم الشخص (ب) بإرسال المفتاح العام وهو (33 , 3) مع الجدول.

ثالثاً: يقوم الشخص (أ) بتشفير المعلومات كما يلي:

«س ي ك و ن − ل ق ا ؤ ن ا − ي و م − ا ل ج م ع ه» = D

ويحول المعلومات إلى أرقام

D=[25 17 23 4 22 0 29 23 26 27 29 0 24 30 0 20 22 29 24 26 21 27 11]

(لاحظ بأننا استخدمناه بدل ة) ويتم تشفيرها باستخدام المفتاح العام (33 , 3) كما يلي:

الرقم: D_i يقابله V_i حسب العلاقة: $v_i = D_i^e \bmod n$.

فمثلاً الرقم 11 يصبح $11=(11^3 \bmod 33)$.

ويتم هذا رياضياً عن طريق إيجاد الدالة (mod) كالتالي:

$$x \bmod y = x - y\ Int\left(\frac{x}{y}\right)$$

حيث(Int) تعني العدد الصحيح. ونحسب الرسالة المشفرة ينتج عنه

V=[16 29 23 31 22 0 −23 20 15 − 0 30 6 0 14 2 − 30 20 21 15 11]

ويقوم الشخص (أ) بإرسال المعلومات المشفرة V إلى الشخص (ب).

رابعاً: يستلم الشخص (ب) المعلومات المشفرة V ويقوم بفك التشفير عن طريق استخدامه للمفتاح الخاص به وهو (d = 7) كالتالي: $D_i=V_i^d \bmod n$.

فمثلاً العددان 11 و 15 يفك تشفيرهما $15^7 \bmod 33=27$, $11^7 \bmod 33=11$

وهكذا حتى يفك تشفير جميع المعلومات كالتالي:

D=[25 17 23 4 22 0 29 23 26 27 29 0 24 30 0 20 22 29 24 26 21 27 11]

ومن ثم يستخدم الجدول لإعادة هذه الأرقام لأحرف بها ينتج «سيكون لقاؤنا يوم

الجمعة». والجدير بالملاحظة هنا أنه إذا حاول شخص آخر معرفة المفتاح الخاص بمعرفته بالمفتاح العام فإنه يحتاج أولاً لتحليل العدد n = 33 إلى عوامله الأولية ويختار عددين أوليين pq يحققان n = pq ومن ثم يوجد العدد Z=(p-1)(q-1) ومن ثم يختار العدد الذي يحقق ed=1 mod Z.

دعونا نجرب ذلك لهذا المثال:

أولاً: العدد n = 33 يمكن تحليله إلى p=3 q=11 (هذا بسيط ولكن لو كان العدد (n = 72209) لما كانت هذه العملية بسيطة).

ثانياً: نوجد العدد Z = (p-1) (g-1) = 20 .

ثالثاً: نوجد العدد d حيث ed = 1 mod z .

وهنا يوجد الكثير من الأرقام ed = r.z + 1

r = 1 d = 7

r = 4 d = 27

r = 7 d = 47

وهكذا نرى أن هنالك الكثير من الأعداد تحقق العلاقة فلو أخذنا مثلاً d = 47 وحاولنا أن نفك التشفير بها سنجد إن النتيجة كالتالي:

D' = [00000290000000290000000000] وهي ليست المعلومات الصحيحة.

والجدير بالذكر هنا أنه لو تم اختيار العدد d = 27 للمفتاح الخاص سينتج عنه أيضا معلومات مغلوطة. ولكن اختيار الرقم d=7 سيفك التشفير. وحتى نرى صعوبة فك التشفير للأشخاص الذين لا يعرفون المفتاح الخاص دعنا نعرض المثال الموجز التالي:

لنفترض إننا اخترنا العددين الأوليين p=163 , q=443 لتكون n = 72209 و z = 71604. ثم نختار d = 14321 و e = 5. نجد الصعوبة في تحليل العدد n إلى عوامله الأولية وهذا يأخذ الكثير من الوقت وفي الواقع فإن إختيار العدد n كبير جداً ليس بالأمر المعقد فمثلاً التشفير القياسي RSA129 يستخدم المفتاح العام والخاص بطول 429 بتاً مما يجعل فك التشفير على جهاز يقوم بمئة مليون عملية حسابية في الثانية يستغرق 46 عاماً.

وأخيراً نورد ربط المتسلسلات سالفة الذكر بالمفتاح العام والخاص وذلك إن هذه المتسلسلات تكون أعداداً أولية يمكن من خلالها إيجاد المفتاح العام والخاص وهنالك طرق يستفاد بها من خصائص المتسلسلات هذه لتكوين مفاتيح جيدة والتي يصعب فكها لمن لا يعرف المفتاح الخاص.

تدريب (3)

1. أوجد متسلسلة تشويش بطول n = 31 بوضع البداية (10000).
2. أوجد متسلسلة تشويش بطول n = 31 بوضع البداية (00100).
3. لإيجاد متسلسلة ذهبية فإننا نأخذ عينات من متسلسلة تشويش متباعدة بمقدار g. أوجد الرقم g المناسب للمتسلسلة في تدريب (2).
4. أوجد المتسلسلة المعاكسة للمتسلسلة في تدريب (2). باستخدام الرقم g من تدريب (3).
5. أوجد المتسلسلة الذهبية بطول n = 31 من المتسلسلات الناتجة في تدريب (2) و(3) فرع (4).
6. أوجد حاصل التشفير للمعلومات:

u=[11010110010000110111101101101111]

باستخدام المتسلسلة من تدريب (2) وباستخدام المتسلسلة الذهبية من تدريب (3) فرع (5).

7. إذا علمت إنك ستستلم معلومات سرية من شخص آخر وتريد من ذلك الشخص أن يبعثها لك عبر الانترنت، اذكر الخطوات التي تتبعها حتى لا يمكن لأحد آخر فك هذه المعلومات والاطلاع عليها.
8. استخدم المفتاح العام (3,33) والمفتاح الخاص (7,33) والجدول المعطى في الفقرة (3.5.4) لتشفير وفك التشفير للمعلومات التالية: «نحن ندرس مقدمة في تكنولوجيا المعلومات وأنظمة الاتصالات».

أسئلة التقويم الذاتي (3)

- اذكر الخصائص الواجب توفرها في عملية التشفير.
- شفر المعلومات التالية 01001110111 باستخدام المتسلسة العشوائية التالية: 1001110.
- اشرح عملية انتاج متسلسلات التشويش التقريبي باستخدام ال FBSR وما هي خواصها.
- ما هي خواص عملية انتاج المتسلسلات الذهبية.

6. مشروع عملي على الترميز

في هذا المشروع سنرى فوائد الترميز في تصحيح الأخطاء التي قد تحصل أثناء إرسال البيانات.

الخطوات:

1. نريد إرسال البيانات التالية: «This is my coding project». باستخدام ترميز حزمي خطي حيث $(n = 7 \ , k = 4)$, $g(x) = 1 + x + x^3$.
2. نحول البيانات إلى مكافئتها في نظام ASCII.
3. نفرض حدوث خطأ كل 8 بت، أثناء الإرسال.
4. بوجود الأخطاء نفك الترميز ونصحح الأخطاء.
5. نقارن النتائج في حالة إرسال المعلومات بدون ترميز وحصول نفس الأخطاء مع الحالة التي نستخدم بها الترميز.

هل الجملة في حالة إرسال البيانات بدون ترميز ما زالت مقروءة؟

7. مشروع عملي على التشفير

في هذا المشروع نقوم بمحاكاة نظام مبيعات لشركة ما عبر الانترنت فإذا علمت بما يلي:

1 - تستخدم الشركة مفتاح عام (221 , 35).

2 - تريد أن تبعث رقم بطاقة اعتمادك وهو (123-221-651-137).

3 - نقوم بتشفير رقم بطاقة الاعتماد باستخدام المفتاح العام للشركة.

4 - تقوم الشركة بفك التشفير باستخدام مفتاحها الخاص وهو (221 , 11).

- أوجد الرقم المشفر وتأكد بأن الشركة تستطيع فك هذا التشفير؟
- حاول إيجاد المفتاح الخاص للشركة من المفتاح العام فقط وما مدى صعوبة ذلك؟

8. الخلاصة

من خلال هذه الوحدة تعرضنا إلى مبادئ نظرية الترميز ومقدمه إلى نظرية التشفير. بحيث يستطيع الدارس إجراء وتحقيق أنواع مختلفة من الترميز وأهمها الترميز الخطي الحزمي والترميز الدوار. وكذلك فإن الدارس يمكنه تصميم وتحقيق نظام تشفير بكفاءة عالية. وفي التطبيقات الحديثة نجد أن معظم أنظمة الإرسال الرقمي تستخدم أحد أنواع الترميز لكشف الأخطاء وهو (CRC) وأيضاً تستخدم هذه الأنظمة الترميز الدوار لتصحيح الأخطاء لما له من قدرة كبيرة على تصحيح الأخطاء وسهولة إنتاجه وفك الترميز. بالإضافة إلى الترميز تستخدم الأنظمة الحديثة طريقة للتوزيع وإعادة التوزيع وذلك كي نتخلص من الأخطاء المتتالية إن حصلت وبذلك نستفيد من قدرة الترميز الدوار بشكل أكبر في تصحيح الأخطاء.

وكما رأينا فإن عملية التشفير أصبحت من العمليات المهمة جداً لكثير من التطبيقات العملية وخاصة الاتصال عبر الأنترنت وهذه العملية يمكن تنفيذها بسهولة ولأطوال كبيرة جداً حيث يصعب على المتجسس فك الشيفرة. وقد رأينا عدة أنواع من التشفير والتي قمنا بتقسيمها إلى نوعين رئيسيين هما استخدام المتسلسلات واستخدام المفتاح الخاص والمفتاح العام. وقد رأينا أن استخدام المتسلسلات الذهبية يزيد من صعوبة فك الشيفرة لقراصنة المعلومات مما يجعل اتصالاتنا تصبح أكثر أمناً. وينصح الدارس الذي يريد الاستزادة من هذه المواضيع بالرجوع إلى المراجع المذكورة في نهاية هذه الوحدة.

9. لمحة عن الوحدة الخامسة

في الوحدة التالية سنقوم بدراسة ومناقشة آلية نقل البيانات الرقمية حيث نستعرض شبكات الاتصال الرقمي والبروتوكولات المستخدمة لنقل البيانات الرقمية. وكما سنرى فإن ارتباط هذه

الوحدة بالوحدة التالية يكون من خلال استخدام تقنيات الترميز والتشفير في نقل البيانات الرقمية خلال شبكات الاتصال الرقمي حيث لا يكاد يخلو بروتوكول من تعريف لأحد أنواع الترميز لحماية البيانات من الأخطاء واكتشافها وكذلك تحتوي غالبية هذه البروتوكولات على تعريف حماية معين باستخدام أحد أنواع التشفير.

10 . إجابات التدريبات

تدريب (٦)

1. أ: $(1+x^2+x^5)+(1+x+x^5)=x+x^2$

ب: $[0110111]+[1011101]=[1101010]$

ج: $(x+x^6+x^7)+(1+x^5)=1+x+x^5+x^6+x^7$

2. أ: $(1+x+x^7)\times(1+x^2+x^5)=1+x+x^2+x^3+x^5+x^6+x^7+x^9+x^{12}$

ب: $[1011]\times[101101]=[1101010]=100011111$

ج: $(1+x+x^7)\times(1+x^2+x^3)=1+x+x^2+x^4+x^7+x^9+x^{10}$

3. أ: $\frac{x^7+x^2+1}{1+x+x^3}=1+x+x^2+x^4$

والباقي x^2

ب: $\frac{x^7+x^5+x+1}{x^5+x^3+1}=x^2$

والباقي x^2+x+1

ج: $\frac{x^7+1}{x^3+x+1}=1+x^4+x^2+x+1$

والباقي صفر

4. هنالك ثلاثة حزم $u=[1011\ 0110\ 1001]$

$v=u\,G$

$v=[0101011\quad 1100110\quad 0011001]$

5. أولاً نوجد العرض $=V'(x)/g(x)$

$x^{9} + x^{5} \quad x^{2} + x^{0} + x^{9} + x^{6} + x^{5} + x^{4} + x^{3} + x^{2} + 1$

والباقي $x^3 + x^2$ إذاً يوجد خطأ.

6. هنا $m = 7$

طول الرمز: $n = 2^m - 1 = 127$

طول المعلومات: $n - k = m \Rightarrow k = 12$

يستطيع إكتشاف خطأين من 127بت.

7. $v(x) = 1 + x + x^{90} + x^{91} + x^{97}$

$$\frac{v(x)}{g(x)} =$$

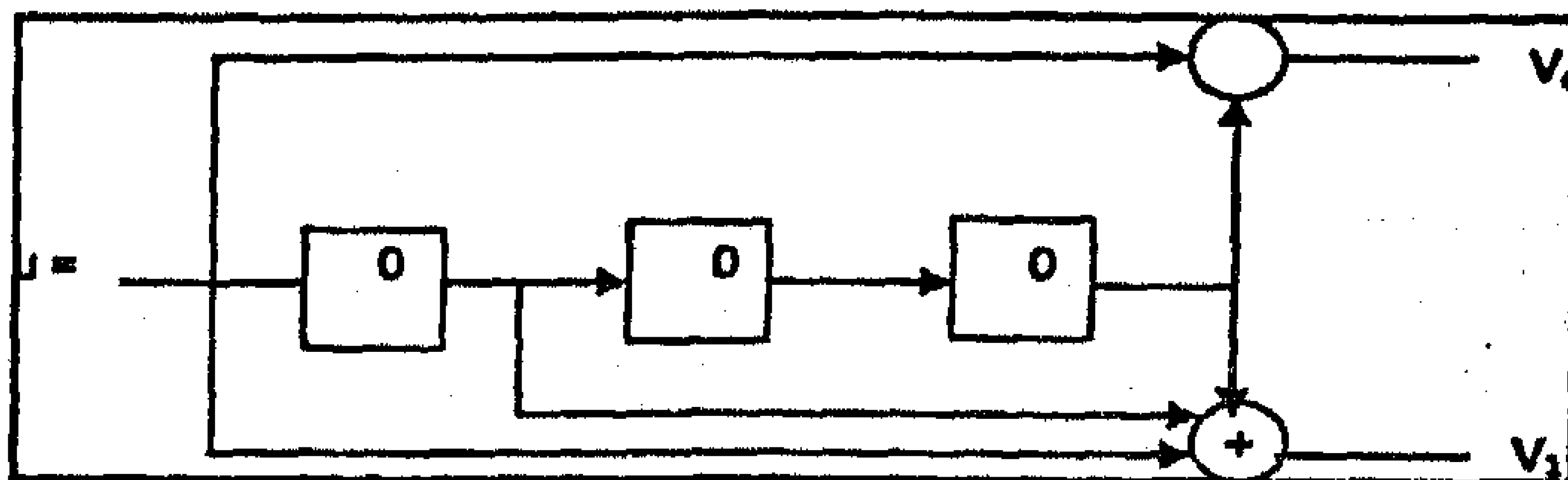
8. ندخل المعلومات صفوفاً ونقرؤها أعمدة.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V' = [1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1]$$

تدريب (2)

-1



2- شكل الأوضاع والرسم الشجري كما في شكل(12) و شكل(13) ولكن بثمانية أوضاع.

3- $V = [11 \quad 01 \quad 11 \quad 01 \quad 01 \quad 00]$

4- أولاً نوجد الرمز دون حذف

$$V = [11 \quad 10 \quad 01 \quad 00 \quad 10 \quad 11 \quad 01 \quad 01]$$

نحذف كل رابع بت.

$$V' = [111 \quad 010 \quad 101 \quad 010]$$

5- الترميز الدوار (2 , 1 , 2) لديه $d_{free} = 5$ من الجدول فهو يصبح 4 أخطاء. و CRC-7 يستطيع كشف خطأين.

أولاً: تأثير الترميز الدوار

$$BER_{cc} = b_{free} \left(2\sqrt{P(1-P)}\right)^{d_{free}}$$

$$b_{free} =$$

$$= 5\left(2\sqrt{10^{-2}(1-10^{-2})}\right)^5$$

$$= 1.5 * 10^{-3}$$

وبعد كشف الأخطاء يصبح الخطأ

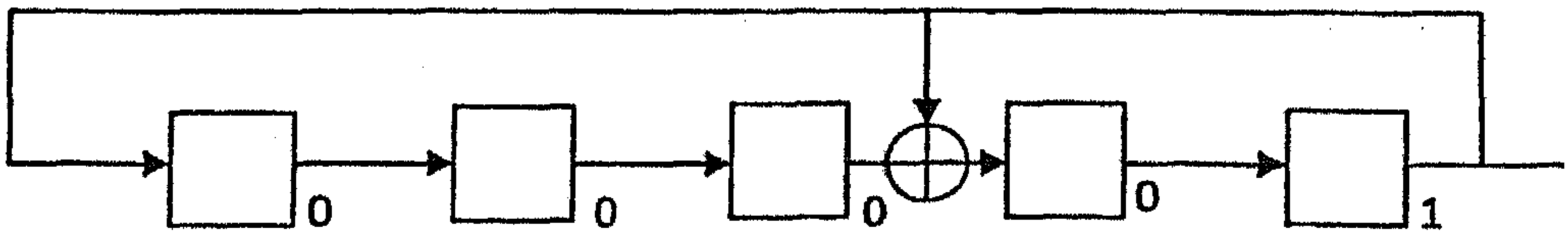
$$BER = (BER_{c.c})^2 = (1.5 \times 10^{-3})^2$$

$$= 2.25 * 10^{-6}$$

تدريب (3)

4 /8

1- نستخدم $1 + x^3 + x^5 = g(x)$



$$PN = [1\,0\,0\,1\,0\,1\,1\,0\,0\,1\,1\,1\,1\,1\,0\,0\,0\,1\,1\,0\,1\,1\,1\,0\,1\,0\,1\,0\,0\,0\,0]$$

2-

$$PN = [0\,0\,1\,0\,0\,1\,0\,1\,1\,0\,0\,1\,1\,1\,1\,1\,0\,0\,0\,1\,1\,0\,1\,1\,1\,0\,1\,0\,1\,0\,0]$$

3- $n = 31$

$k = 1 \quad g = 2^1 + 1 \quad (g = 3)$

4-

$$PN'[1\,1\,1\,1\,1\,0\,1\,1\,1\,0\,0\,0\,1\,0\,1\,0\,1\,1\,0\,1\,0\,0\,0\,0\,1\,1\,0\,0\,1\,0\,0]$$

5- $3/6$

$$\text{Gold codc} = [0\,1\,1\,0\,1\,0\,1\,1\,0\,1\,1\,1\,1\,0\,1\,1\,0\,0\,0\,1\,1\,1\,1\,1\,0\,0\,1\,1\,0\,1\,0\,0]$$

6- أولاً باستخدام متسلسلة التشويش من سؤال 2.

$$u' = [1011 \quad 1011 \quad 1011 \quad 0101 \quad 0100 \quad 0101 \quad 0000]$$

ثم من تدريب 5

$$u'' = [1011 \quad 1011 \quad 1011 \quad 0101 \quad 0100 \quad 0101 \quad 0000 \quad 011]$$

7- أولاً نقوم بإيجاد مفتاح عام وآخر خاص.

ثانياً: نبعث المفتاح العام للشخص الآخر.

ثالثاً: يقوم الشخص الآخر بترميز المعلومات باستخدام المفتاح العام وإرسالها لنا.

رابعاً: نستخدم المفتاح الخاص لفك التشفير واستعادة المعلومات.

8- أولاً: نحول الجملة إلى أرقام من خلال الجدول.

$$D = \begin{bmatrix} 24 & 5 & 24 & -24 & 7 & 9 & 11- & 23 & 20 & 7 & 23 & 26 & 19 & 27- & & \\ 2 & 21 & 24 & 26 & 22 & 26 & 4 & 27 & 0 & -0 & 22 & 23 & 17 & 22 & 26 & \\ 23 & 0 & 2 & -26 & -0 & 24 & 16 & 22 & 25 & -0 & 22 & 0 & 2 & 13 & 0 & 22 \\ 0 & 2 & & & & & & & & & & & & & & \end{bmatrix}$$

ثانياً: نستخدم المفتاح العام (33 , 3) لتشفير المعلومات.

$$V = \begin{bmatrix} 30 & 26 & 30 & -30 & 13 & 3 & 11- & 23 & 14 & 13 & 23 & 20- & 28 & 15- & \\ 8 & 21 & 30 & 20 & 22 & 20 & 31 & 15 & 0 & -0 & 22 & 23 & 29 & 22 & 20 \\ 23 & 0 & 8- & 20 & - & 0 & 30 & 4 & 23 & 16 & - & 0 & 22 & 0 & \\ 8 & 19 & 0 & 22 & 0 & 8 & & & & & & & & & \end{bmatrix}$$

وبعد ذلك نستخدم المفتاح الخاص (33 , 7) لتعود المعلومات كما كانت.

11. الخلاصة

- خوارزمية فيتربي (Viterbi Algorithm): وتستخدم هذه الخوارزمية لاستقبلال وفك الترميز في حالة الترميز الدوار.
- التبديل (Interleaving): وهي عملية تستخدم لتشتيت البتات المتقاربة إلى مسافات أبعد وذلك لتقليل إحتمال حدوث الأخطاء المتتالية.
- الترميز (Coding): وهي طريقة للتعبير عن المعلومات بشكل غير مباشر وتستخدم لإضافة معلومات تكرارية تجعل الرموز أقل تأثراً بالأخطاء.
- الترميز الحزمي الخطي (Linear Block Codes): وهو نوع من الترميز يستخدم على كل حزمة من المعلومات لوحدها ويكون خطياً بحيث يكون تكوين وفك الترميز من خلال معادلة خطية.
- الترميز الدوار (Convolutional Codes): وهو نوع من الترميز يتكون من خلال تدوير المعلومات على ذاكرة معينة وبشكل مستمر وليس محصوراً بحزمة معينة.
- الترميز الدوارني (Cyclic Codes): وهو نوع من الترميز يتكون من خلال تدوير مصفوفة التوليد ويستخدم غالباً لكشف الأخطاء.
- التشفير (Encryption): وهي طريقة للترميز بحيث تبدو المعلومات غير متناسقة ويصعب على من لا يحمل الصلاحية إن يتعرف على المعلومة الحقيقية.
- دالة التوليد (Generating Polynomial): وهي الدالة التي تستخدم لتكوين الرمز الحزمي الخطي.
- العرض (Syndrom): وهو نائج ضرب المعلومات المستقبلة بمصفوفة كشف الأخطاء ويتم الكشف عن وجود أخطاء إن لم تكن قيمته صفراً.
- مسافة هامنغ (Hamming): وهي مجموع عدد البتات المختلفة بين رمزين.
- مصفوفة التوليد (Generating Matrix): وهي المصفوفة التي تستخدم لتكوين الرمز الحزمي الخطي.

- مصفوفة كشف الأخطاء (**Error Detection Matrix**): وهي المصفوفة التي تستخدم لايجاد العرض ومن خلاله يتم كشف الأخطاء.

- GF(2): الحقل الثنائي ويحتوي على العناصر {1 ,0} فقط.

- **State Machine**: وهي ذاكرة مع وصلات تكوين ناتج الترميز الدوار، وتستخدم لإنتاج رموز الترميز الدوار.

12 . الملحق A1 : بعض الدوال الأولية

m	g(x)
2	$1+x+x^2$
3	$1+x+x^3$, $1+x^2+x^3$
4	$1+x+x^4$, $1+x^3+x^4$
5	$1+x^2+x^5$, $1+x^3+x^5$
6	$1+x+x^6$, $1+x^5+x^6$
7	$1+x+x^7$, $1+x^6+x^7$
8	$1+x^2+x^3+x^4+x^8$, $1+x+x^6+x^7+x^8$
9	$1+x^4+x^9$, $1+x^6+x^9$
10	$1+x^3+x^{10}$, $1+x^7+x^{10}$
11	$1+x^2+x^{11}$, $1+x^9+x^{11}$
12	$1+x+x^4+x^6+x^{12}$, $1+x^3+x^5+x^6+x^{12}$
13	$1+x+x^3+x^4+x^{13}$, $1+x^5+x^6+x^7+x^{13}$
14	$1+x+x^3+x^5+x^{14}$, $1+x^3+x^4+x^5+x^{14}$
15	$1+x^{14}+x^{15}$, $1+x^{11}+x^{15}$
16	$1+x^4+x^{13}+x^{15}+x^{16}$, $1+x+x^{12}+x^{15}+x^{16}$
17	$1+x^{14}+x^{17}$, $1+x^5+x^{17}$
18	$1+x^{11}+x^{18}$, $1+x^7+x^{18}$
19	$1+x^{14}+x^{17}+x^{18}+x^{19}$, $1+x^{10}+x^{16}+x^{18}+x^{19}$

20 $1+x^{17}+x^{20}$, $1+x^{3}+x^{20}$

21 $1+x^{19}+x^{21}$, $1+x^{2}+x^{21}$

22 $1+x^{21}+x^{22}$, $1+x+x^{22}$

23 $1+x^{18}+x^{23}$, $1+x^{5}+x^{23}$

24 $1+x+x^{2}+x^{7}+x^{24}$

25 $1+x^{3}+x^{25}$

26 $1+x+x^{2}+x^{6}+x^{26}$

27 $1+x+x^{2}+x^{4}+x^{27}$

28 $1+x^{3}+x^{28}$

29 $1+x^{2}+x^{29}$

30 $1+x+x^{2}+x^{23}+x^{30}$

31 $1+x^{3}+x^{31}$

32 $1+x+x^{2}+x^{22}+x^{32}$

الوحدة الخامسة

آلية نقل البيانات الرقمية

Digital Data Transmission

1 . المقدمة

1.1 تمهيد

عزيزي القارئ لقد أصبح العالم قرية صغيرة وذلك بفضل ثورة الاتصالات والحاسوب وحيث إن تكنولوجيا الاتصالات وتكنولوجيا الحاسوب مرتبطتان ارتباطاً وثيقاً فإن طبيعة المعلومات التي يتعامل معها الحاسوب هي نفسها التي تتعامل معها أجهزة الاتصال في غالب الأحيان. ومن أهم أنظمة الاتصالات هي التي تعنى بالاتصال بين الحواسيب وتمثل هذه الأنظمة شبكات بحيث تخدم أكبر عدد ممكن من المستخدمين وأفضل مثال على ذلك هي شبكة الإنترنت.

في هذه الوحدة نتعرض لموضوع شبكات الاتصالات الرقمية والتي تعنى عادة بالاتصال بين الحواسيب حيث يمكن أيضاً بإستخدام هذه الحواسيب الاتصال بأي شكل من المعلومات ومنها الصوت والصورة. .. إلخ.

2.1 أهداف الوحدة

يتوقع منك عزيزي القارئ بعد الانتهاء من دراسة هذه الوحدة أن تكون قادراً على أن:

1 – تشرح آلية نقل البيانات الرقمية.

2 – تشرح كيفية استخدام البروتوكولات.

3 – تبين المفهوم العلمي لشبكات الاتصال الرقمي.

4 – تحسب سعة شبكات الاتصال الرقمي.

3.1 أقسام الوحدة

تقسم هذه الوحدة إلى قسمين رئيسيين:

1 – شبكات الاتصال الرقمي ويحقق الهدف الأول من أهداف الوحدة.

2 – بروتوكولات نقل البيانات الرقمية ويحقق الأهداف من الثاني وحتى الرابع.

2. شبكات الاتصال الرقمي

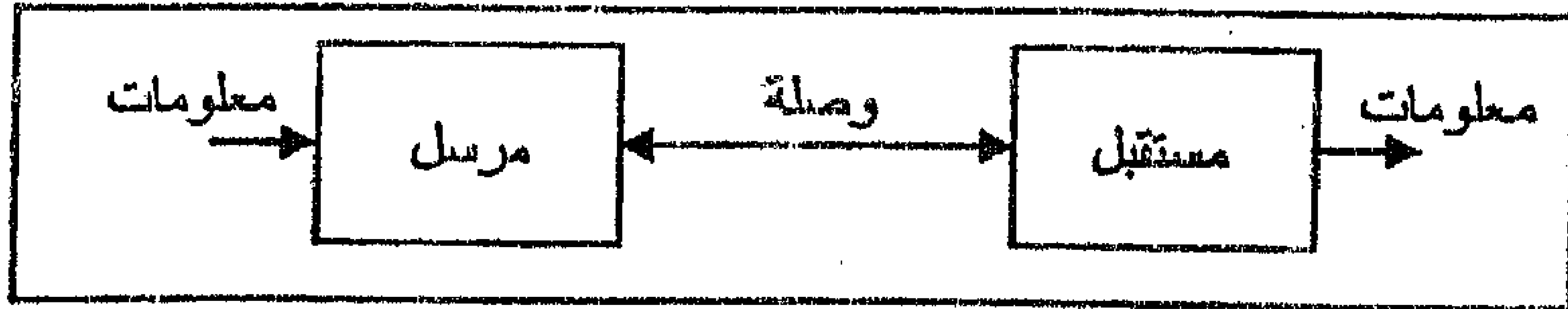
Digital Communication Networks

1.2 لمحة عامة

كما هو الحال في جميع الأعمال الكبيرة، وحتى تنجز بسرعة فإننا نقوم بتجزئتها وإعطاء كل جزء لمجموعة مختلفة ثم نوحد الأعمال المنجزة ليكون العمل الكبير كاملاً. وهذا تماماً ينطبق على المعلومات وخاصة عندما يكون حجمها كبيراً جداً فإننا نستخدم أكثر من حاسوب كي يتم تحليلها ومعالجتها ومن ثم نجمع الاجزاء المختلفة لإتمام العمل. وحتى نتمكن من التجزئة والتجميع يجب أن تكون هذه الحواسيب متصلة ببعض بطريقة ما (أي تشكل شبكة حواسيب Computer Network). وهذه الطريقة في معالجة البيانات تسمى: المعالجة الموزعة. وحتى نرى أهمية توصيل أجهزة حاسوب بشبكة فإننا نورد ما يلي:

1. تخزين المعلومات في أماكن مختلفة وبعدة نسخ يقلل من إمكانية ضياعها أو تلفها.
2. نقاط إدخال المعلومات على أنظمة الحواسيب يمكن أن تكون موزعة وخاصة عندما تكون كمية المعلومات كبيرة.
3. مشاركة المعلومات بين عدة جهات في أماكن مختلفة بطريقة إلكترونية سريعة توفر الوقت والجهد والمال لكثير من المؤسسات وخاصة قطاع البنوك والأحوال المدنية ونقاط الحدود والجمارك ... إلخ.
4. تبادل المعلومات الإلكترونية بطريقة سريعة وحين لزومها يوفر الوقت والجهد والمال للمستخدمين.
5. إرسال الملاحظات عبر الأوساط الإلكترونية ولمسافات بعيدة يسهل إنجاز الأعمال التجارية وأعمال الملاحة.

وهنالك أيضاً حاجة لإرسال واستقبال معلومات رقمية باستخدام أجهزة متخصصة أخرى غير الحواسيب لذلك فإن وجود شبكات اتصال رقمي ضروري لتوفير مثل هذه الخدمات. وتتكون شبكة الاتصال من قنوات توصيل المعلومات بين نقطتين وتسمى بالوصلة (أجهزة استقبال وإرسال على طرفي الوصلة) كما هو موضح في الشكل (١).



شكل (١): الوحدة الأساسية لشبكات الاتصال

الوصلة والمرسل والمستقبل على طرفيها تكوّن الوحدة الأساسية من شبكات الاتصال. وعندما تكون هذه الوحدة مخصصة لإرسال معلومات رقمية نسميها بالوصلة الرقمية (Digital Link). وتتنوع هذه الوصلات من حيث الطبيعة الفيزيائية لقناة الاتصال (أسلاك، أسلاك محورية، أمواج كهرومغناطيسية أو ألياف ضوئية) وأيضاً حسب سرعة توصيل المعلومات بين طرفي الوصلة (بت في الثانية Bit per Second bps). ولأهمية شبكات الاتصال فإن المعنيين في الموضوع من باحثين وشركات وضعوا مقاييس معيارية لعدة أنواع من هذه الوصلات من خلال (International ITU Telecommunication Union) وهذه الجهة وظيفتها ضبط مواصفات جميع أنظمة الاتصالات بما فيها الوصلات الرقمية.

ومع تطور قطاع الاتصالات وخاصة الاتصالات السلكية (التليفونات) احتاجت هذه الأنظمة كي تقوم بعملها لوصلات رقمية بين المقاسم وحتى بين أجزاء المقسم المختلفة وكذلك أصبحت خدمة الاتصال الرقمي متوفرة للزبائن في بيوتهم عن طريق شبكهم بخطوط ISDN (Integrated Service Digital Networks) وتطورت هذه الخدمات حسب حاجة المشتركين والآن يتوفر منها خطوط DSL (Digital Subscriber Loop) بمختلف أنواعها كما سيمر معنا لاحقاً في هذه الوحدة. وفي هذه الخدمات يكون المحدد الرئيسي لنوع الوصلة هو كمية المعلومات القادرة على توصيلها. أما عن كيفية تنفيذ هذه الوصلات الرقمية فهي تعتمد على اختيارنا للوسط المناسب لنقل المعلومات فمثلاً نستخدم الاسلاك الملتوية (Twisted

(Pair المستخدمة في خدمات الهاتف لإيصال خدمات ISDN-B ونستخدم الأسلاك المحورية أو UTP (Unshielded Twisted Pair) في وصل الحواسيب القريبة من بعضها من خلال الوصلة الأثيرية (Ethernet) وفيما يلي سنناقش أساسيات تصميم وتنفيذ هذه الوصلات وتكوين شبكات الاتصالات الرقمية.

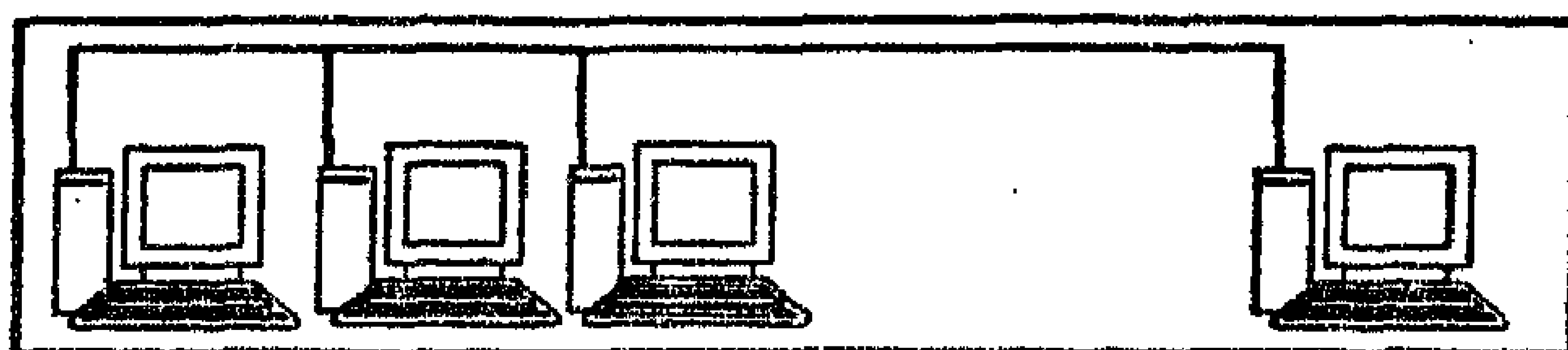
2.2 أنواع شبكات الاتصالات الرقمية

تقسم شبكات الاتصالات الرقمية من حيث الحجم إلى نوعين رئيسيين هما:

1. شبكة المنطقة المحدودة Local Area Network (LAN): وهذا التقسيم يمثل وصل أجهزة الحواسيب أو الاتصال الرقمي الموجودة في مكان محدود (صغير من حيث المساحة) والتي عادة ما تكون ضمن نطاق منطقة عمل واحدة وعادة لا تمتد المسافة بين أبعد نقطتين إلى أكثر من بضع مئات من الأمتار.
2. شبكة المنطقة الكبيرة Wide Area Network (WAN): وهنا تتوزع أجهزة الحواسيب أو الاتصال على مساحة كبيرة قد تفصلها آلاف الكيلومترات وعادة ما تحتوي هذه الشبكة على عدد من الشبكات المحدودة في المناطق المختلفة.

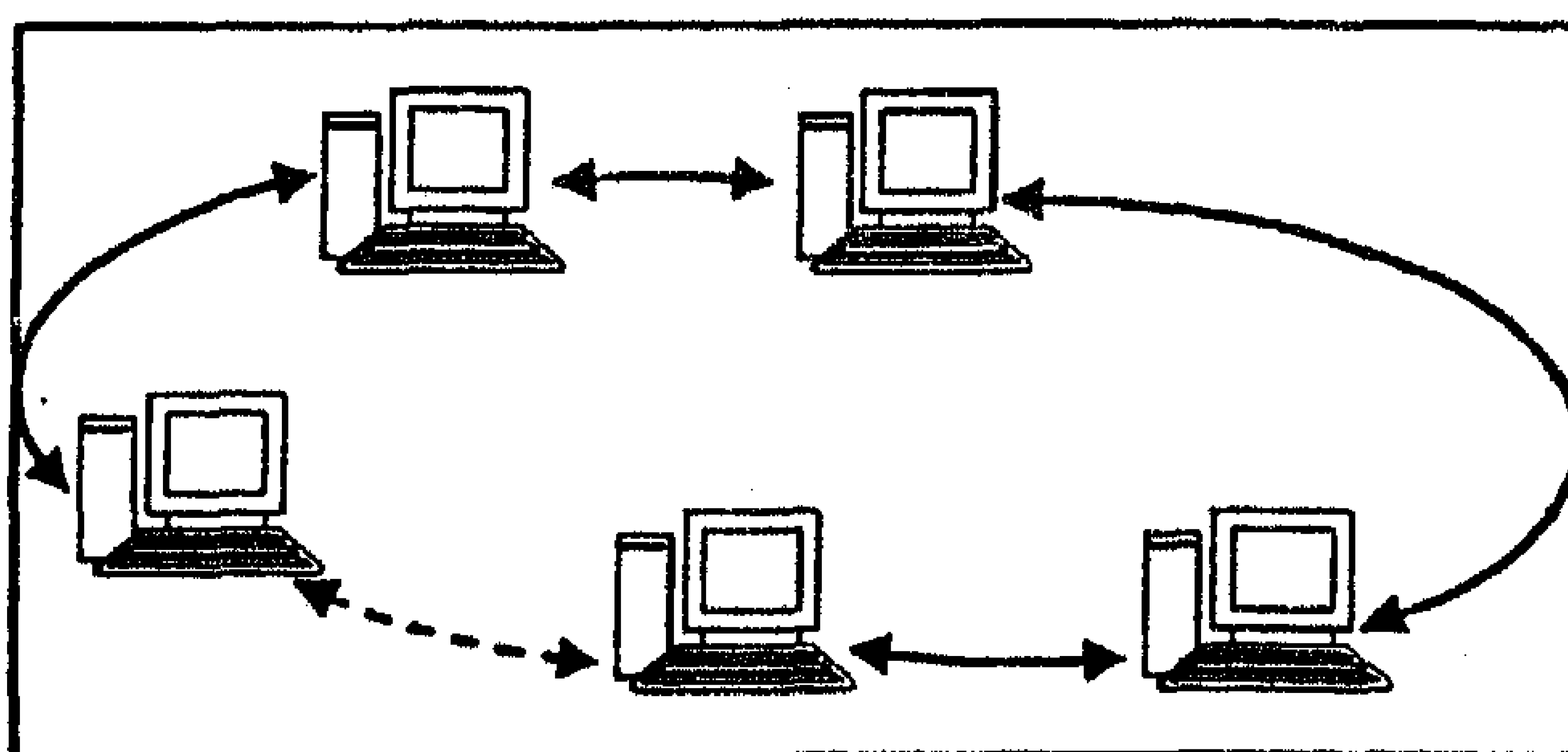
وحيث إن هذه الشبكات تستخدم لتوصيل البيانات بين أجهزة حواسيب أو أجهزة اتصال رقمية (والتي يمكن أن تكون أنواع متخصصة من الحواسيب) فإننا سوف نعتبر أن جميع هذه النقاط هي حواسيب بغض النظر عن وظيفتها في الوقت الراهن. ولكي نفهم الغاية من وجود شبكات الاتصال الرقمي وكيفية تنفيذها وتصميمها يلزمنا معرفة المعطيات التي تقوم على أساسها هذه الشبكات، فمثلاً لو كانت الشبكة تعنى بإرسال رسائل مكتوبة بين النقاط المختلفة عليها فإن الوصلات بين مختلف النقاط يجب أن تكون قادرة على تمرير هذه الكمية من المعلومات، ولو كانت النقاط المختلفة موجودة على مسافات بعيدة عن بعضها البعض لاحتجنا أن ننفذ شبكة WAN وهكذا. ونبدأ بمناقشة أنواع الشبكات بوضع الغايات منها ثم التقسيم الجغرافي وبعد ذلك نستخدم الأساليب الرياضية لوضع أفضل حل عملي واقتصادي يؤدي المهمة المطلوبة من هذه الشبكات. ونبدأ بعرض طرق وصل النقاط في شبكة.

الطريقة الأولى: التوصيل المتوازي على خط مشترك كما في شكل (2) (Bus Topology)
وفي هذه الطريقة تكون الأجهزة موصولة بوصلة مشتركة بينها وكما نرى فإنها تستخدم في الشبكات المحدودة فقط.



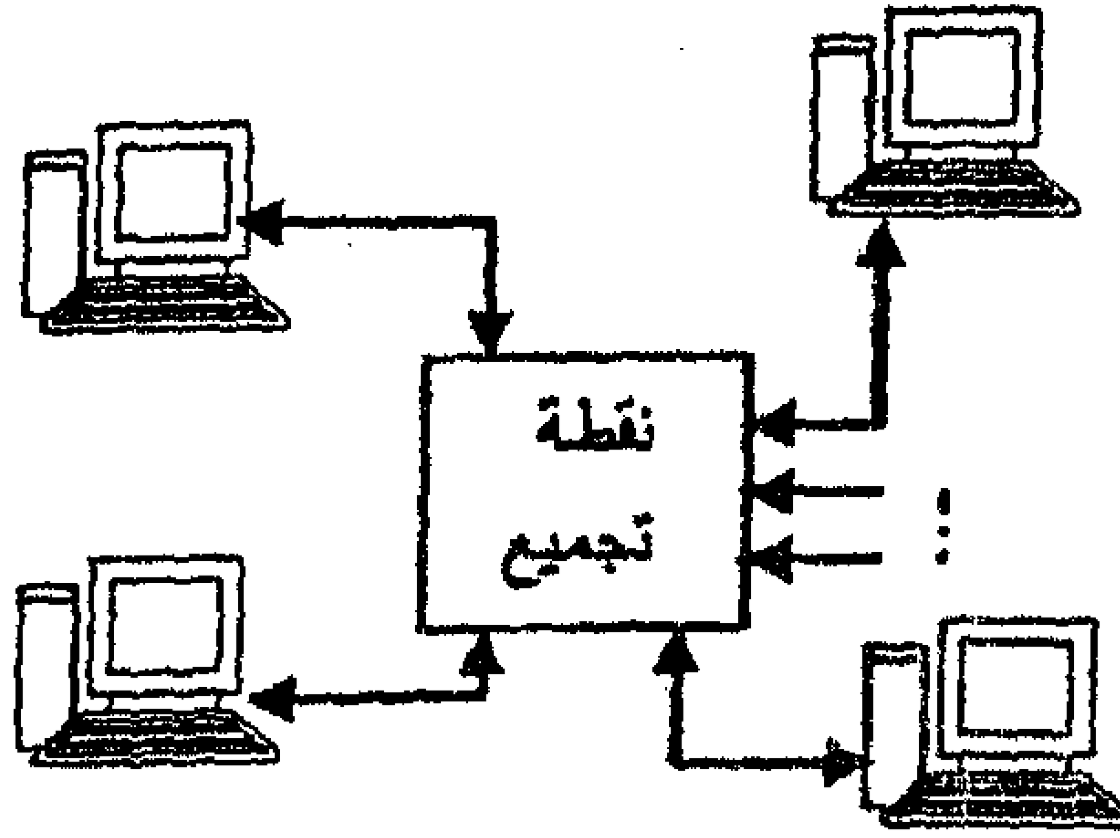
شكل (2): وصل الأجهزة على خط متوازٍ (Bus Topology)

الطريقة الثانية: التوصيل المتوالي على خط أو دائرة (Ring Topology) كما في شكل (3). وهنا تتصل الأجهزة بالتوالي وتكافىء هذه الطريقة الطريقة الأولى إلا أنه يمكن أن يكون الخط مغلقاً كما هو مبين في الشكل، مما يتيح الاتصال بين أي نقطتين من خلال مسارين وليس مساراً واحداً كما في الطريقة الأولى.



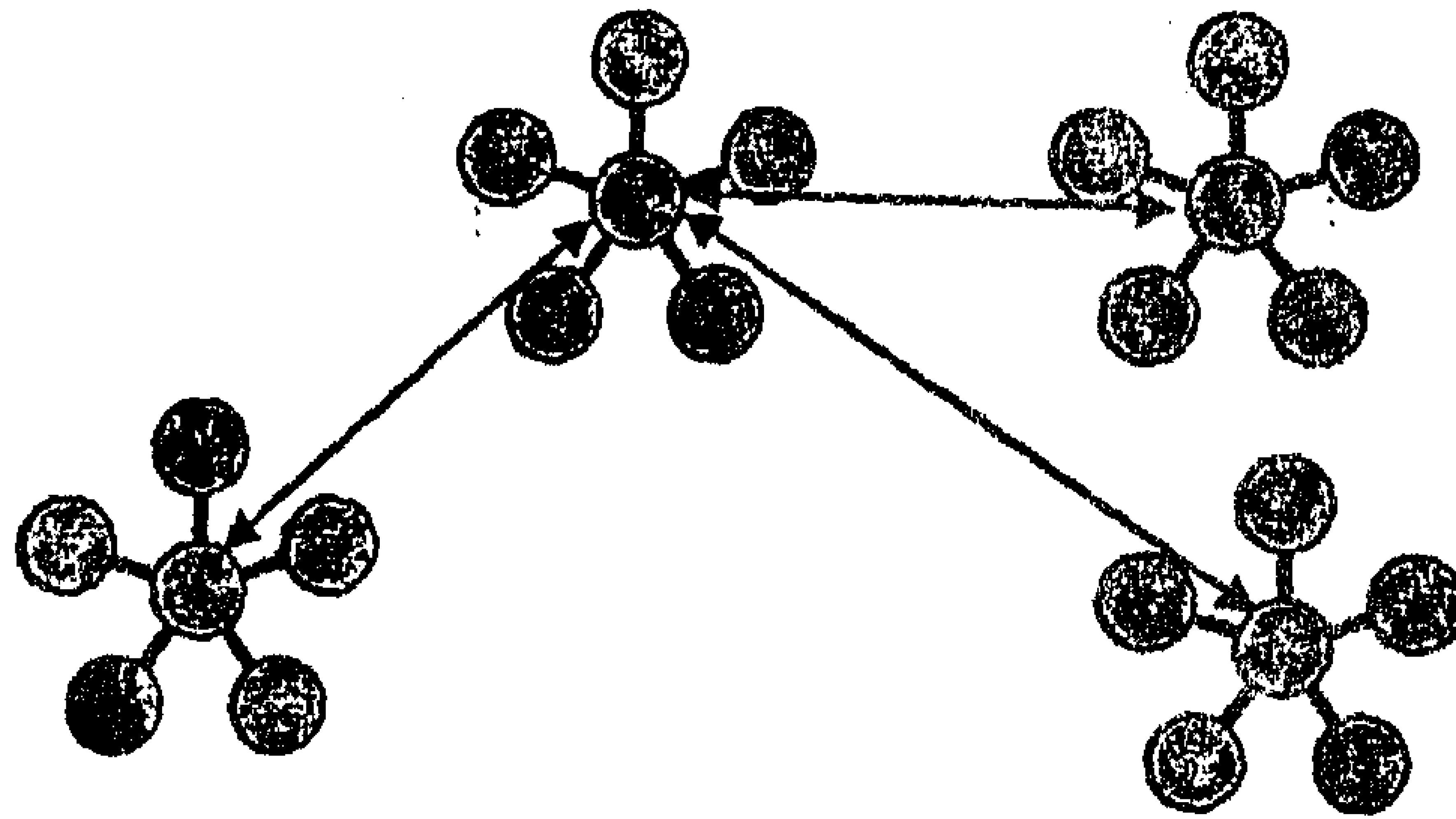
شكل (3): التوصيل المتوالي على خط أو دائرة (Ring Topology)

الطريقة الثالثة: التوصيل الشعاعي (Star Topology) كما في شكل (4)، وهنا تتصل الأجهزة من خلال نقطة تجميع واحدة في وسط الشبكة وأهم فائدة هنا أن تعطيل أي وصلة لا يؤثر إلا على الجهاز المربوط بها فقط.



شكل (4): التوصيل الشعاعي (Star Topology)

وهذه الطريقة هي الأكثر شيوعاً حيث نستطيع بناء أي نوع من الشبكات باستخدامها ونستطيع ربط الشبكات المحدودة لتكون شبكة كبيرة كما في الشكل (5).



شكل (5): تكوين شبكة كبيرة من شبكات محدودة

ويكون اختيارنا لنوع الوصلة بين مختلف نقاط الشبكة عن طريق دراسة الحاجة لكمية المعلومات المتبادلة والطبيعة الجغرافية بين هذه النقاط. وهنالك عوامل أخرى تدخل في اختيار نوع الوصلة وأهمها أهمية المعلومات وسريتها وتكلفة التشغيل وتعقيد الأجهزة المستخدمة.

3.2 تصميم شبكات الاتصال الرقمية

لكي نستطيع فهم الشبكات الرقمية ومن خلال ذلك تصميم هذه الشبكات، نحتاج لمعرفة العناصر المكونة لهذه الشبكات ومفهوم كمية المعلومات المتراسلة بين

النقاط المختلفة ومن ثم نتعرف على مقاييس فاعلية هذه الشبكات وكيف يمكننا أن نبقي هذه الشبكات تعمل على كفاءة عالية. وفيما يلي نورد العناصر الرئيسية لشبكات الاتصال:

1. **نقطة الاتصال (Communication Node)**: وهي الوحدات الطرفية لشبكة الاتصال حيث تصدر المعلومات من هذه النقاط وهي أيضاً تتلقى المعلومات من خلال الشبكة وأمثلة عليها هي الحواسيب الكبيرة والحاسوب الخادم والحواسيب الشخصية وكذلك أجهزة الاتصالات الرقمية مثل الفاكس أو التيليكس وغيرها. وهذه النقاط تعرف حسب حاجتها لتبادل المعلومات مع النقاط الأخرى على الشبكة فمثلاً إن أردنا إرسال معلومات صوتية عبر الشبكة فإننا نستخدم طرقاً لتحويل الصوت إلى معلومات رقمية وتكون سرعة هذه المعلومات تتراوح ما بين 3200 بت في الثانية إلى 64000 بت في الثانية. وإن كانت هذه المعلومات صادرة عن جهاز فاكس فعادة ما يحتاج 14400 بت في الثانية ولو كانت هذه المعلومات عبارة عن صور رقمية متحركة فقد تصل سرعة المعلومات إلى 120 مليون بت في الثانية. وتعتمد حاجة نقطة الاتصال هذه لتبادل المعلومات على التطبيقات المستخدمة من أجلها.

فمستخدم الإنترنت العادي يحتاج ما بين 6k إلى 20k بت في الثانية حتى يستعرض صفحات الإنترنت العادية وتتزايد الحاجة إلى سرعة إرسال واستقبال البيانات كلما احتاج المستخدم لاستعراض صور متحركة أو سماع صوت من خلال شبكة الانترنت. وكي نحسب حاجتنا من هذه السرعة عند نقطة اتصال معينة نحتاج لإجراء دراسة إحصائية بسيطة كما يلي:

- نوجد معدل حجم الصفحات التي نستعرضها أو يستعرضها الشخص العادي على الانترنت ولنقل إنه B بايت.
- نحدد مدى قبول المستخدم لفترة الانتظار فمثلاً لو كانت فترة الانتظار قصيرة يكون رضى المستخدم عالياً ويقل رضى المستخدم كلما زادت فترة الانتظار. وعادة ما نقيس رضى المستخدم بمقياس وصفي حيث يبدأ من ممتاز ثم جيد جداً ثم جيد ثم مقبول وأخيراً غير مقبول. وتكون فترة الانتظار كما هو في الجدول (1).

جدول (٦): العلاقة بين فترة الانتظار وجودة الخدمة

فترة الانتظار	جودة الخدمة
أقل من١ ثانية	ممتاز
١ – ٣ ثواني	جيد جداً
٣ – ٥ ثواني	جيد
٥ – ١٠ ثواني	مقبول
اكبر من ١٠ ثوان	غير مقبول

- نحسب سرعة إرسال واستقبال المعلومات حسب العلاقة (1).

$$S = \frac{B \times 8}{T} \ bps \qquad (1)$$

حيث S هي سرعة إرسال واستقبال المعلومات وتقاس بوحدة بت في الثانية (bps).
B هي معدل حجم الصفحات بالبايت وT هي معدل فترة الانتظار.

مثال (1)

احسب سرعة إرسال وإستقبال المعلومات لمستخدم عادي حيث معدل حجم الصفحات هو 15k بايت.

الحل: نحسب سرعة البيانات حسب الجدول لمختلف الآراء.

S	T	جودة الخدمة
240 K bps	0.5	ممتاز
60 Kbps	2	جيد جداً
30 K bps	4	جيد

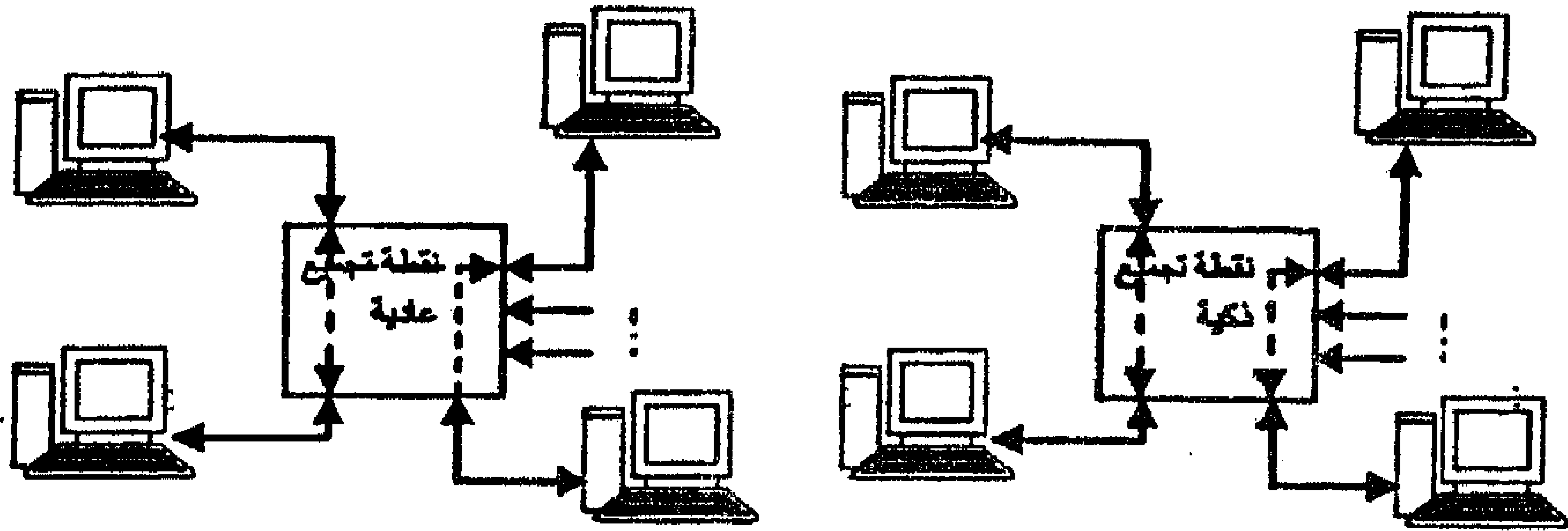
ومن الجدير بالذكر هنا أن هذه السرعة لا تعكس السرعة الفعلية وخاصة على شبكة الإنترنت حيث إن هنالك عوامل كثيرة تدخل في حساب هذه السرعة كما سيمر معنا، ولكن إن توفرت الظروف الملائمة من خلال الشبكة فإن هذه السرعة تصبح حقيقية.

2. نقطة التجميع (Concentration Node) (Hub): وهذه النقاط تعمل على تجميع وصلات الاتصال من نقاط الاتصال المختلفة حتى تمثل الشكل الشعاعي ويتم

فيها تجميع المعلومات الرقمية وإعادة إرسالها في الاتجاهات المختلفة حسب نوع هذه النقطة حيث إنه يوجد نوعان رئيسيان هما:

3. نقطة تجميع عادية: وهذه النقطة تستقبل المعلومات من كل نقطة اتصال وتعيد بثها على كل الوصلات دون استثناء.

4. نقطة تجميع ذكية: وهذا النوع يستطيع التمييز بين المعلومات الصادرة إلى خارج المجموعة الموصولة معها وبين المعلومات المتبادلة بين نقطتي اتصال موصولتين على نفس المجموعة.

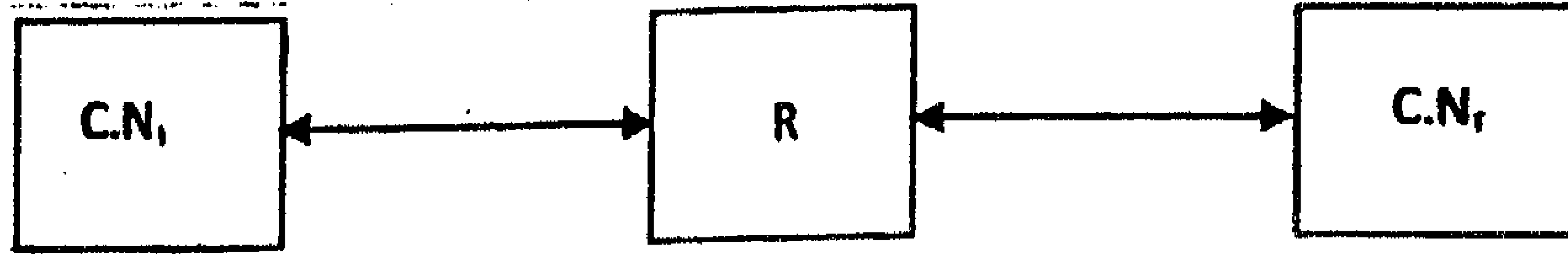


شكل (6): أنواع نقاط التجميع

ويوضح الشكل (6) نوعي نقاط التجميع ونلاحظ أنه عندما يرسل أحد الأطراف في حالة نقطة التجميع العادية فإن المعلومات تصل إلى جميع النقاط الأخرى ولا تستطيع النقاط الأخرى الإرسال في نفس الوقت. أما في حالة استخدام نقطة التجميع الذكية فهنالك إمكانية لأكثر من نقطة مربوطة معها من الاتصال بنفس الوقت حسب وجهة الاتصال. وكي تقوم هذه النقطة بعملها فإن سرعة وصول وخروج المعلومات منها مهمة حيث إنها يجب أن تقوم بعملها بسرعة كافية ودون تأخير أو خسارة للمعلومات الواصلة إليها. ويتوفر الآن بشكل تجاري نقاط تجميع تعمل على سرعة 10 مليون بت في الثانية وأخرى على سرعة 100 مليون بت في الثانية. لذلك فإن جميع الوصلات الداخلة إلى نقطة التجميع يجب أن تعمل على نفس السرعة.

5. نقاط إعادة البث (Repeaters): وهذه النقاط تستخدم في حالة وجود نقطة اتصال بعيدة فتقوم باستقبال المعلومات وإعادة بثها في الاتجاه المطلوب كما هو موضح

في الشكل (7).



شكل (7): تقوية الإشارات الحاملة للمعلومات باستخدام نقاط إعادة البث.

6. نقاط التوزيع (Router): وهذه النقاط يتم فيها توزيع البيانات حسب الجهة المراد الوصول إليها. ولهذه النقاط أهمية كبيرة حيث تقوم بتقسيم المعلومات كلاً إلى وجهته مما يزيد من فعالية الشبكة الكلية. وهنالك عدة طرق لتوزيع المعلومات حسب البروتوكولات المستخدمة لتشغيل الشبكة كما سيمر معنا لاحقاً.

7. نقاط الخروج (Gateway): وتقوم هذه النقاط بتجميع المعلومات المراد إرسالها لخارج الشبكة المحدودة باتجاه شبكات أخرى ووظيفتها التراسل من وإلى الشبكة الداخلية.

8. وصلات الاتصال (Communication Links): وهي القنوات التي يتم من خلالها توصيل المعلومات بين نقاط الشبكة المختلفة وهنالك عدة أنواع من هذه الوصلات نذكر منها.

أ - وصلة المودم: وتستخدم خطوط الهاتف الأرضية لربط النقاط ببعضها.

ب - الوصلة السلكية: وهنالك نوعان رئيسيان منها وهما الأسلاك المحورية أو الأسلاك الملتوية.

ج - وصلة الألياف الضوئية: وتستخدم الألياف الضوئية لنقل المعلومات بين نقاط الشبكة المختلفة.

د - الوصلات الفضائية: وتستخدم محطات الأقمار الصناعية للتوصيل بين النقاط البعيدة جداً عن بعضها البعض.

ه - هـ. الوصلات الرقمية المتخصصة: وهذه الوصلات تستخدم خدمات المقاسم الحديثة مثل ISDN , DSL لربط النقاط المختلفة والبعيدة عن الشبكة

بسرعات مختلفة.

وحتى تقوم هذه الأجزاء بعملها فلا بد من تعريف لغة أو لغات تخاطب فيما بينها وتسمى هذه اللغات بالبروتوكولات، وهي تضمن سبلاً للتراسل وتحليل المعلومات وأيضاً تمريرها وحمايتها كما سيمر معنا لاحقاً.

*** لتصميم شبكة فإنه يلزمنا معرفة التالي:**

1. الطبيعة الجغرافية للمنطقة.
2. أنواع نقاط الاتصال المختلفة وأماكنها وكمية المعلومات المطلوبة لكل نقطة.
3. التطبيقات المراد استخدام الشبكة من أجلها.
4. طبيعة الاتصال مع الشبكات الأخرى وأماكن نقاط التوصيل هذه.
5. نقاط الوصول إلى الشبكة من خلال الوصلات الرقمية للمستخدمين الخارجيين.

فمعرفتنا بطبيعة المنطقة تحدد نوع الشبكة هل هي LAN أو WAN وكذلك تحدد بعض خصائص الوصلات المطلوبة بين النقاط المختلفة على هذه الشبكة. ومعرفتنا بعدد النقاط وأنواعها وأماكنها وكمية المعلومات المطلوب تراسلها مع كل نقطة تحدد سرعة وصلات الاتصال الرقمي ونوعها ايضاً. وحيث إن الهدف من وجود الشبكة في النهاية هو التطبيقات المراد تشغيلها على الشبكة فإنها تحدد درجات الأمن والاولويات في التراسل وأيضاً طبيعة لغات التخاطب بين النقاط المختلفة (البروتوكولات). وطبيعة الاتصال مع الشبكات الأخرى مهمة لتحديد وصلات الخروج من الشبكة وكذلك بروتوكولات الخروج. وأخيراً فإن نقاط الوصول إلى الشبكة تعطينا إمكانية ربط مستخدمين على الشبكة ويمكن أن يكون هذا الربط دائماً أو مؤقتاً ويحدد أيضاً نوع هذه الوصلات الخارجية فمثلاً يمكن استخدام شبكات الاتصال الهاتفية للوصول للشبكة والاستفادة من الخدمات الرقمية من هذه الشبكات.

مثال (2)

تحتاج شركة الأدوية المحلية لربط عدة مواقع لها على شبكة حاسوب واحدة

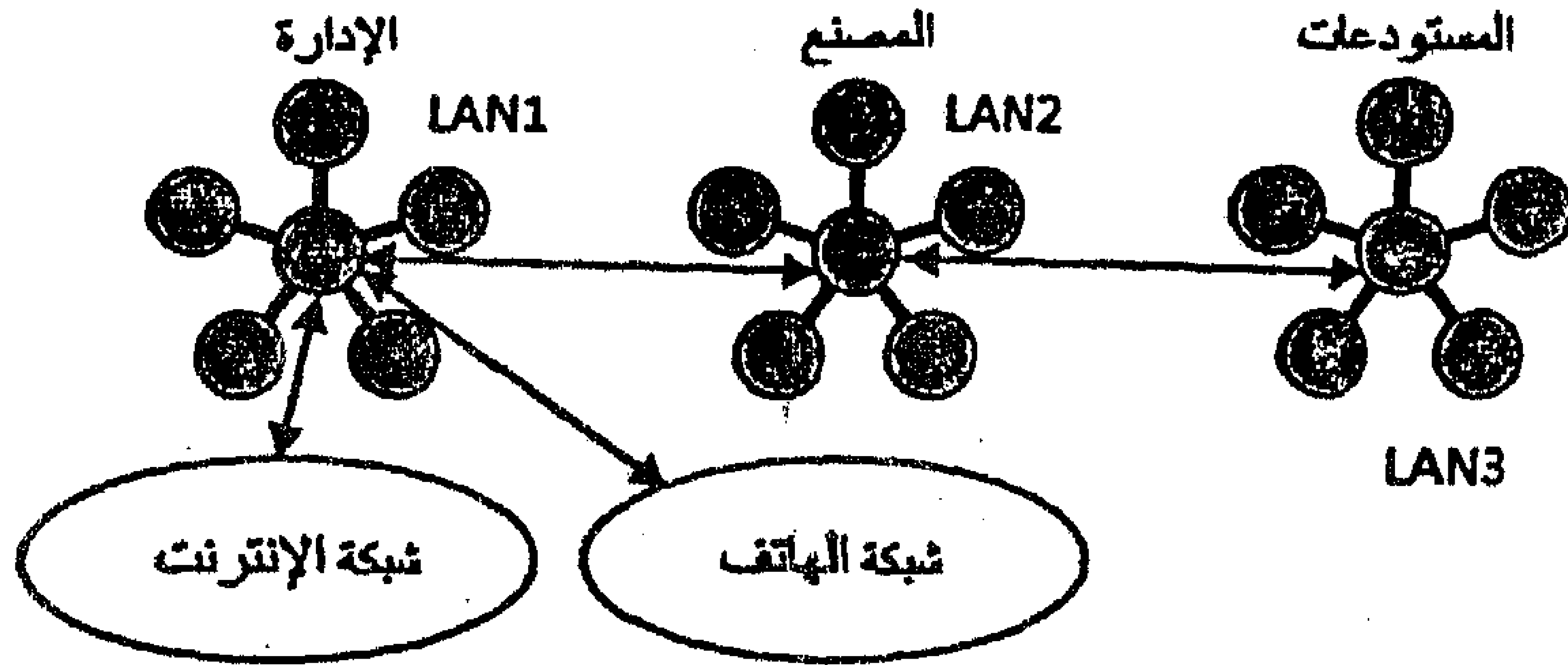
بالمعطيات التالية:

1. هنالك ثلاثة مواقع للشركة: الإدارة والمستودعات والمصنع حيث يوجد المصنع والمستودعات في منطقة واحدة يبعدان عن بعضهما 5 كيلومتر والإدارة توجد في المدينة التي تبعد 20 كيلومتر عن المصنع.
2. نريد ربط خط الانتاج في المصنع على 10 نقاط لتجميع المعلومات عن الانتاج ونريد ربط المستودعات على 4 نقاط لتجميع المعلومات عن توفر المواد الخام وكميات الأدوية المختلفة المتوفرة في المستودع وكذلك نحتاج لنقطتين في المصنع لمراقبة خط الإنتاج ومعرفة حالة المستودعات ونحتاج إلى 4 نقاط في المصنع للوصول إلى شبكة الإنترنت ونقطتين في المستودعات موصولة بشبكة الإنترنت. ونحتاج إلى 20 نقطة في الإدارة منها 10 نقاط مربوطة مع الإنترنت وجميع هذه النقاط مربوطة مع المصنع والمستودعات.
3. تكون مهمة النقاط في المصنع والمستودعات تجميع المعلومات عن الانتاج وتوفر المواد الخام وتوفر المنتجات في المستودعات وتكون مهمة 4 نقاط في الإدارة متابعة عمليات الإنتاج والمستودعات، و4 نقاط في الإدارة للمبيعات والمشتريات وهي موصولة على الإنترنت وبقية النقاط في الإدارة هدفها هو إصدار إحصائيات ومتابعة الأمور المالية للشركة من رواتب ونفقات وشؤون موظفين.
4. يجب توفر إمكانية ربط نقطتين على نظام الشركة من الخارج عن طريق خطوط الهاتف ليتسنى لكبار المديرين معرفة وضع العمل في حالة سفرهم أو من المنازل إن تطلب الأمر.

المطلوب: تصميم الشبكة اللازمة ووضع الحلول والتوصيات المناسبة لتشغيل النظام بكفاءة عالية.

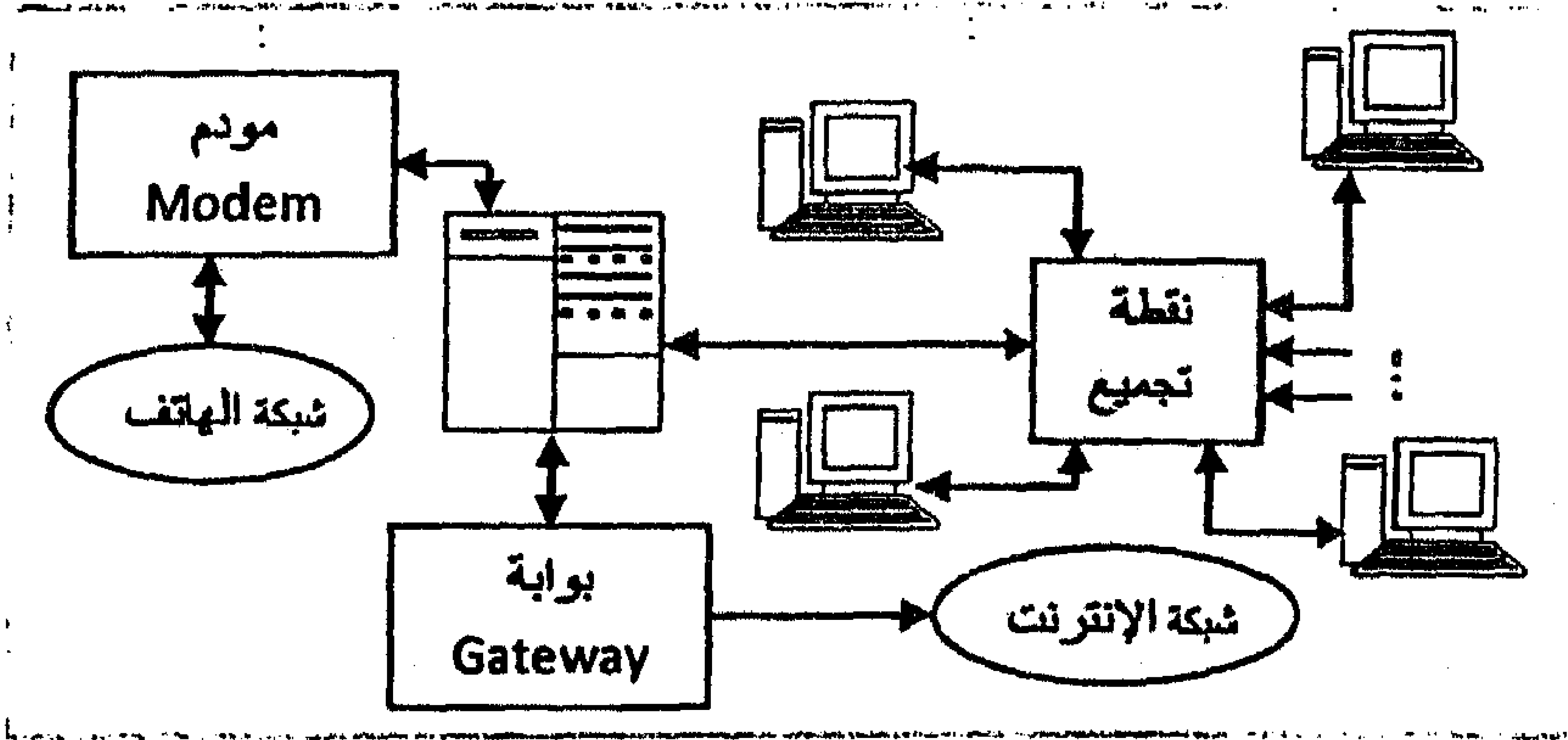
الحل:

من خلال معرفتنا بجغرافية الشركة فإنه يلزم تصميم ثلاث شبكات محدودة وربطها لتكوين شبكة كبيرة وكذلك وصل هذه الشبكة مع شبكة الإنترنت كما هو موضح بالشكل (8).



شكل (8): ربط شبكة مصنع الأدوية.

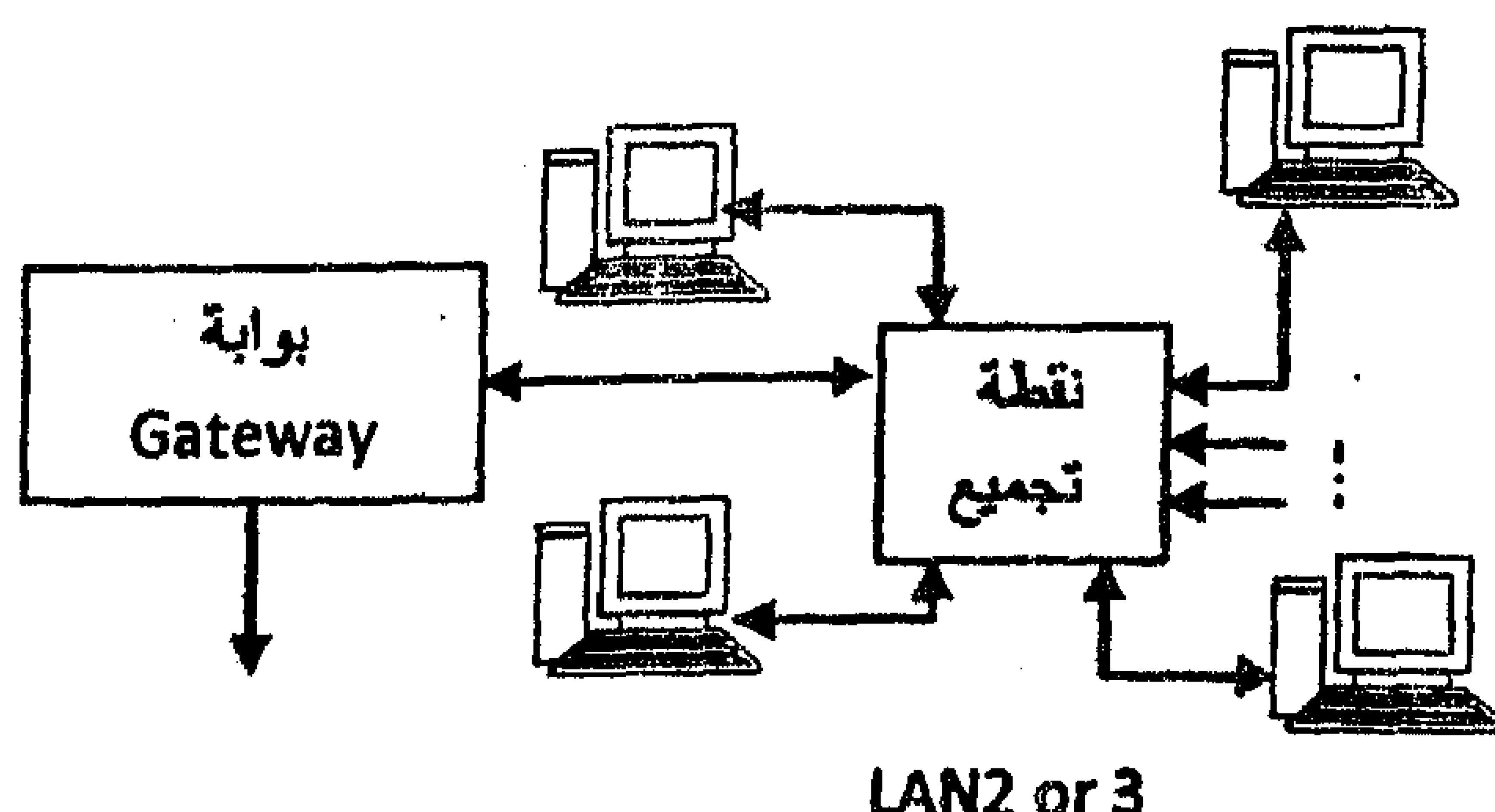
وكل شبكة محدودة LAN1 و LAN2 و LAN3 هي عبارة عن مجموعة النقاط وهي (حواسيب) مربوطة مع بعضها على شكل شعاعي كما في شكل (9).



شكل (9): الشبكة المحدودة في إدارة الشركة.

وحيث إن الشركة بحاجة إلى تجميع معلومات التصنيع والإنتاج فإننا بحاجة إلى جهاز أو مجموعة أجهزة حاسوب خادم للقيام بالعمليات المطلوبة وهذه الأجهزة مهمتها تنظيم قواعد البيانات وإعطاء المستخدمين حقوقاً مختلفة حسب وظائفهم وكذلك وصل المستخدمين من خارج الشبكة وشبكة الإنترنت وشبكات المصنع والمستودعات. ونربط جميع الأجهزة الموجودة في الإدارة من خلال نقطة التجميع مع الخادم. وشبكة المصنع وشبكة المستودعات ليستا بحاجة إلى جهاز خادم في المصنع أو المستودعات وإنما بحاجة

إلى بوابة خروج كي تصل إلى شبكة الإدارة كما هو موضح في شكل (10).



شكل (10): الشبكات المحدودة في المصنع أو المستودعات.

كما نرى فإننا قمنا بتوصيل جميع أجهزة الشركة في مواقعها الثلاثة بعضها ببعض وحتى نحسب سعة كل وصلة يجب أولاً دراسة كمية المعلومات المراد نقلها عبر تلك الوصلة (الذي هو موضوعنا التالي) وأيضاً نحن بحاجة إلى تمييز الأجهزة عن بعضها من حيث الاستخدام وهذا ما تحدده البرامج العاملة على كل جهاز، فمثلاً أجهزة إدخال معلومات خط الإنتاج بحاجة إلى برامج خاصة بذلك وهذه البرامج مرتبطة بالخادم الرئيسي الذي بدوره يتحكم بكيفية التعامل مع المعلومات من أمن وحماية لها وإعطاء الأولويات للمستخدمين والسماح أو عدم السماح لهم بإجراء عمليات معينة. في القسم التالي سنتعرض للطرق الرياضية في حساب كمية المعلومات وسعة وفاعلية الشبكات الرقمية.

4.2 سعة وفاعلية شبكات الاتصال الرقمية

إن موضوع حساب سعة قناة اتصال ينطوي على معرفة الهدف من وجود مثل هذه القناة، فمثلاً لتمرير كمية من المعلومات مقدارها B نحتاج لقناة اتصال سعتها أكبر من أو تساوي B. وهذا يعني أن كمية المعلومات وسعة القناة لهما نفس الوحدات وهي بت في الثانية (bps). وكما هو واضح في هذا المثال فلا يوجد طريقة أخرى لتمرير كمية المعلومات إلا بوجود قناة لديها القدرة على ذلك أو أكثر. فلو كانت قناة الاتصال لا

تتسع لكمية المعلومات المراد إرسالها لأصبح لدينا كمية فائضة تنتظر عند نقطة الإرسال وهذه الكمية لن يتسنى لها الوصول إلى الطرف الآخر من القناة.

والآن إذا علمنا أن قناة الاتصال المتوفرة لدينا سعتها B ونحن لا نستخدمها كل الوقت بل لأوقات متقطعة. فإن هذا يعني وجود قناة الاتصال في وضع عدم الاستخدام لأوقات ووضع الاستخدام لبقية الوقت. وهذه الحالة تعتبر إضاعة لإمكانيات القناة وهدراً للمال. لذلك فإننا نعرف فعالية القناة بكم من الوقت تستخدم بالنسبة لكامل الوقت. أو يمكننا تعريف الفعالية (Throughput) بكمية المعلومات المفيدة الصحيحة المرسلة بالنسبة إلى مجموع المعلومات المرسلة كما يلي:

$$Thr = \frac{D_{eff}}{D_t} \quad 100\% \qquad (2)$$

حيث D_{eff} هي المعلومات المرسلة بشكل صحيح و D_t هي الكمية الكلية للمعلومات. ويمكن تعريف الفاعلية من حيث زمن استخدام القناة كالتالي:

$$D_{eff} = B.\eta \qquad (3)$$

حيث η هي نسبة الإرسال الصحيح.

$$Thr = \frac{T_{use}}{T_t} \quad 100\% \qquad (4)$$

حيث T_{use} هي زمن استخدام القناة لإرسال المعلومات بمقدار سعة القناة و T_t هي الزمن الكلي. وهذا التعريف يمكن اشتقاقه من التعريف الأول والذي هو أشمل إذا اعتبرنا أن المعلومات الصحيحة أرسلت لمدة T_{use} وبقية الزمن ارسلت معلومات غير صحيحة.

مثال (3)

إذا علمت أنه لدينا قناة بسعة B = 20 kbps وأرسلنا معلومات بنفس السرعة وكان هنالك ما نسبته ٪10 من المعلومات خاطئة فكم تكون فعالية هذه القناة.

الحل:

إذا كانت ٪10 معلومات خاطئة فإنه هنالك ٪90 معلومات صحيحة أي بكمية

$D_{eff} = 0.9 * 20\ kbps$ ومنها فإن الفاعلية تكون $Thr = \frac{0.9 \times 20\ kbps}{20\ kbps} 100\%$

$$Th_r = 90\%$$

ونستطيع استخدام العلاقة (3) كالتالي: هنالك 10٪ من الوقت الكلي T_t يكون الإرسال خاطئاً لذلك فإن $T_{use} = 0.9 * T_t$ ومنها $Thr = \frac{0.9T_t}{T_t} 100\% = 90\%$

وتظهر أهمية حساب فعالية القناة عندما تكون القناة مشتركة بين أكثر من مستخدم كما هو الحال في معظم الشبكات وتحدد عملية المشاركة هذه فعالية استخدامنا للقناة. وهنالك عدة أشكال للتشارك في قناة واحدة حسب التطبيقات المستخدمة للإرسال كما يلي:

1. المشاركة الثابتة: وهنا يشترك أكثر من طرف في قناة واحدة إما عن طريق تقسيم زمن الإرسال فيما بينهم أو كمية الإرسال وذلك بشكل ثابت. فمثلاً لو أراد طرفان استخدام قناة واحدة بسعة B بحيث يستخدم الطرف الأول القناة 60٪ من الوقت ويستخدم الطرف الثاني 40٪ من الوقت وكل يرسل كمية معلومات تساوي B. هنا تكون فعالية هذه القناة كما يلي:

$$Thr = \frac{D_{eff1}\ \ T1 + D_{eff2}\ \ T_2}{B(T_1 + T_2)}\ \ 100\% \qquad (5)$$

أو يمكن للطرفين استخدام القناة بنفس الوقت ولكن كل طرف يأخذ قسماً من كمية المعلومات حيث يرسل الطرف الأول جزءاً من B ويرسل الطرف الثاني بقية المعلومات. مثلاً يرسل الطرف الأول 60٪ من B والطرف الثاني 40٪ من B وتكون فعالية القناة في هذه الحالة كما يلي:

$$Thr = \frac{D_{eff1}\ + D_{eff2}}{B}\ \ 100\% \qquad (6)$$

مثال (4)

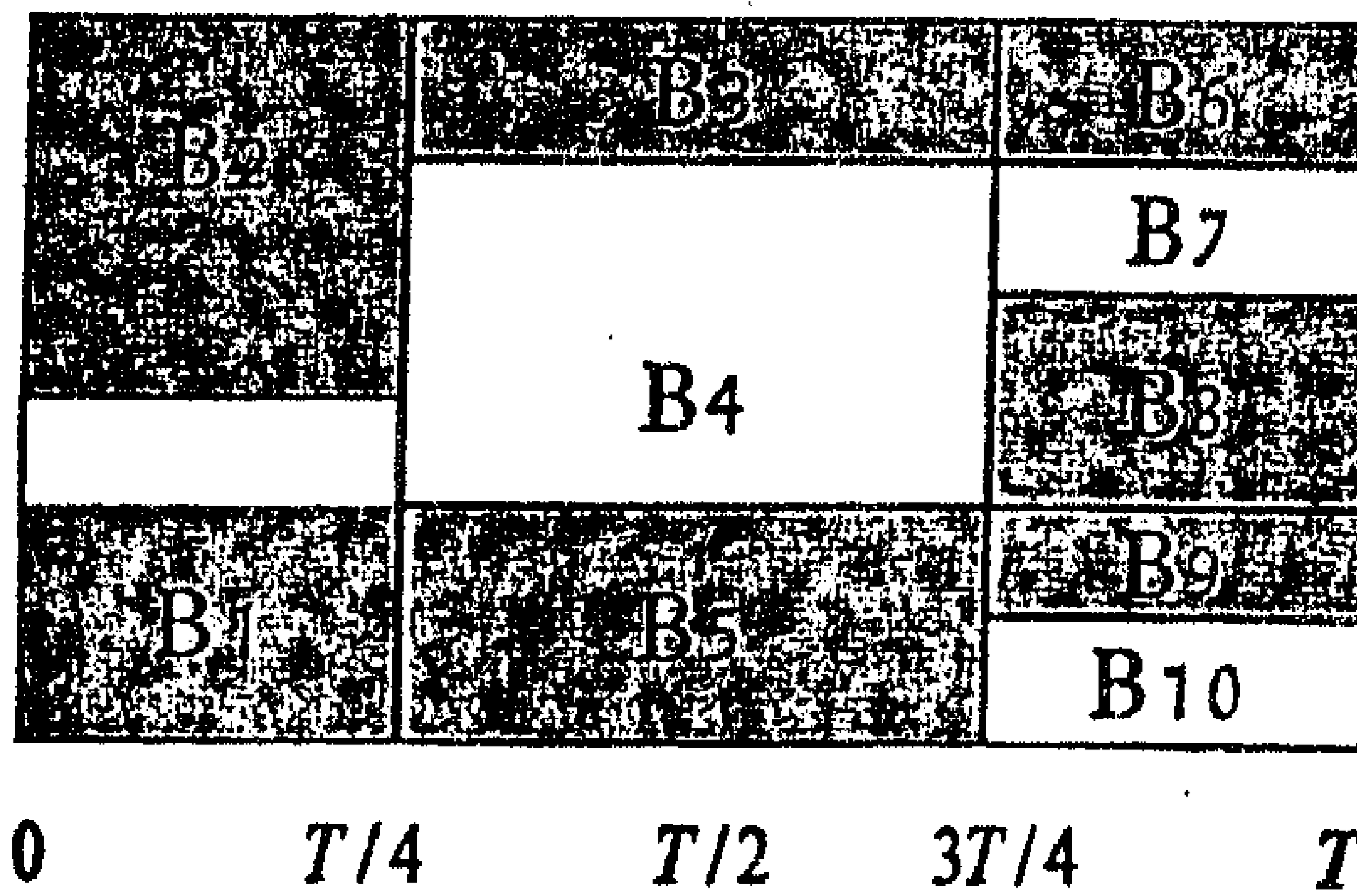
يتشارك X مع Y في قناة سعتها 100kbps فإذا ارسل X ‏70٪ من الوقت وأرسل Y ‏30٪ من الوقت وكانت نسبة الخطأ بإرسال X هو 5٪ و Y هو 10٪، احسب فعالية القناة.

الحل:

باستخدام العلاقة (5) تكون فعالية القناة

$$Thr = \frac{100\,kbps \times 0.95 \times 0.7\,T_t \;+\; 100\,kbps \;\times\; 0.9 \times 0.3\,T_t}{100 \;\times\; T_t} \quad 100\% \;= 93.5\%$$

ويمكن أن يستخدم كلا التقسيمين معاً حيث يقسم الوقت إلى فترات وكل فترة يرسل أكثر من طرف معاً بحيث يكون مجموع إرسالهم يساوي سعة القناة كما هو موضح في شكل (11).



شكل (11): تقسيم المشاركة الثابتة بين عدة أطراف بشكل عام.

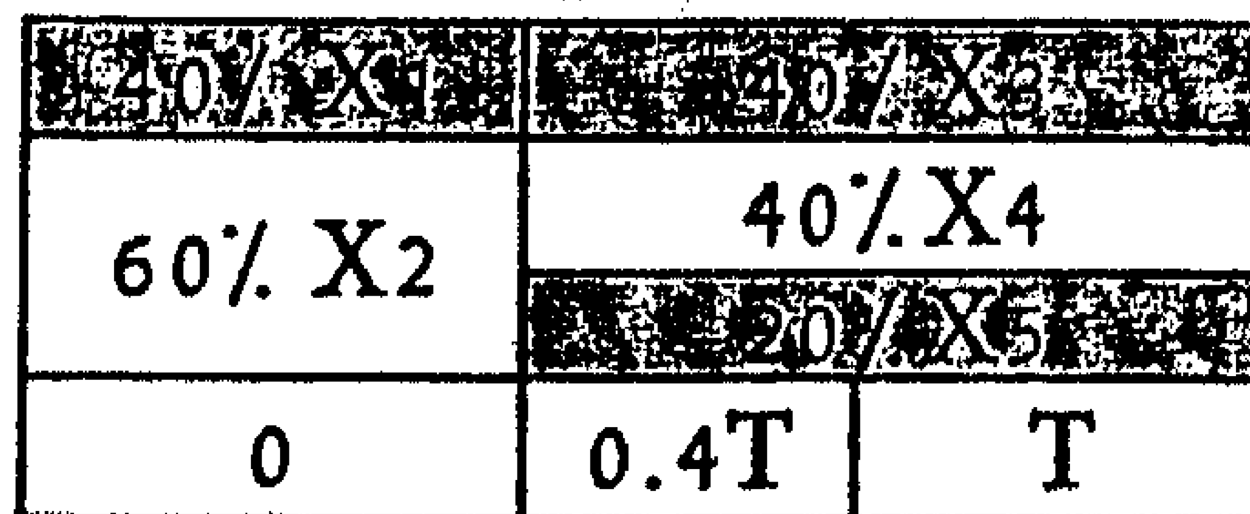
وفي الحالة العامة نستطيع حساب فعالية القناة كالتالي:

$$Thr = \frac{\sum_{i=1}^{M} D_{effi}(i)\, T_i\, \eta_i}{B\, T_t} \quad 100\% \qquad (7)$$

حيث $D_{eff}(i)$ هي كمية المعلومات الصحيحة المرسلة من الطرف i، T_i هي الفترة المسموح للطرف i للإرسال و η_i هي نسبة المعلومات للطرف i المسموح إرسالها و T_t مجموع الزمن الكلي و B هي سعة القناة، و M هو العدد الكلي للأطراف.

مثال (5)

يشترك خمسة أطراف في قناة كما هو موضح بالشكل(12).



شكل (12): مثال على تقسيم المشاركة بين المستخدمين.

وتكون نسبة الخطأ في إرسالهم كما هو موضح في الجدول أدناه:

الطرف	نسبة الخطأ
X1	5%
X2	10%
X3	10%
X4	[illegible]
X5	5%

الحل:

باستخدام العلاقة (7)

$$Thr = \frac{(B\times0.4\times0.95\times0.4_tT + B\times0.6\times0.9\times0.4T_t + B\times0.4\times0.9\times0.6_tT + B\times0.4\times0.85\times0.6_tT + B\times0.2\times0.95\times0.6)_tT}{BT_t}100\%$$

2. المشاركة العشوائية: وهنا يستخدم القناة أكثر من طرف عند الحاجة إليها وإن كانت غير مستخدمة من أي طرف آخر. وهذه حال كثير من الاستخدامات حيث تظهر الحاجة لإرسال المعلومات بأوقات عشوائية وأيضاً فإن كمية المعلومات المراد إرسالها غالباً ما تتغير من وقت لآخر بشكل عشوائي حتى عند الطرف الواحد. ومثال على ذلك استخدام شبكة الانترنت فقد يشترك أكثر من طرف (حاسوب) على خادم واحد للإنترنت وهذا الخادم موصول مع شبكة الانترنت بقناة لها سعة ثابتة (B) وفي هذه الحالة فإن كل طرف يطلب استعراض صفحات مختلفة بأوقات عشوائية حسب حاجة المستخدمين.

ولدراسة فعالية هذا النوع من المشاركة يلزمنا معرفة الصفات الإحصائية لطلب استخدام القناة وكذلك الصفات الإحصائية لوقت الاستخدام وكمية المعلومات لكل مستخدم وأيضاً يجب تحديد بروتوكول الاستخدام، فمثلاً إذا أراد أحد الأطراف استخدام القناة وكانت مستخدمة من طرف آخر فماذا يفعل هل ينتظر فترة محددة لإعادة

الطلب أو يوضع على قائمة لحين انتهاء الطرف الثاني أم يعاود المحاولة بعد فترة عشوائية ... إلخ.

ومما سبق نجد أن تحليل وحساب فعالية القناة في هذا النوع من المشاركة هو عملية أصعب من الحالة الأولى الثابتة وللأسف فإن هذه الطريقة هي الأوسع استخداماً في شبكات الحاسوب (حسب طبيعة الاستخدام للشبكة). وحتى يتسنى لنا حساب فعالية القناة في هذه الحالة فإننا ندرس كمية الطلب بطريقة إحصائية وهذا يعني انه يبقى احتمالاً أكبر (من المشاركة الثابتة) لوجود القناة في حالة غير مستخدمة أو استخدام جزء من سعتها بدلاً من سعتها الكاملة مما يؤدي إلى نقصان فعالية القناة. لذلك فإننا نحسب معدل فعالية القناة بدلاً من الفعالية الحقيقية أو نحسب أقصى فعالية للقناة. وتعتمد فعالية القناة بشكل رئيسي على بروتوكول المناولة (الاستخدام) للقناة وعلى إمكانية وجود قائمة انتظار (Queue) وتظهر مقاييس أخرى في هذه الحالة بالإضافة إلى فعالية القناة وهي زمن الانتظار في الصف وحجم الصف... إلخ.

ولحساب فعالية هذا النوع من المشاركة فإننا نعتبر عدد الطلبات الواردة لاستخدام القناة متغيراً عشوائياً (u) من نوع (Poisson) ونعتبر أن كل مستخدم يحتاج لوقت بمقدار (t) حيث t هو أيضاً متغير عشوائي من نوع (Poisson). ونفترض أن كل مستخدم سيستخدم كامل سعة القناة بمعدل خطأ يساوي (P_e). وحتى نحسب معدل فعالية القناة (والتي سعتها B) فإننا نحسب معدل كمية المعلومات المارة من القناة بشكل صحيح كما يلي:

$$Thr \cong \frac{(1-P_e)}{1+v/s} \; 100\% \qquad (8)$$

$$\begin{cases} v = average\ wait\ time\ normalized\ to\ \ average\ duration \\ s = \max(throughput) = e^{-1}\ \ for\ soltted\ \ Alloha\ and\ 0.478\ \ for\ splitting \\ \quad and\ 1\ for\ \ TDM \end{cases}$$

حيث v هي معدل وقت الانتظار نسبة إلى معدل وقت استخدام القناة (t) و s هي أعلى نسبة فعالية وتعتمد على طريقة المناولة حيث $s \leq 1$.

مثال (6)

في إحدى طرق المناولة في حالة المشاركة العشوائية إذا كانت أعلى نسبة فعالية هي 0.478 ونسبة الخطأ هي ٪2 ومعدل وقت الانتظار هو 1 ثانية ومعدل وقت استخدام القناة هو 5 ثواني، احسب معدل فعالية القناة.

الحل:

باستخدام العلاقة (8) نجد أن

$$Thr = \frac{(1-0.02)}{1+\frac{1}{5\times 0.478}} 100\% = 69.1\%$$

ونستفيد من حساب فعالية القناة في تصميم الشبكات عن طريق حساب سعة القناة. وذلك إذا كان معدل كمية المعلومات المراد تمريرها بين نقطتين هو (R) فإنه يلزمنا قناة بسعة:

$$B \geq \frac{R}{Thr} \ bps \qquad (9)$$

كي يتم الإرسال بين هاتين النقطتين. وكما نرى فإن الفعالية لم تعتمد على سعة القناة بشكل مباشر وإنما على طريقة المناولة وإحصائيات الاستخدام. واختيارنا لسعة القناة عندها تعتمد على أنواع الوصلات المتاحة للاستخدام (من وجهة نظر عملية، حيث تتوفر وصلات بسعات قياسية فقط).

ونعود هنا لمثال مصنع الأدوية السابق كي نحسب سعة قنوات الاتصال اللازمة بين نقاط التوزيع والحواسيب وأيضاً بين الإدارة والمصنع وبين المصنع والمستودعات. وكي نقوم بذلك فإننا ندرس كمية المعلومات المراد تبادلها بين نقاط الشبكة المختلفة (وهذا بحاجة إلى معرفة طبيعة المعلومات بدقة والبرمجيات المستخدمة في النظام). فلو فرضنا أن الأجهزة الموصولة في المصنع بحاجة إلى 5Kbps لجمع معلومات خط الإنتاج لكل جهاز و 10 Kbps للأجهزة المربوطة على الانترنت و 12Kbps لأجهزة المستودعات و 20Kbps لأجهزة الإدارة. فمن هذه الأرقام نرى أن سعة الشبكة المحدودة في المستودعات يجب أن تكون أكبر من

$$R_3 = 4\times 12\ Kbps + 2\times 10\ Kpbs\ = 68\ Kbps$$

حيث هنالك 4 أجهزة لجمع المعلومات و جهازان للإنترنت. وسعة شبكة المصنع هي:

$$R_2 = 10 \times 5\ Kbps + 4 \times 10\ Kpbs + 2 \times 20\ Kbps = 130\ Kbps$$

حيث هنالك 10 أجهزة لجمع المعلومات و 4 أجهزة للإنترنت وجهازا مراقبة وتكون سعة شبكة الإدارة

$$R_1 = 4 \times 10\ Kbps + 16 \times 20\ Kbps = 360\ Kbps$$

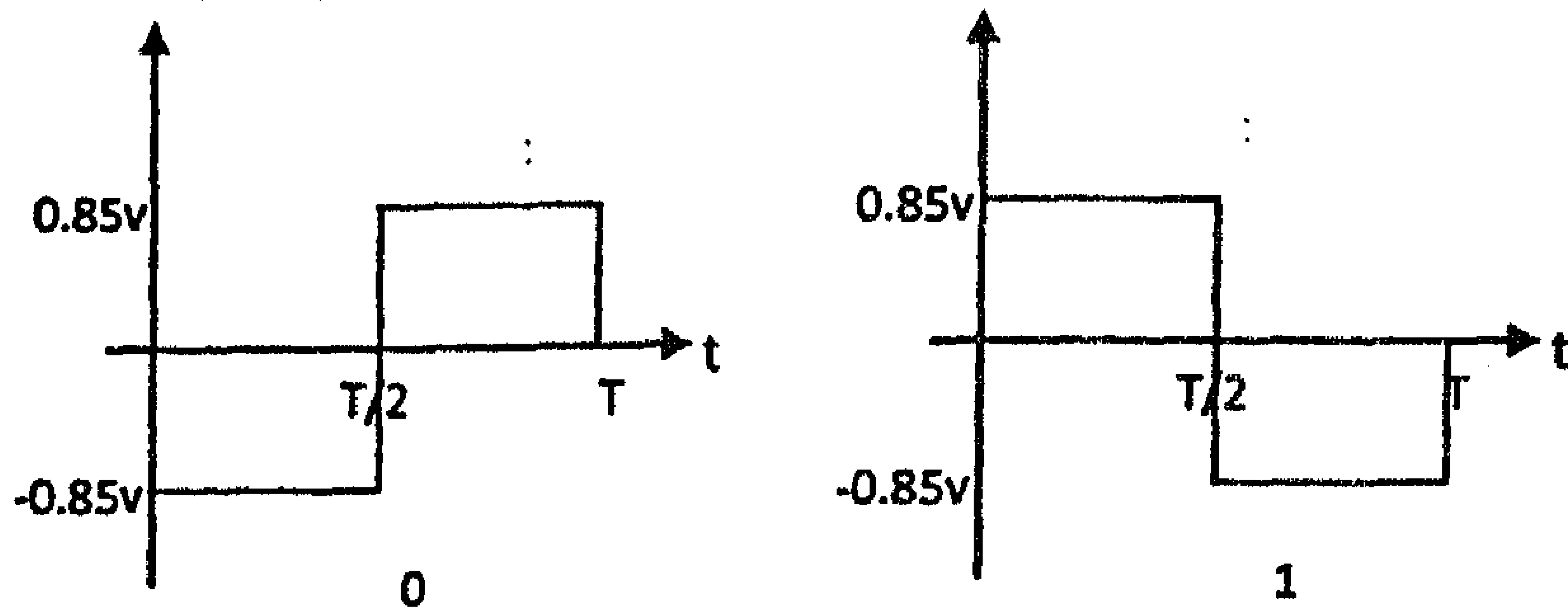
ولحساب سعة القناة (الشبكة) لكل موقع فإننا بحاجة لمعرفة فعالية كل شبكة، فلو فرضنا أن فعالية الشبكة هي 65٪ فإن سعة شبكة المستودعات تكون $B_3 = R_3 / 0.65 = 104.6 Kbps$ وسعة شبكة المصنع تكون 200 Kbps وسعة شبكة الإدارة تكون 553.8 Kbps. وأنوع الوصلات المتوفرة لتكوين الشبكات المحدودة عادة ما تكون سعتها أكبر من المطلوب هنا بكثير فمثلاً وصلات الشبكة الأثيرية تتراوح سرعتها ما بين 10 Mbps و 100 Mbps التي هي أكبر بكثير من المطلوب هنا وعادة ما تكون أسعارها مناسبة جداً.

أما عن الوصلات بين المستودعات والمصنع فإننا بحاجة إلى وصلة سعتها أكبر من 104.6Kbps مثلاً نستطيع حجز خط ISDN - 128 Kbps من شركة الهاتف للقيام بالعمل بين المصنع والإدارة مباشرة بدلاً من المرور من خلال المصنع ونحتاج إلى وصلة بين المصنع والإدارة بسعة أكبر من 200 Kbps وتلعب العوامل الاقتصادية دوراً هاماً في اختيار الوصلات حيث إنه يتوفر وصلة بسرعة 256 Kbps وهي أكبر من حاجتنا بين المصنع والإدارة. ويبقى حساب وصلة الانترنت مع شركة الانترنت حيث يوجد ما مجموعه 10 أجهزة في الشركة لاستخدام الانترنت 4 في الإدارة و 4 في المصنع واثنان في المستودعات وهي بحاجة إلى 100 /0.65 = 153.8 Kbps وهذا يتطلب وصلة بسرعة أكبر من ذلك وقد نختار وصلة قياسية بسرعة 256 Kbps. وأخيراً فإن نقطتي الاتصال الخارجي لاستخدام المديرين بحاجة إلى سرعة 20 /0.65 = 30.9 Kbps لكل واحدة وهنا نستطيع استخدام شركة الهاتف للوصول للشبكة عن طريق وصلة (Dial-up) والمكونة من خط هاتف عادي مع مودم والذي عادة ما

تكون سرعته 56.6 Kbps. فيما يلي نناقش مثالاً مهماً جداً على الشبكات المحدودة وهو الشبكة الأثيرية.

5.2 الشبكة الأثيرية Ethernet

الشبكة الأثيرية هي معايير لتكوين شبكة محلية محدودة وضعت بالتعاون مع شركة زيروكس وهي مكافئة للوصف المعياري من IEEE 802.3 وقد استخدمت في أكثر من ٪80 من مجموع الشبكات المحلية وهنالك ثلاثة أنواع من هذه الشبكة من حيث سرعة نقل المعلومات الأول سرعته 10 Mbps والثاني 100 Mbps والثالث سرعته 1000 Mbps. وتقوم هذه الشبكة على أساس إرسال المعلومات بواسطة حزم وتستخدم طريقة مانشستر لترميز البتات كما هو موضح في الشكل (13).



شكل (13): ترميز مانشستر المستخدم في الشبكة الأثيرية حيث T إما 0.1µ sec أو 0.01µ sec أو 0.001µ sec

وتحتوى كل حزمة معلومات في بدايتها على 64 بتاً للتزامن وتتكون هذه المعلومات بوضع [10...1010] في بداية الحزمة. وتشترك جميع الأجهزة الموصولة على الشبكة الأثيرية بزوج من الأسلاك الملتوية (Twisted pair) لذلك فعندما يرسل أحد الأجهزة معلومات فإن بقية الأجهزة لا تستطيع الإرسال وإن حدث وأرسل جهازان في نفس الوقت فيقع ما يسمى بالتصادم وهذا التصادم تكشفه نقطة التجميع (Hub). وفي حالة توصيل الشبكة بشكل (Buss) فإن الجهاز الذي يبعث المعلومات يستقبلها في

نفس الوقت ويقارنها فإن اختلفت يكون هنالك تصادم.

وعملية الإرسال من كل جهاز تتبع الخوارزمية التالية:

أ- انتظر حتى تكون قناة الإرسال خالية من الإرساليات.

ب- أرسل معلوماتك عندما تكون قناة الإرسال خالية.

ج- إذا حدث تصادم، أوقف إرسالك وانتظر لمدة عشوائية وأرسل رسالة (JAM) ثم اذهب إلى النقطة أ.

وتتكون حزمة المعلومات المرسلة من خلال الشبكة الأثيرية كما هو موضح في شكل (14) حيث يكون المجموع الكلي للبايتات المكونة للحزمة متغيراً ويبدأ من 64 إلى 1518 بايتاً. (512 بتاً إلى 12144 بتاً) ويضاف إليه 8 بايت في البداية للتزامن و 4 بايت للكشف عن الأخطاء في النهاية.

		جسم الحزمة (64 → 1518 bytes) عدد البايتات								
7	1	6	6	2	1	1	1or 2			4
PRE	SFD	DA	SA	LEN	DSAP	SSAP	CONT	Data	PAD	CRC
					LLC Frame					

شكل (14): حزمة الشبكة الأثيرية حسب IEEE 802.3، الرقم في الخانة العلوية يمثل عدد البايتات لكل حقل.

والجدول (2) يلخص معاني الاختصارات.

جدول (2): معاني الاختصارات المستخدمة في الشبكة الأثيرية

استعمالها	الوصف	الاختصار	الطول بالبايت
٦٤ بتاً للتزامن	Preamble	PRE	7
	Start - of - frame delimiter	SFD	1
عنوان المرسل إليه	Destination address	DA	6

6	SA	Source address	عنوان المرسل
2	LEN	Length of frame	طول الحزمة
1	DSAD	Control signals by LLC	معلومات تحكم لاستخدام LLC
1	SSAD		
1/2	CONT		
–	DATA	Main Data	المعلومات المراد إرسالها
	PAD	Padding field	إذا كان عدد البيانات أقل من 512 بتاً
4	CRC	Cyclic Redundancy Check	

وهنالك بعض الاختلافات بين الحزمة المعرفة من قبل شركة زيروكس أو إنتل Intel أو دك DEC عن الحزمة القياسية المعرفة من قبل IEEE 802.3 وذلك بتبديل الحقل LEN بحقل مكافئ له يعبر عن نوع البروتوكول (Type).

وكما هو مبين في الخوارزمية فإنه في حالة التصادم يرسل إشارة تسمى JAM وهي 32 بتاً تختار بشكل عشوائي وذلك حتى يتسنى لجميع النقاط الموصولة على نقطة التجميع لمعرفة أنه حدث تصادم. وإن حصل وحدث تصادم عند إعادة محاولة الإرسال (وفي هذه الحالة تكون الشبكة مشغولة جداً) فإن المرسل يكرر المحاولة 16 مرة وبعدها يلغي المحاولة. وحتى نحدد فترة الانتظار العشوائية فإننا نختار رقم K عشوائياً بين صفر إلى 2^m-1 حيث $m=\min(10,n)$ بعد تكرار المحاولة للمرة n. ثم يكون زمن الانتظار حسب سرعة الشبكة كالتالي:

$$t_{wait}=512\times K\ \mu\text{sec}\qquad(10Mbps)$$

$$t_{wait}=51.2\times K\ \mu\text{sec}\qquad(100Mbps)$$

مثال (7)

احسب زمن الانتظار إذا حصل تصادم للمرة الخامسة.

الحل:

هنا $n = 5$ $m = \min(10, n) = 5$

إذاً نختار رقماً بين صفر و $2^5 - 1 = 31$ لنقل $K = 17$ (يمكن أن يكون أي رقم آخر) وعندها نحسب زمن الانتظار. $t_{wait} = 512 \times 17 = 87.4\ \mu sec$ وإن كانت سرعة الشبكة الأثيرية 100 Mbps فإن زمن الانتظار يصبح $t_{wait} = 51.2 \times 17 = 8.74\ \mu sec$

وإذا أردنا حساب فعالية الشبكة الأثيرية فإننا نجد أنها تتراوح ما بين 40٪ إلى 80٪ ولتقليل التصادم (زيادة الفعالية) فإننا نستطيع استخدام نقطة تجميع ذكية بدلاً من نقطة التجميع العادية وهنا فإن الحزم الواصلة يعاد إرسالها فقط في الاتجاه المراد الإرسال إليه وليس بكل الاتجاهات كما في حالة نقاط التجميع العادية. لذلك فنسبة التصادم تقل عنها في الحالة الأولى والفعالية تزداد. وحيث إن الشبكة الأثيرية تستخدم رموز مانشستر حسب ما هو مبين في شكل (13) فإن المسافة القصوى الممكن إرسالها على زوج الأسلاك الملتوية تكون محدودة وينصح بأن لا تزيد المسافة بين جهاز الحاسوب ونقطة التجميع عن 180 متراً. وفيما يلي سنناقش طريقة تشغيل الشبكات وبروتوكولات نقل البيانات.

تدريب (1)

1- ما هي أنواع شبكات الاتصال الرقمي؟

2- من أي ناحية تقسم شبكات الاتصال الرقمي؟

3- لو علمت أن شركة لديها أربعة فروع، كل فرع في مدينة مختلفة وهذه الشركة قامت بتركيب شبكة حواسيب، فما نوع هذه الشبكة؟

4- إذا علمت أن الشركة الوطنية بحاجة إلى تركيب شبكة حواسيب تكون مهمتها تخزين المعلومات المالية على جهاز خادم وتشغيل برمجيات تقوم بتغذية هذه المعلومات من عشرة مكاتب مختلفة وكذلك يكون لدى 20 مكتباً إمكانية تصفح الانترنت بسرعة 20 كليوبايت في الثانية. المطلوب هو تصميم الشبكة وحساب سرعة وصلة الانترنت المطلوبة لها.

5- إذا علمت أن إحدى الشركات تملك شبكة حواسيب كما هو مبين في الجدول.

[illegible]	العدد	سرعة الوصلة
جهاز خادم	1	100 Mbps
حواسيب شخصية	20	10 Mbps
وصلة انترنت	1	128 Kbps

إذا تطلب كل جهاز 10 كيلوبايت في الثانية للوصول إلى الانترنت، احسب فعالية الشبكة واحسب سعة وصلة الانترنت المطلوبة لهذه الشركة.

6- اشرح مفهوم الشبكة الأثيرية؟

7- إذا علمت أن إحدى القنوات بسعة 10 Mbps وقمنا بإرسال معلومات بسرعة 7.5 Mbps وكان هنالك 2% من هذه المعلومات خاطئة فكم فعالية هذه القناة؟

8- إذا علمت أن إحدى الوصلات على شبكة الحاسوب تشارك كما في الجدول علماً بأن نسبة الخطأ في الإرسال لكل مستخدم كما يلي:

$X_1 = 2\%$

$X_2 = X_3 = X_4 = X_5 = X_6 = 5\%$

$X_7 = X_8 = X_9 = 10\%$

X 10%	30% X	100% X
X_6 10%		
X 10%	30% X	
X_8 10%		
X 60%	40% X	
T	0.5 T	0.2 T

احسب فعالية الوصلة.

أسئلة التقويم الذاتي (1)

- عدد أحجام شبكات الاتصال.
- اذكر أنواع الشبكات من حيث التوصيل.
- عرف كل مما يلي:
    - نقطة التجميع
    - نقاط إعادة البث
    - وصلات الاتصال
    - الوصلات الرقمية المتخصصة
- عرف الشبكة الأثيرية.

3. بروتوكولات نقل البيانات الرقمية

1.3 لمحة عامة

حيث إن عملية نقل البيانات الرقمية تتم من خلال تحويل المعلومات من شكلها الأصلي إلى شكلها الرقمي ومن ثم إرسالها عبر قنوات الاتصال الرقمية فإن من اللازم تعريف لغة تخاطب خاصة بين أطراف الإرسال والاستقبال المختلفة. وإذا أردنا جعل هذه العملية تخدم اكبر عدد ممكن من المستخدمين وجب علينا جعل هذه اللغة عامة بقدر الامكان وتخدم جميع الأغراض الممكنة من الاتصال الرقمي. فمثلاً يمكن إرسال معلومات صوتية أو معلومات مرئية عبر شبكات الاتصال الرقمية، وجميع هذه المعلومات ترسل على شكل أرقام متتابعة لذلك يجب اضافة معلومات تعريفية عن المعلومات الرئيسية المرسلة وكذلك فإن أنظمة الاتصال الرقمية كما درسنا سابقاً بحاجة إلى إتمام الغاية منها إلى معلومات إضافية عن التزامن وكشف وتصحيح الأخطاء وعنوان المرسل والمرسل إليه .. إلخ. لهذا كله كان لابد من اتخاذ مقياس واحد لتصميم شبكات الاتصال الرقمي وكان هذا النظام على شكل مجموعة بروتوكولات وتنظيم عام.

ففي نهاية السبعينيّات فإن الجمعية العالمية للمعايير القياسية (ISO) International Organization for Standardization قامت بوضع نموذج متكامل لتصميم الشبكات الرقمية (Open System Interconnection (OSI. وهذا النموذج يقسم مراحل الشبكة إلى سبع طبقات أو أقسام. فيما يلي ندرس هذه الأقسام بالتفصيل.

2.3 بروتوكولات الشبكات الرقمية ونظام OSI

يعرف نظام OSI بطبقات سبع تضم جميع مكونات شبكات الاتصال الرقمي وهي:

1. الطبقة الأولى: طبقة الاتصال المادي (Physical Layer)، وهي الطبقة التي يتم من خلالها إرسال واستقبال المعلومات الرقمية على شكل إشارات كهربائية وهي

تمثل قناة الاتصال الرقمية.

2. الطبقة الثانية: طبقة إيصال المعلومات (DataLink Layer)، وهي الطبقة التي يتم فيها وضع المعلومات في حزم وتغذيها إلى الطبقة الأولى ومن خلال هذه الطبقة يتم فحص وجود الأخطاء لإعادة الإرسال إذا لزم.

3. الطبقة الثالثة: طبقة الشبكة (Network Layer)، ويتم في هذه الطبقة تحديد مسار المعلومات من المرسل إلى المستقبل ويمكن أن تستخدم هذه الطبقة لإعادة إرسال المعلومات بإتجاه المرسل إليه.

4. الطبقة الرابعة: طبقة النقل (Transport Layer)، وهنا يتم مراقبة إرسال واستقبال المعلومات على شكل حزم من المرسل إلى المرسل إليه، وهنا أيضاً يمكن أن تفحص المعلومات لوجود أخطاء وإعادة الإرسال في هذه الحالة. تتحكم هذه الطبقة بمعدل إرسال المعلومات.

5. الطبقة الخامسة: طبقة حصة الإرسال (Session Layer)، وهنا يتم مراقبة وتفعيل عملية الإرسال عند كلا الطرفين.

6. الطبقة السادسة: طبقة العرض (Presentation Layer)، وهنا تتم عملية ضغط المعلومات وحمايتها وتحويل البروتوكول إذا لزم كي يستطيع أكثر من طرف من التخاطب بلغة واحدة.

7. الطبقة السابعة: طبقة التطبيقات (Application Layer)، وهنا يتم بناء ,تنفيذ التطبيقات المختلفة على الشبكة من نقل ملفات وإظهارها والاتصال مع المستخدم.

وأيضاً فهنالك نموذج مشهور آخر يستخدم غالباً في شبكات الانترنت وهو قائم على نموذج IEEE 802 وهو مكون من أربع طبقات رئيسة:

1. الطبقة الأولى: طبقة الوصلة (LAN)، يتم فيها إرسال المعلومات عبر قناة واحدة.

2. الطبقة الثانية: طبقة الشبكة (Network Layer)، ويتم هنا إرسال المعلومات عبر أكثر من وصلة عبر الشبكة.

3. الطبقة الثالثة: طبقة النقل (Transport Layer)، وهنا تتم مراقبة إرسال

واستقبال المعلومات عبر الشبكة.

4. الطبقة الرابعة: طبقة التطبيقات (Application Layer)، وهنا يعرف عدد من خدمات الإتصال مثل نقل الملفات والبريد الالكتروني.. إلخ.

وفي عام 1994 وضع المجمع الوطني للبحوث National Research Council نموذجاً Open Data Network (ODN) يعرف به أربع طبقات كالتالي:

1. الطبقة الأولى: طبقة الاتصال المادي (physical Layer)، وتستخدم هذه الطبقة قنوات اتصال رقمية سلكية ولاسلكية مثل (SONET, DBS, CATV...).

2. الطبقة الثانية: طبقة الخدمات (Service Layer)، وهنا يتم فيها تنفيذ خدمات الاتصال على عدة أشكال مثل (ATM, IP, CDPD, Frame Relay, X.25).

3. الطبقة الثالثة: الطبقة الوسطى (Intermediate Layer)، ويتم بناء خدمات الاتصال وحماية المعلومات.

4. الطبقة الرابعة: طبقة التطبيقات (Application Layer)، ويتم فيها بناء تطبيقات الاتصال المرئي والبريد الإلكتروني وصفحات الويب.

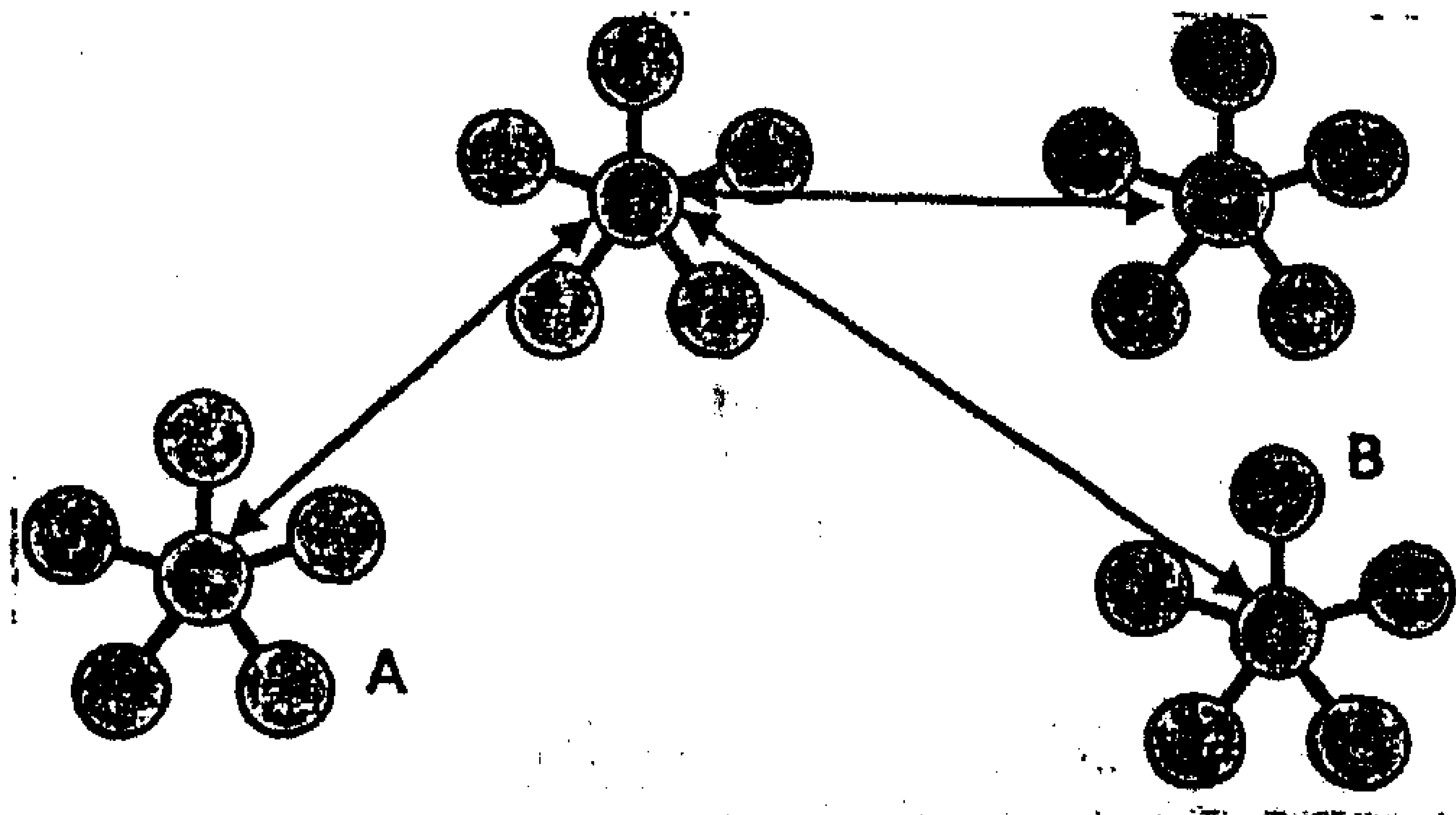
وكما نرى مما سبق أن النظامين (OSI) و (ODN) يشتركان في العمليات الرئيسية من الطبقة المادية وحتى طبقة التطبيقات وتتم عمليات تصحيح الأخطاء واكتشافها وكذلك تنظيم المرور في الشبكة وحيث إن تنظيم المرور في الشبكة يحدد فعالية الشبكة فإننا نستعرض أهم الطرق المتبعة لتنظيم المرور.

3.3 تنظيم المرور في الشبكات الرقمية

يتم تنظيم المرور في الشبكات الرقمية كي نتمكن من استخدام الشبكة بأكبر فعالية ممكنة وذلك بأخذ خصائص الشبكة بعين الاعتبار وهذه الخصائص تتمثل بسعة كل وصلة بين طرفي الشبكة (المرسل والمستقبل) وكذلك حجم الذاكرة المتوفرة عند كل

نقطة اتصال. فعند إرسال معلومة معينة إلى طرف آخر فإنه يجب على الشبكة ايصال هذه المعلومة بأكبر فعالية ممكنة وان حصل ولم تصل هذه المعلومة بسبب ما فإن الإرسال لا يكون ناجحاً وتقل بذلك فعالية الشبكة وأسباب عدم وصول هذه المعلومات هي وجود أخطاء من خلال القناة أو أنه لا يوجد مكان لهذه المعلومات في الذاكرة المخصصة لاستقبال وتمرير المعلومات عند نقاط الاتصال المختلفة. وكي نقلل من تأثير حجم الذاكرة فإننا نتحكم بحجم المعلومات حتى لا نضطر لإعادة الإرسال وبذلك تقل فعالية الشبكة بشكل أكبر. وفي الشبكات الكبيرة فإن التحكم في المسار يحسّن من فعالية الشبكة ويقلل من زمن التأخير للمعلومات وكذلك يقلل من كلفة الإرسال. وكمثال على عملية تنظيم المرور فإننا ندرس الشبكة كما في شكل (15).

وهنا يريد المستخدم A أن يبعث معلومات للمستخدم B من خلال الشبكة وحتى يتم الإرسال فإن الشبكة تتخذ قرارين: الأول هو عن إمكانية تمرير هذه المعلومات والثاني عن المسار الذي ستمر به هذه المعلومات. وكي تقرر الشبكة إمكانية تمرير المعلومات يجب أن يكون هنالك مكان لهذه المعلومات على وصلات الاتصال من A إلى B، ثم يحسب أفضل مسار لهذه المعلومات من خلال أحد الخوارزميات المستخدمة لإيجاد المسار، حيث يتطلب إيجاد أفضل نقطة اتصال في الشبكة ومن أهم العوامل التي تتحكم في تحديد المسار هو زمن التأخير حيث إنه عندما يزداد هذا الزمن فإن الإرسال عبر هذا المسار لا يكون عملياً وخاصة في التطبيقات السريعة والحية مثل إرسال الصوت أو الصورة بطريقة رقمية عبر الشبكة.



شكل (15): مثال على شبكة اتصال رقمية.

وللتحكم بمرور المعلومات فإن الشبكات تتبنى بعض الخوارزميات لتمرير المعلومات وتحديد مسارها ويعتمد ذلك على طبيعة الشبكة والبروتوكولات المستخدمة فيها وفيما يلي نستعرض شبكة الانترنت وبروتوكول TCP /IP.

4.3 شبكة الانترنت وبروتوكول TCP/IP

تعتبر شبكة الانترنت أهم وأوسع الشبكات انتشاراً من حيث عدد المستخدمين والتطبيقات التي تنفذ من خلالها. فهنالك تطبيقات إعلامية تستخدم لإعلام المستخدمين عن الخدمات التي يقدمها الطرف المعلن أو يستطيع مستخدم الشبكة الاستعلام عن معلومات والبحث عنها من خلال تطبيقات (محركات البحث) وكذلك فإنه عبر هذه الشبكة نستطيع إرسال واستقبال الرسائل الالكترونية (E-mail).

تحتوي شبكة الانترنت على مجموعة كبيرة جداً من نقاط الاتصال وقنوات الاتصال موزعة على الكرة الأرضية شرقها وغربها، شمالها وجنوبها ويكاد لا يخلو منزل من نقطة اتصال على هذه الشبكة فهي تشبه شبكة العنكبوت وهي إحدى تسمياتها (الشبكة العنكبوتية). وحتى تستطيع إيصال خدمات الانترنت للمستخدمين وبناء الخدمات التجارية عليها يجب أن يكون هنالك عناوين لمختلف المستخدمين على الشبكة. وهذه العناوين يجب أن تكون مقروءة وسهلة الحفظ وتعبر عن أصحابها. لذلك تم الاصطلاح على كتابة هذه العناوين من عدة أجزاء كما في المثال التالي:

http:\\www.jordan.com.jo\index.html

وتحتوي من اليمين إلى اليسار على اسم الصفحة، الدولة، نوع الموقع، اسم الموقع، بادئة نوع البروتوكول حيث إن هذا العنوان ينقسم إلى ثلاثة أجزاء رئيسية:

الأول: نوع البروتوكول- وهنا يحدد نوع المادة وطريقة التخاطب مع الجهاز الخادم في الطرف الآخر من الشبكة. والأنواع المستخدمة هي:

1- http (hyper text transfer protocol)

2- ftp (file transfer protocol)

الثاني: عنوان الجهاز الخادم- وهذا الجزء يحتوي على أربعة أجزاء مقروءة

بادئة	www
اسم الموقع	location name
نوع الموقع	location type
رمز الدولة	country code

وهذه الحروف التي لها مدلولات لغوية تترجم إلى أرقام تمثل موقع الجهاز الخادم وموقع الصفحات عليه. وتتم عملية الترجمة بما يسمى بـ (Domain Name Server) DNS فكل موقع له رقم خاص به كما هو الحال بأرقام التليفونات وينقسم هذا الرقم إلى أربع خانات كل خانة تتكون من رقم سعته بايت واحد. فمثلاً:

www.jordan.com.jo172.0.10.1 =

لذلك بإمكاننا الاستعاضة عن العنوان المكتوب بهذا الرقم المسمى بـ -IP) (Address وهنالك رقم خاص لكل جهاز يعرفه بشكل خاص على مستوى العالم ويسمى بـ(MAC Address) ويتكون هذا الرقم من 48 بتاً.

ومن الجدير بالذكر هنا أن IP-Address يمكن إعادة استخدامه في حالات معينة سنوردها فيما بعد أما الـ MAC Address فهو ثابت لكل جهاز ولا يعاد استخدامه على الشبكة ويستخدم في بروتوكولات أخرى غير المستخدمة في بروتوكولات الانترنت.

وحتى يعرِّف عنوان الانترنت (IP-Address) الشبكة وأجهزة الحواسيب المكونة لها فإنه يقسم إلى قسمين: الأول يعرِّف الشبكة والقسم الثاني يعرِّف الجهاز داخل هذه الشبكة. فالجزء الأول يجب أن لا يكون له مثيل في شبكات العالم، والجزء الثاني لا يمكن أن يكون له مثيل داخل الشبكة الواحدة وهنالك ثلاثة أنواع من الشبكات من حيث أقسام العناوين.

1. نوع أ (Class A Network): وهنا يكون البايت الأول من اليسار يدل على عنوان الشبكة ونوعها ويأخذ الأرقام من 1 إلى 126.

2. **نوع ب (Class B Network): وهنا يكون أول بايتين من اليسار يمثلان عنوان الشبكة ونوعها ويكون البايت الأول من 128 إلى 191 والثاني من 0 إلى 254.**

3. **نوع ج (Class C Network) وهنا يكون أول ثلاثة بايتات من اليسار للدلالة على عنوان الشبكة ونوعها حيث البايت الأول يأخذ الأرقام من 192 إلى 223 والثاني من صفر إلى 255 والثالث من 0 إلى 254. شكل (16) يمثل مختلف أنواع عناوين الانترنت.**

Byte No.	1		2	[illegible]	[illegible]
Class A	0	Net	Host Comp.		
Class B	10	Net		Host Comp.	
Class C	110	Net			Host Comp.

شكل (16): أنواع عناوين الانترنت

وهنالك عنوان خاص لكل شبكة يسمى العنوان العام (Broadcast Address) وهو يتكون من عنوان الشبكة ويدل عنوان جهاز الحاسوب نضع جميع البتات 1. مثلاً على شبكة من نوع جـ يوجد جهاز بعنوان 203.17.3.5 ويكون العنوان العام هو 203.17.3.255 وهذا العنوان يستقبله جميع الأجهزة الموجودة على هذه الشبكة.

ولأمور إدارة الشبكات فهذه الشبكات (من نوع ب و جـ) يمكن تقسيمها إلى شبكات أصغر (Sub Nets) لذلك فإن البايت الأخير من عنوان الشبكة يمكن أن يعرف 254 شبكة مصغرة كل واحدة تحتوى على 254 جهازاً من نوع جـ. فيصبح العنوان كالتالي

10	Net	Sub Net	Host

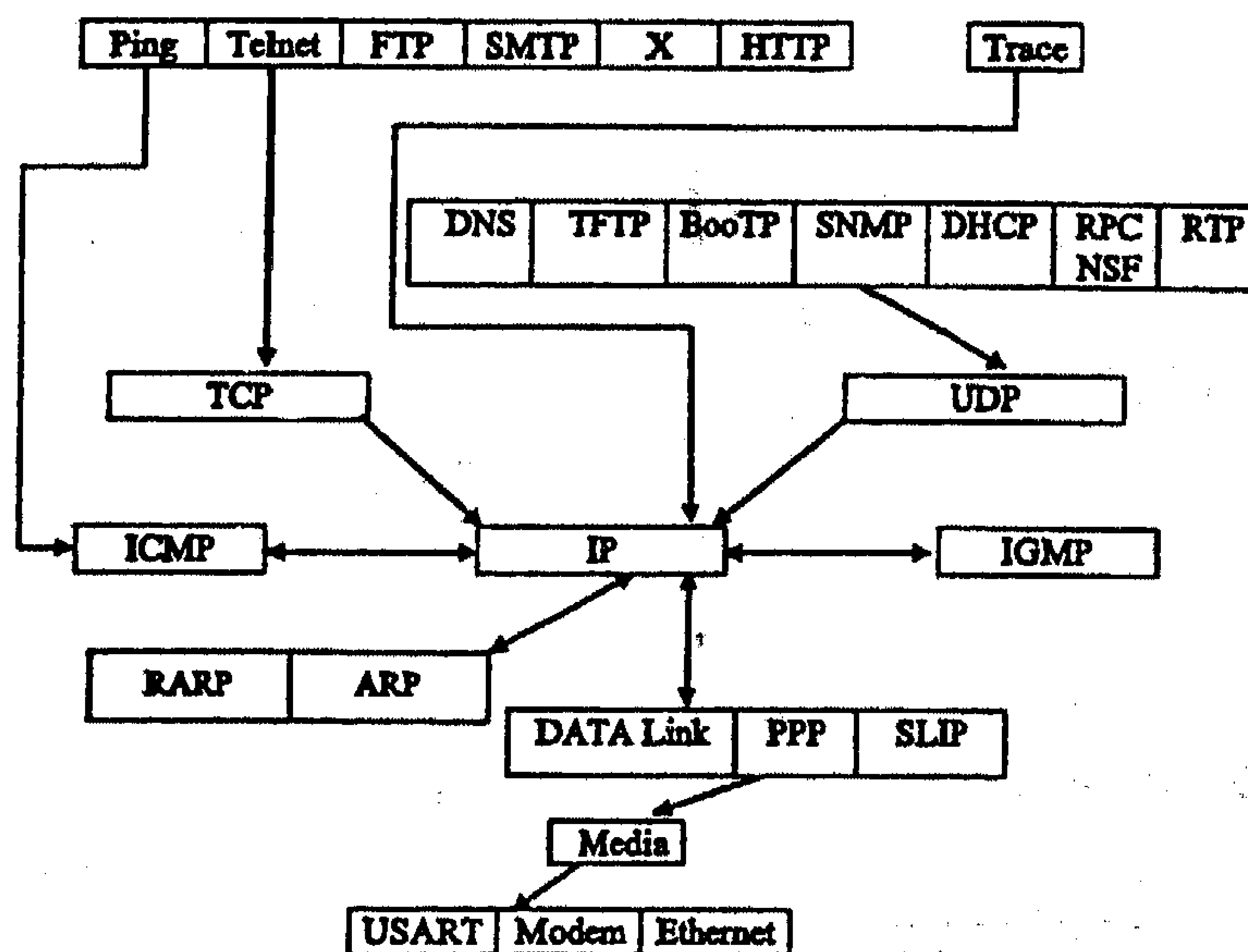
وحتى نعرف عنوان الـ شبكة المصغرة (subnet) فإننا نستخدم قناعاً يسمى

(Net mask) ويكون (255.255.255.0). فمثلاً العنوان 149.140.25.81 هو من نوع ب وعنوان الشبكة هو 149.140 وعنوان الشبكة المصغرة هو 25 وعنوان جهاز الحاسوب هو 81.

حتى نستطيع استخدام الحواسيب لتمرير معلومات حسب التطبيقات المستخدمة على الانترنت فإنه يلزمنا استخدام البروتوكولات المتعلقة بشبكة الانترنت، شكل (17) يمثل تنظيم بروتوكولات الانترنت حسب النظام القياسي.

طبقة التطبيقات	FTP	HTTP	SNMP	DHCP
طبقة النقل	TCP		UDP	
طبقة الانترنت	ICMP		IP	ARP
طبقة الشبكة	SLIP			PPP
طبقة الوصل	Ethernet	USART		Modem

شكل (17-أ): طبقات شبكة الانترنت المختصر



شكل (17-ب): تنظيم بروتوكولات الإنترنت (TCP /IP) المفصَّل

وتتم عملية الاتصال بتكوين حزمة (Packet) حسب نوع التطبيقات ثم تمريرها للطبقة التالية (TCP أو UDP) التي بدورها تضيف ترويسة (Header) لهذه المعلومات وتمررها للطبقة التالية (IP , ICMP) وهنا يضاف ترويسة أخرى وتمرر الحزمة إلى الطبقة التي تليها (PPP , SLIP , ARP) وأيضاً يضاف إلى الحزمة ترويسة أخرى وتمرر إلى طبقة الوصلة التي بدورها تضيف ترويسة أخرى وتمرر الحزمة عبر الشبكة. كما هو موضح في شكل (18).

حزمة معلومات	H1					التطبيق
حزمة معلومات	H1	H2				النقل
حزمة معلومات	H1	H2	H3			الانترنت
حزمة معلومات	H1	H2	H3	H4		الشبكة
حزمة معلومات	H1	H2	H3	H4	H5	الوصلة

شكل (18): مراحل تكوين حزمة الانترنت Datagram حيث كل طبقة تضيف ترويستها H الخاصة.

في البداية سنقوم بتفصيل مختلف البروتوكولات المستخدمة كلاً على حدة ثم نرى أمثلة عملية على حزمة الانترنت.

1. ديناميكية تعريف المراسيم الخاصة للنظام المضيف (DHCP) Dynamic Host Configuration Protocol

وهذا البروتوكول يعرف حزمة من المعلومات لاستخدامها عبر الشبكة لطلب وتوصيل عنوان انترنت للأجهزة (IP-Address) وذلك لأن عدد هذه العناوين محدود، لهذا فإن كل شبكة محلية بحاجة إلى عنوان انترنت واحد يعرفها إلى العالم الخارجي أما داخليا فيمكن أن تكون عناوين الأجهزة المربوطة متكررة في شبكات أخرى وكذلك فإن العناوين الداخلية ليست شرطاً أن تكون ثابتة لذلك فإن أحد الخوادم على الشبكة تكون مهمته إعطاء عناوين للأجهزة المربوطة على الشبكة من خلال بروتوكول (DHCP). وتتم عملية الاتصال مع خادم DHCP عند تشغيل الأجهزة (Boot-up).

2. المراسيم الخاصة لإدارة الشبكة البسيطة (SNMP) Simple Network Management Protocol

وهذا البروتوكول يستخدم لبرمجة وتغيير بعض معلومات إدارة الشبكة عن طريق التغيير في مدخلات قاعدة البيانات المسماة Management Information (MIB) Database وعادة ما يستخدم برتوكول UDP لإرسال المعلومات والتقارير خلال الشبكة.

3. المراسيم الخاصة لنقل الملفات (FTP) File Transfer Protocol

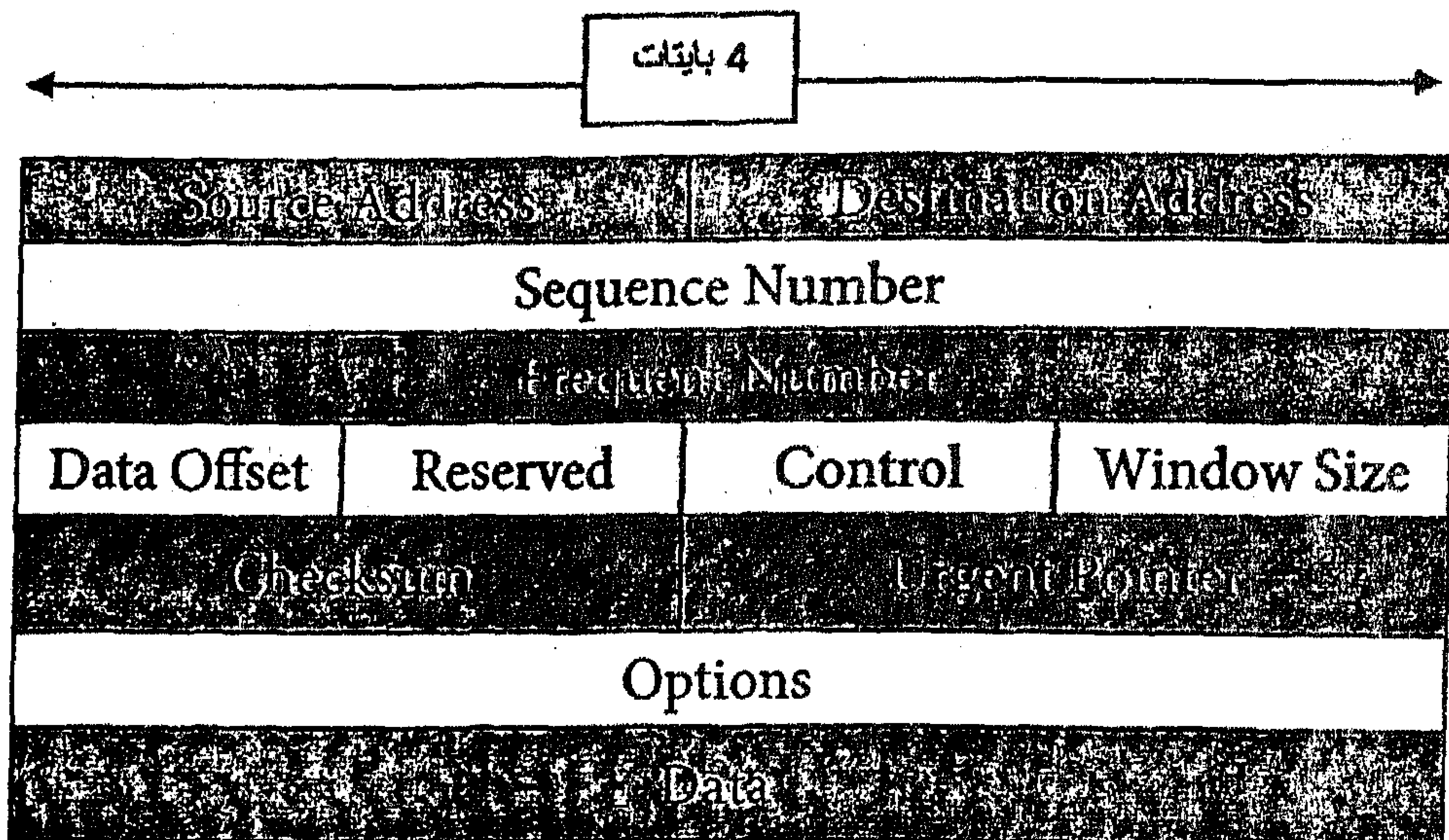
ويعنى هذا البروتوكول بنقل الملفات عبر الشبكة.

4. المراسيم الخاصة لنقل النص المترابط (HTTP): Hyper Text Transfer Protocol

وهذا البروتوكول هو الأهم في شبكة الانترنت حيث يستخدم لتصفح صفحات الويب المختلفة. ومن خلاله نقوم بطلب الصفحات المراد تصفحها وتعود إلينا المعلومات من خلال الشبكة. ولإرسال واستقبال المعلومات فإن هذا البروتوكول يستخدم إما (TCP) أو (UDP).

5. المراسيم الخاصة لنقل التحكم أو السيطرة (TCP): Transmission Control Protocol

هذا البروتوكول يعطي التطبيقات وسيلة اتصال حزمية عالية الجودة بين نقطتين على الشبكة. حيث يبدأ الاتصال بين النقطتين بطيئاً بعض الشيء حيث يكون حجم الحزمة صغيراً ويزداد حسب وضع المرور على الشبكة. فعند المرسل تقسم المعلومات إلى حزم تسمى (TCP- Segments) ويستخدم بروتوكول TCP مؤقتاً لانتظار تأكيد وصول المعلومات صحيحة ACK لكل حزمة وإن لم تصل ACK فإن البروتوكول يعيد إرسال الحزمة مرة أخرى. وعند المستقبل فإن الأخطاء ممكن اكتشافها وإن لم يكن هنالك أخطاء فإن المستقبل يبعث رسالة للمرسل ACK يعلمه بوصول المعلومة بشكل صحيح. والحزم التي تصل يعاد ترتيبها بشكل صحيح والحزم المتكررة تهمل إحداها. ويضيف هذا البروتوكول ترويسة (Header) إلى المعلومات كما هو مبين في شكل (19).



شكل (19): TCP Header

ويتحكم بروتوكول TCP بحجم الحزمة حسب حالة ازدحام الشبكة كما يلي:

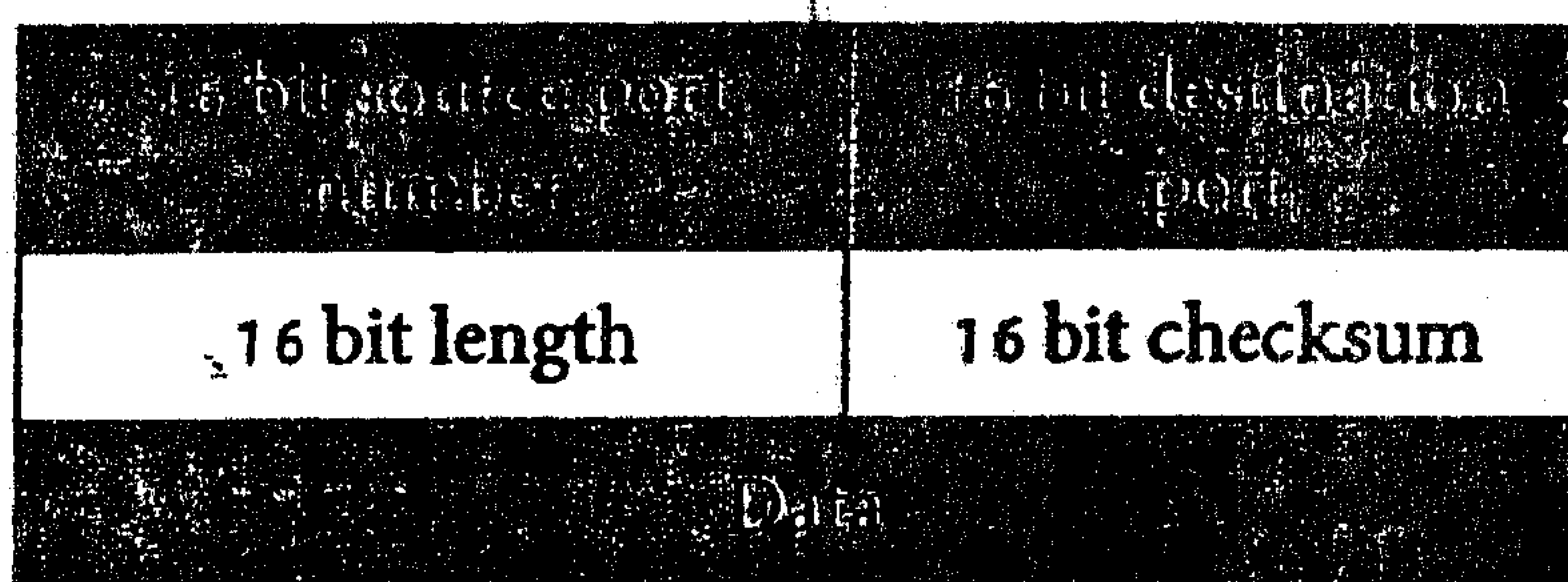
يعرف حجم الحزمة (CW) بحيث لا يمكن أن تزداد المسافة الزمنية بين آخر حزمة مرسلة وآخر حزمة تم التأكيد على وصولها صحيحة كما في العلاقة: $LastSent - LastACK \leq CW$ وتحسب سرعة الإرسال كما يلي:

$R = CW / R_{tt}$ $Packet / sec$ حيث R_{tt} هي زمن الرحلة (Round trip time) ويحسب من بداية إرسال الحزمة حتى يصل التأكيد على الوصول ACK. وفي البداية تكون CW=1 وتزداد بالتدريج كلما وصل رسائل التأكيد (كل رسالة تأكيد تتضاعف CW) حتى يصل إلى الحد المسموح به ثم تصبح الزيادة بواحد كل مرة يصل تأكيد CW = CW + 1 وتبقى الزيادة حتى يصبح ازدحام في الشبكة. وفي حالة حصول ازدحام فإن بروتوكول TCP يستخدم أحد الطرق لتخفيف الازدحام وأشهرها المسماة بـReno كما يلي:

- إذا لم تصل رسائل التأكيد ACK فإن CW = 1.
- إذا وصلت رسالتان للتأكيد لنفس الحزمة فإن CW = CW /2.

6. المراسيم الخاصة بحزمة البيانات المستخدمة (UDP): User Datagram Protocol

هذا البروتوكول يستخدم لإرسال المعلومات عبر الشبكة ولكن ليس بجودة بروتوكول TCP وذلك لعدم وجود ميكانيكية للتحكم بالأخطاء. وميزته أنه لا يحتاج لكثير من العمليات الحسابية لتكوين الحزمة. وتتكون ترويسة هذا البروتوكول كما في شكل (20).



شكل (20): UDP header

7. المراسيم الخاصة للتحكم في رسائل الإنترنت (ICMP): Internet Control Message Protocol

وهذا البروتوكول يعتبر جزءاً من طبقة الـ IP ويستخدم لبناء جداول التمرير (Routing Tables) والمحافظة عليها ولحل المشاكل في الاتصال إن حصلت وللتحكم وتغيير سريان المعلومات عبر الشبكة حتى لا يحدث إشباع لص2بعض القنوات دون غيرها. ويستخدم هذا البروتوكول لفحص الشبكة فمثلاً هنالك برنامج يعمل على الحواسيب الشخصية يسمى (Ping) وهذا البرنامج يبعث (حزمة ICMP) يطلب بها رداً من عنوان معين وينتظر الرد لفترة وهذا يُظهِر إن كان المسار بين الجهاز الطالب والجهاز المراد الاستفسار عنه متصلاً أم لا. فمثلاً للاستفسار عن الجهاز 172.193.0.1 نستخدم الأمر التالي:

```
C:\>ping 172.193.0.1
```

ويكون الجواب:

Reply from 172.193.0.1 time = 10ms TTl= 32

وهنالك برنامج آخر يسمى Tracert لتتبع مسار عنوان معين على الشبكة ولمعلومات أكثر تفصيلاً راجع الملحق في نهاية هذه الوحدة حيث يحتوي على كيفية استخدام هذين البرنامجين.

8. المراسيم الخاصة بمجموعة رسائل الإنترنت (IGMP): Internet Group Message Protocol

ويسمح بمرور المعلومات لمجموعة من المستخدمين على الشبكة (Multicasting).

9. المراسيم الخاصة بالإنترنت (IP): Internet Protocol

ويكوّن هذا البروتوكول أهم غرفة عمليات شبكة الانترنت حيث يقوم بعملية تمرير المعلومات على شبكة الانترنت باستخدام عنوان المرسل والمرسل إليه حيث يبقى ثابتاً على طول المسار. وعملية تمرير المعلومات تشمل التعرف على عنوان المرسل إليه (Destination IP) ومقارنته بجدول يحتوي على معلومات المسارات (Route Table) ويقرر العملية المناسبة من بين العمليات التالية:

أ. تمرير المعلومة إلى بروتوكول أعلى.

ب. تمرير المعلومة إلى جهاز آخر عن طريق الشبكة.

ج. إهمال المعلومة.

ويحتوي جدول المسارات على أربعة أنواع من معلومات المسارات هي:

أ. مسار إلى عنوان محدد.

ب. مسار إلى عنوان شبكة مصغرة (Sub net).

ه. مسار إلى عنوان شبكة.

ح. مسار أولي يستخدم في حالة عدم وجود مسار من الأنواع الثلاثة السابقة.

ويوضح الشكل (21) ترويسة بروتوكول (IP)

Version	Header length	Service type	Total length
ID		Flags	13-bit fragment offset
TTL		Protocol	H-checksum
Source IP			
Destination IP			
Options (if any)			
Data			

شكل (21): ترويسة بروتوكول (IP)

ويمكن معرفة جدول المسارات عن طريق البرنامج (Route)

مثال (8)

إذا قمنا بطباعة الأمر التالي: C:\> route print يظهر لنا الجدول التالي:

	NetAddress	Netmask	Gateway Address	Interface	Metric
1	0.0.0.0	0.0.0.0	199.199.40.1	199.199.40.123	1
2	127.0.0.0	255.0.0.0	127.0.0.1	127.0.0.1	1
3	199.199.40.123	255.255.255.255	199.199.40.123	199.199.40.123	1
4	224.0.0.0	224.0.0.0	199.199.40.123	199.199.40.123	1
5	199.199.40.0	255.255.255.0	199.199.40.123	199.199.40.123	1

رقم 1 هو المسار الأولي (default)

رقم 2 هو مسار يدل على نفس الجهاز (Loop back)

رقم 3 هو مسار لشبكة مصغرة (Sub net)

رقم 4 هو مسار لشبكة مصغرة رقم(Sub net)

رقم 5 هو مسار لشبكة.

10. المراسيم الخاصة لاتخاذ القرار Address Resolution Protocol:(ARP)

هنا يتم تحديد عنوان الـMAC من خلال معرفة عنوان المرسل إليه (IP) للحزم

المرسلة من الجهاز. وتكون مسؤولية هذا البروتوكول بمعرفة عنوان الـ MAC للمرسل والمرسل إليه وإضافتها في الترويسة الخاصة به. لذلك فهو يحتوي على جدول يمثل العناوين من النوعين. وعندما يجد عنوان الـMAC في هذا الجدول فإنه يضيفه إلى الحزمة ويرسلها عبر الشبكة وإن لم يجده فإنه يرسل حزمة لطلب العنوان عن طريق الشبكة فإذا كان الجهاز المرسل إليه موجوداً على الشبكة فإنه يرسل الرد ومعه عنوان (MAC) أو ترسل له نقطة الاتصال مع الشبكات الأخرى للرد فيعتبر عنوانها (MAC) هو الاتجاه الصحيح. وهنالك برنامج لمعرفة محتويات الجدول الخاص بهذا البروتوكول يسمى (ARP) فمثلاً:

C:\> arp – a

يكون الجواب

Interface: 199.199.40.123

Internet Address	Physical Address	Type
199.199.40.124	00-dd-01-07-57-15	dynamic
199.199.40.1	00-00-0c-1a-eb-c5	dynamic

ويمكن إضافة عنوان ثابت على هذا الجدول باستخدام الأمر

C:\> arp-5 10.57.10.32 00-60-8c-0e-6c-6a 10.57.8.190

ويكون نوع هذه المدخلة Type = static

11. المراسيم الخاصة لمعالجة عكس القرار (RARP): Reverse Address Resolution Protocol

وهذا البروتوكول يعمل نفس عمل ARP ولكن يربط عنوان الشبكة بعنوان الانترنت. بمعنى أنه يعرف عنوان الـMAC وينتج عنوان الشبكة (IP).

12. المراسيم الخاصة لتسلسل الإنترنت (SLIP): Serial Line Internet Protocol

وهذا البروتوكول يستخدم لربط جهاز الحاسوب على الشبكة من خلال الاتصال عن طريق الخط المتتالي ووصلة RS232 والمودم الموصول بخط تليفون.

13. المراسيم الخاصة نقطة لنقطة (الندية) (PPP): Point- to- Point Protocol

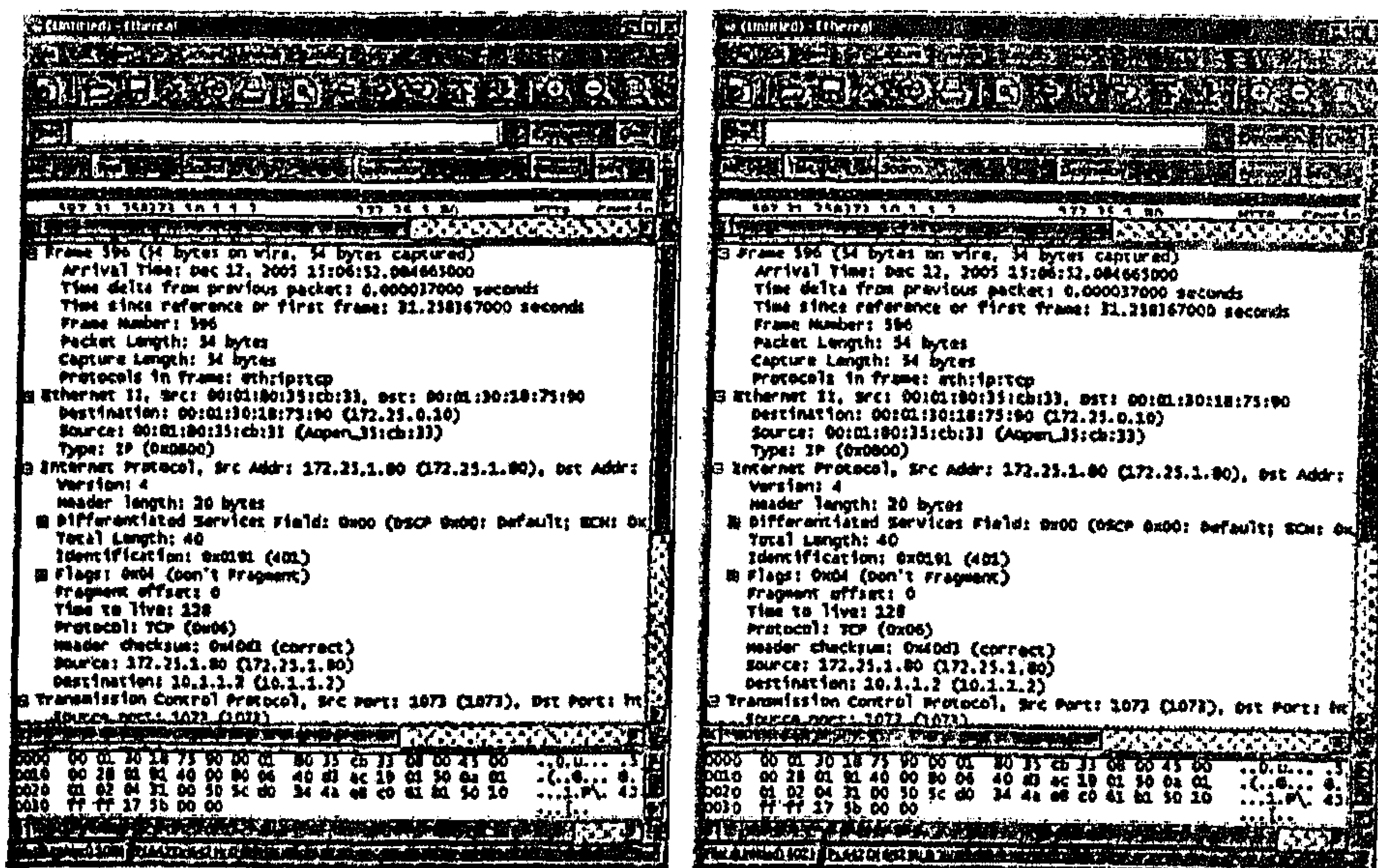
ويعنى هذا البروتوكول بتعريف التخاطب بين نقطتين على الشبكة ويستخدم حين الدخول إلى جهاز خادم باستخدام اسم المستخدم وكلمة السر.

14. المراسيم الخاصة للوقت الحقيقي (RTP): Real Time Protocol

يستخدم هذا البروتوكول للتطبيقات الحية مثل إرسال الصوت والصورة عبر شبكة الانترنت. وهنالك مثال مهم يمكن استخدامه وهو برنامج avicap32.dll والذي هو أحد مكونات نظام Windows حيث يُمكّننا هذا البرنامج من التراسل بالسرعة الحية خلال شبكة الانترنت.

وفي أدنى هرم بروتوكولات شبكة الانترنت هنالك التعامل المباشر مع الوسط الناقل للمعلومات وهو ما يسمى Network Interface Cards (NIC) ويمكن أن يكون هذا الكرت إما وحدة طرفية متتالية (RS232) أو جهاز مودم أم كرت الشبكة الاثيرية (Ethernet Card) وهو ما يمثل الوصلة الفيزيائية بين مختلف الأجهزة على الشبكة. وليس شرطاً أن نستخدم كل هذه البروتوكولات حين نستخدم الشبكة لذلك يمكن اختيار نوع معين من البروتوكولات حسب التطبيقات المستخدمة وحسب ما رأينا في شكل (17-ب) فإن بعض البروتوكولات تمرر معلوماتها من خلال بروتوكولات أخرى فمثلاً لو استمعنا إلى حركة الحزم على شبكة الانترنت لوجدنا عدة أنواع من هذه الحزم. هنالك بعض البرامج تظهر لنا الحركة المرورية على شبكة الانترنت وبالطبع فإنها تقرأ جميع الحزم الواصلة عند الجهاز المشغل لهذا البرامج وليس شرطاً الحزم الموجهة إلى ذلك الجهاز بل جميع الحزم على الوصلة المشارك بها هذا الجهاز. ومن التعريفات المهمة في شبكة الانترنت ما يسمى بال (Port) وهو رقم يعرف قناة أو نوعاً من الحزم فمثلاً بروتوكول http يستخدم Port 80 أو Port 8080.

فيما يلي يبين الشكل (22) مثالاً على ما يراه برنامج يستمع لخط الانترنت:



شكل (22): مثال على محتويات عدة حُزم من خلال الاستماع إلى شبكة الإنترنت باستخدام أحد البرامج المتوفرة مجاناً على الإنترنت.

تدريب (2)

1. إذا أردنا أن نعلم بوجود جهاز على شبكة الإنترنت بعنوان 199.120.0.1 فما الأمر الذي نستخدمه؟
2. لمعرفة الزمن اللازم لوصول المعلومات إلى الجهاز بعنوان 188.122.10.30 فما الأمر الذي نستخدمه؟
3. لمعرفة عنوان الـ MAC بعنوان 172.118.0.1 فما الأمر الذي نستخدمه؟
4. لمعرفة المسار لجهاز بعنوان 172.10.10.5 فما الأمر الذي نستخدمه؟

أسئلة التقويم الذاتي (2)

أ. اشرح كل من البروتوكولات التالية: **UDP , TCP , IP , ARP , http , FTP , RTP , SMTP , POP3**.

ب. اشرح مفهوم عنوان الإنترنت **IP-Address**.

ت. اذكر طبقات الشبكة الرقمية.

ث. ما الفرق بين **IP Address** و **MAC Address**.

ج. اذكر أنواع الشبكات من حيث أقسام العناوين.

4. الخلاصة

عزيزي القارئ، تعلمنا في هذه الوحدة أهم مكونات شبكات الحاسوب وكيفية حساب سعة الشبكة وآلية نقل البيانات الرقمية وكذلك درسنا جميع البروتوكولات المهمة المستخدمة على شبكة الانترنت. ومن خلال هذه المعرفة فإنه يمكننا تحليل الحزم المختلفة المستخدمة على شبكة الانترنت وحساب بعض الحسابات عن أداء الشبكة مثل وقت الوصول والعودة (RTT) Round Trip Time الذي من خلاله نستطيع استنتاج مدى انشغال الشبكة بين جهازين مربوطين عليها. وكذلك تعرضنا في هذه الوحدة لمفاهيم حساب فعالية الشبكة وسعتها ومقدار المعلومات المفيدة الواصلة فعلاً للطرف الآخر.

وهنالك بعض المراجع المفيدة في مجال شبكات الحاسوب مثل المراجع [14],[13],[9] ويمكن الرجوع إلى المراجع من الشركات المتخصصة بإنتاج أجزاء الشبكات المختلفة وأهمها CISCO وشركة Microsoft التي تقدم برمجيات وأدوات تمكن من استعمال خصائص البروتوكولات سالفة الذكر عبر شبكة الإنترنت.

5. إجابات التدريبات

تدريب (1)

1- أنواع شبكات الاتصال الرقمي.

1. شبكة المنطقة المحدودة.
2. شبكة المنطقة الكبيرة

2- تقسم شبكات الاتصال الرقمي من ناحية المساحة التي تتكون عليها.

3- تكون من نوع شبكة المنطقة الكبيرة.

4- تتكون الشبكة من 30 جهاز حاسوب شخصي وجهاز خادم حيث تتصل جميعها من خلال نقطة توزيع سعتها 32 خط وسعة وصلة الإنترنت المطلوبة تكون

$$20 * 8 * 20 / 0.65 = 4923 \text{ kbps} \approx 5\text{Mbps}$$

5- فعالية الشبكة

$$\text{Thr} = \frac{20 * 10 \text{ kpbs}}{10 \text{ Mbps}} = 2\%$$

سعة وصلة الانترنت المطلوبة $\frac{20 * 10}{5.65}$ 308 kbps

6- الشبكة الاثيرية: هي طريقة لتوصيل أجهزة الحواسيب من خلال كرتات معيارية للاتصال وبسرعة عالية.

7-

$$\text{Thr} = \frac{7.5 \text{ M}(1 - 0.02)}{10 \text{ M}} * 100\% = 73.5\%$$

8-

$$\text{Thr} = (0.2 * 0.98 + 0.5 \ (0.95) + 0.3 [0.8 * 0.9 + 0.2 * 0.95]) * 100\% = 94.4\%$$

تدريب (2)

-1

c:\> Ping 100.120.0.1

-2

c:\> Ping 188.122.10.30

-3

c:\> arp – a 172.118.0.1

-4

c:\> tracert 172.10.10.5

:

6. مسرد المصطلحات

- الفعالية **Throughput**: كمية المعلومات المفيدة الصحيحة المرسلة بالنسبة إلى مجموع المعلومات المرسلة.

- المراسم الخاصة لتسلسل خط الانترنت **Serial Line Internet Protocol (SLIP)**: يستخدم لربط جهاز الحاسوب على الشبكة عن طريق الخط المتتالي ووصلة (RS232) والمودم الموصول بخط التلفون.

- المراسيم الخاصة بمجموعة رسائل الانترنت **Internet Group Message Protocol (IGMP)**: يسمح بمرور المعلومات لمجموعة من المستخدمين.

- المراسيم الخاصة لاتخاذ القرار **Address Resolution Protocol (ARP)**: يحدد عنوان MAC من خلال معرفة عنوان المرسل إليه (IP).

- المراسيم الخاصة لإدارة الشبكة البسيطة **Simple Network Management Protocol (SNMP)**: يستخدم لبرمجة وتغيير بعض معلومات إدارة الشبكة عن طريق مدخلات قاعدة البيانات.

- المراسيم الخاصة بحزمة بيانات المستخدم **User Datagram Protocol (UDP)**: يستخدم لإرسال المعلومات عبر شبكة الانترنت.

- المراسيم الخاصة لنقل النص المترابط **Hyper Text Transfer Protocol (HTTP)**: يستخدم لتصفح صفحات الويب المختلفة.

- المراسيم الخاصة بالإنترنت **Internet Protocol (IP)**: أهم غرفة عمليات على شبكة الانترنت حيث يقوم بعملية تمرير المعلومات على شبكة الانترنت.

- المراسيم الخاصة للتحكم في رسائل الانترنت **Internet Control Message Protocol (ICMP)**: يعتبر جزء من طبقة IP لبناء جدول التمرير وحل مشاكل الاتصال.

- المراسيم الخاصة للوقت الحقيقي (Real Time Protocol (RTP: يستخدم للتطبيقات الحية مثل إرسال الصوت والصورة عبر الانترنت.

- المراسيم الخاصة لمعالجة عكس القرار Reverse Address Resolution (Protocol (RARP: يعمل نفس (ARP) ولكن يربط عنوان الشبكة بعنوان الانترنت.

- المراسيم الخاصة لنقل التحكم أو السيطرة Transmission Control (Protocol (TCP: يعطي التطبيقات وسيلة اتصال حزمية عالية الجودة بين نقطتين على شبكة الانترنت.

- المراسيم الخاصة لنقل الملفات (File Transfer Protocol (FTP: يقوم بنقل الملفات عبر شبكة الانترنت.

- المراسيم الخاصة نقطة لنقطة (الندية) Point-to-Point Protocol (PPP): يتم التخاطب بين نقطتين على الشبكة ويستخدم وقت الدخول إلى الجهاز الخادم.

- النقل المشترك الرقمي (Digital Subscriber Loop (DSL: وهو تطوير لخدمة المشتركين حسب الحاجة لكل مشترك.

- خدمة الشبكات الرقمية المتكاملة Integrated Service Digital (Networks (IDSL: وهو عمل وصلات رقمية بين المقاسم وأصبحت خدمة الاتصال الرقمي متوفرة للزبائن في المنازل.

- ديناميكية تعريف المراسيم الخاصة للنظام المضيف Dynamic Host (Configuration Protocol (DHCP: يعرف حزمة من المعلومات لاستخدامها عبر الشبكة لطلب وتوصيل عنوان انترنت للأجهزة.

- شبكة الحلقة Ring Topology: وهي الأجهزة التي تكون متصلة بشكل متوالي مما يتيح الاتصال من خلال مسارين.

- شبكة المنطقة الكبيرة (Wide Area Network (WAN: وهي الأجهزة

التي تكون مرتبطة على مساحة واسعة وكبيرة وتحتوي على عدة شبكات محدودة.

- شبكة المنطقة المحدودة **Local Area Network (LAN)**: وهي الأجهزة التي تكون مرتبطة مع بعضها في منطقة محدودة.
- شبكة الناقل **Bus Topology**: وهي الأجهزة التي تكون مرتبطة بشكل متوازي على خط مشترك مما يتيح الاتصال مسار واحد فقط.
- شبكة النجمة **Star Topology**: هي أجهزة تتصل مع بعضها بعض بواسطة نقطة تجميع واحدة باستخدام عنوان المرسل والمرسل إليه.
- مراسيم خاصة **Protocol**: أوامر للتحكم في عمليات نقل المعلومات وترتيب عمليات الاستقبال.
- الموزع **Router**: جهاز يقوم بتوزيع البيانات حسب الجهة المراد الوصول لها مم يزيد فاعلية الشبكة.
- البوابة **Gateway**: تقوم بتجميع المعلومات المراد إرسالها لخارج الشبكة المحدودة باتجاه الشبكات الأخرى.
- نقطة الاتصال **Communication Node**: هي وحدات طرفية لشبكة الاتصال.
- **نقطة التجميع Hub: وهي تعمل على تجميع وصلات الاتصال مع نقاط مختلفة وإرسالها إلى جميع النقاط.**
- **وصلات الاتصال Communication Links: هي القنوات التي من خلالها يتم توصيل المعلومات لمختلف نقاط الشبكة.**

7. الملاحق

بعض البرمجيات الخاصة بالشبكات.

تعمل هذه البرامج على نظام (Windows NT).

Ping
route
arp
ipconfig
tracert
Netstat

1 - IPconfig: - يستخدم هذا الأمر لمعرفة التعريفات المستخدمة للشبكة على الجهاز.

c:\> ipconfig \all

2 - Ping: - يستخدم لمعرفة ما إذا الجهاز الآخر موصول على الشبكة وفعال أم لا.

c:\> ping - ?

يعطي جميع الاحتمالات الممكنة لأمر Ping

3 - arp: - يظهر جدول العناوين.

لعرض العناوين c:\> arp - a

لمحو مفردة arp - d

لزيادة مفردة arp - s

4 - tracert:- لمعرفة المسار من جهاز لجهاز آخر على الشبكة.

5 - route:- لإظهار أو تعديل جدول المسارات.

8. المراجع

1. Comer, D., Internetworking with TCP/IP: principles and protocols, and Architecture, Prentice Hall, New York, 1988.
2. Cyganski, David and Orr, John A. and Vaz, Richard F., Information Technology: Inside and Outside, Prentice Hall, New York, 2001.
3. Held, Gilbert, Understanding Data Communications: From Fundamentals to Networking, 3rd Edition, Wiley Publishing, 2000.
4. Horak, Ray, Communications Systems and Networks, 3rd Edition, Wiley Publishing, 2002.
5. Freeman, Roger L., Practical Data Communications, 2nd Edition, Wiley Publishing, 2001.
6. Irvine, James and Harle, David, Data Communications and Networks: An Engineering Approach, Wiley Publishing, 2001.
7. Lathi, B. P., Modern digital and Analog Communication systems, Oxford university press, New York, 1998.
8. Meijer, A. and Peeters, P., Computer Network Architectures, compuer science press, 1983.
9. Proakis, John, Digital Communications, 2004 McGraw Hill.

10. Schwartz, Mischa, Information Transmission, Modulation, and Noise, 4th edition McGraw Hill, 1990.

11. Sklar, Bernard, Digital Communications/2e, Prenitice Hall PTR, New Jersey, 2001.

12. Stallings, William, Computer Networking with Internet Protocols, Prentice Hall, New York, 2003.

13. Tanenbaum, A., Computer Networks/2e, Prentice Hall, New York, 1988.

14. Wilson, Stephen G., Digital Modulation and coding, Prentice Hall 1996.

15. Walrand, Jean, Communication Networks: A First Course, 2nd edition McGraw-Hill 1998.

هذا الكتاب

حازت أنظمة نقل المعلومات المختلفة اهتماماً كبيراً في الآونة الأخيرة نظراً للتطور الهائل الذي أنجز في مجالي تكنولوجيا المعلومات وأنظمة الاتصالات السلكية واللاسلكية.

حيث أصبح بالإمكان استخدام انظمة الاتصالات في المجالات الطبية ونقل معلومات عن الأحوال الجوية ونقل الصور التى تحتوي على كثير من المعلومات العلمية عن المجرات والكواكب المختلفة التى تبعد مئات السنين الضوئية عن الكرة الأرضية. هذا بالإضافة إلى أهمية التطور الهائل في الهواتف المتنقلة والأقمار الصناعية والانترنت التى أصبحت استخداماتها جزءاً لا يتجزأ من حياتنا اليومية.

ويأتي هذا الكتاب ليناقش هذا الموضوع الهام، وذلك في خمس وحدات هي: (المفاهيم الأساسية لتقنية المعلومات واستخداماتها ، أساسيات في الإحصاء والاحتمالات ، آلية تعديل البيانات الرقمية ، الترميز والتشفير، آلية نقل البيانات الرقمية).





الشركة العربية المتحدة للتسويق والتوريدات

P.O Box: 203 Heliopolis 11757 Cairo - Egypt
Mobile: 002 - 0100 - 1763677 Mobile: 002 - 0100 - 3401184
E-mail:u_arab@yahoo.com Web : www.uarab.net